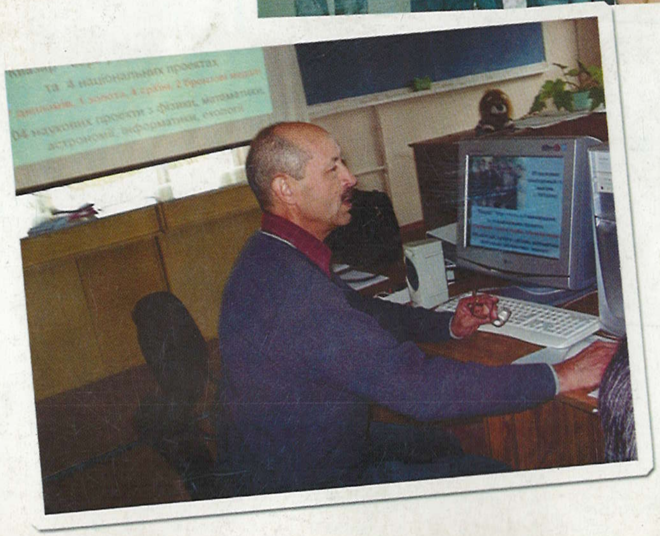
У жовтні 2005 року старовинний Львів приймав координаторів конкурсу "Левеня"

Учні 9-А класу Сумської гімназії №1 – активні учасники конкурсів "Левеня" всіх років. Зліва направо: Кирик Дмитро, Сагалаєва Інна, Акулов Яків, Євтухова Анна, Чередніченко Костя, Носуленко Ксенія, Кулик Дмитро та вчитель фізики Казбан Т.Л.



Досвідом ділиться координатор конкурсу в Чернівецькій області Пауль Францович Пшенічка

Всеукраїнський фізичний конкурс

ЛЕВЕНЯ 2006

ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Науково-популярне видання

"ЛЕВЕНЯ – 2006" ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник

Уклали: ***Алексейчук*** *Володимир Іванович*
Кузик *Раїса Григорівна*

Технічний редактор *Леся Пелехата*
Коректор *Євдокія Русин*

Здано на складання 20.06.2006 Підписано до друку 21.07.06
Формат 60 x 84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times.
Друк офсетний. Умов. друк. арк 1,628.
Обл. вид. арк 1,55. Наклад 3500 прим.

Видавництво "Каменяр" 79000. Львів, МСП, Підвальна, 3
Свідоцтво Держ. реєстру: серія ДК, № 462
Ел.адреса: vyd_kamenyar@mail.lviv.ua

Віддруковано з готових діапозитивів на ПП "Галас"
79024, Львів, Промислова, 25.

Міністерство освіти і науки України

Львівський фізико-математичний ліцей при Львівському національному університеті імені Івана Франка

„ЛЕВЕНЯ – 2006" ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник

Львів
Каменяр
2006

ББК 74.265.1-922
Л35
УДК 372.853

Цю книжку оргкомітет конкурсу підготував для переможців, сподіваючись, що зібрані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікавляться різними видами інтелектуальних змагань (як-от олімпіади, конкурси, турніри) з фізики та для вчителів, які їх готуватимуть.

Директор ліцею **Мар'ян Добосевич**

Оргкомітет конкурсу "Левеня – 2006"
Володимир Алексейчук
Раїса Кузик
Людмила Назарків
Олена Хоменко

Адреса оргкомітету:
79054, Львів, вул. Караджича, 29
Львівський фізико-математичний ліцей
Тел. (032) 240-17-02, (0322) 62-00-68
Факс. (032) 240-17-02
E-mail: levenia@polynet.lviv.ua
http://levenia.com.ua

Директор благодійного фонду "Ліцей" **Михайло Муращук**

Благодійний фонд "Ліцей"
Львівське відділення Укрексімбанку
рахунок отримувача 260030260560
МФО 325718
ЗКПО 22360064
Автор логотипу **Орест Бурак**

$\text{В}\ \dfrac{4306021200-24}{2006}$ Без оголошення

ISBN 5-7745-0398-4

меться відкритим. Як тільки вхідна напруга пройде через максимум і почне падати, діод закриється, оскільки напруга на конденсаторі буде вищою від вхідної (конденсатор розряжається через великий опір R, тому напруга на ньому змінюється повільніше від вхідної). Підзарядка конденсатора знову почнеться тільки через час, що приблизно дорівнює періоду коливань (*див.рис.*). Таким чином, постійна складова напруги на конденсаторі буде близькою до E_m, а амплітуда пульсацій може бути оцінена як

$$\Delta U = E_m - U\left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = E_m\left[1-\exp\left(-\frac{2\pi}{\omega RC}\right)\right] \approx \frac{2\pi E_m}{\omega RC}. \qquad (8)$$

Тоді глибина пульсацій буде $\dfrac{\Delta U}{E_m} \approx \dfrac{2\pi}{\omega RC}$.

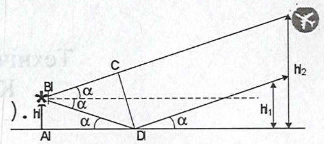
Задача 4. **Розв'язок журі.**

1) Промінь, відбитий від поверхні, змінює свою фазу на π.

2) Різницю фаз між променями (різницю ходу) можна визначити з геометричної побудови

$BD = h/\sin\alpha$; $BC = BD\cos 2\alpha = h\cos 2\alpha/\sin\alpha$

Різниця ходу: $\delta = BD - BC = (h/\sin\alpha)(1-\cos 2\alpha)$.



3) З умови утворення максимуму між прямим та відбитим променями:

$(h/\sin\alpha)(1-\cos 2\alpha) = (\lambda/2)(2n+1)$ визначаються кути (синуси кутів), під яким видно літак з берега. Використавши $\cos 2\alpha = 1-\sin^2\alpha$, отримаємо:

$2h\sin\alpha = (\lambda/2)(2n+1)$, або $\sin\alpha = \lambda(2n+1)/4h$ звідки $\sin\alpha_1 \approx 0{,}025$ (для n=0) та $\sin\alpha_2 \approx 0{,}075$ (для n=1)

Різниця висот: $\Delta h = h_2 - h_1 = L\sin\alpha_2 - L\sin\alpha_1 \approx 3$ км.

Задача 5. **Розв'язок журі.** 1) Фокусну відстань збиральної лінзи окулярів можна знайти з рівняння $1/d_0 + 1/(-d_2) = 1/F$,

Де $d_0 = 25$ см – відстань, на якій далекозорий в окулярах тримав газету, одержуючи уявне зображення в лінзі на відстані d_2. Тоді

$$F = \frac{d_2 \cdot d_0}{d_2 - d_0} = \frac{200\cdot 25}{200-25} \approx 29 \text{ (см)} \quad (D = +3{,}5 \text{ дптр})$$

Для одержання максимального збільшення короткозорому потрібно тримати окуляри на витягнутій руці на відстані: $F + d_1 \approx 29 + 14 = 43$ (см) від ока і роздивлятись дійсне обернене зображення, яке буде для нього різким, оскільки воно потрапляє в межі його чіткого бачення. Зображення видно чітко, але воно виявляється оберненим.

ЗАЯВКА

На участь у Всеукраїнському фізичному конкурсі „Левеня – 2007"

від ____

(повна назва школи)

У нашій школі бажають взяти участь у конкурсі „Левеня – 2007"_____осіб.

Просимо вислати нам завдання для учасників

Клас (звичайний або спеціалізований)	мова	7	8	9	9Ф	10	10Ф	11	11Ф
Кількість завдань	укр.								
	рос.								

Повна адреса школи:

____
(поштовий індекс – обов'язково)

____
(область, район)

____
(населений пункт)

____
(вулиця, номер будинку)

____
(назва школи)

Контактний тел. з кодом населеного пункту:

факс:

e-mail:

Координатор проведення конкурсу у школі:

____
(прізвище)

____
(ім'я)

____
(по батькові)

Повна домашня адреса координатора:

______________ ______________
(поштовий індекс) (область)

____
(район)

____
(населений пункт)

____
(вулиця, будинок)

Контактний тел. з кодом населеного пункту:

Підпис ______________________________

Дорогі наші друзі,
шановні батьки, вчителі,
координатори конкурсу!

Разом з вами ми провели п'ятий Всеукраїнський фізичний конкурс "Левеня". Це вже невеличкий ювілей, який дозволяє підвести перші підсумки.

Найважливішим є те, що з року в рік зростає число учасників. Конкурс виявився досить демократичним – адже участь в ньому може взяти кожен бажаючий. Перевірити свої можливості в розв'язуванні задач, особливо напередодні незалежного тестування, позмагатися з ровесниками з усієї України, знайти своє прізвище в рейтингу переможців цікаво всім. Число конкурсантів визначається не регіональною квотою, а рівнем зацікавленості вчителів та учнів кожної області, міста чи школи.

Розподіл числа учасників по областях

Код	Область	К-ть шкіл	Число учасників
01000	Крим	49	1341
02000	Вінницька	17	395
03000	Волинська	83	903
04000	Дніпропетровська.	43	1554
05000	Донецька.	26	1351
06000	Закарпатська	3	161
07000	Житомирська	9	220
08000	Запорізька	41	952
09000	Івано-Франківська	14	532
10000	Київська	27	350
11000	Кіровоградська	13	429
12000	Луганська	15	423
13000	Львівська	53	1868
14000	Миколаївська	45	1549
15000	Одеська	25	911

16000	Полтавська	32	917
17000	Рівненська	20	272
18000	Сумська	36	1635
19000	Тернопільська	65	553
20000	Харківська	66	3005
21000	Херсонська	4	90
22000	Хмельницька	6	398
23000	Черкаська	14	384
24000	Чернівецька	30	514
25000	Чернігівська	5	171
	Разом заявлено на участь	761	21347 20878*

*фактично здано робіт.

Ми намагалися зробити доступними для "масового" розв'язування більшість завдань. Щоб підтримати інтерес до конкурсу, для третього рівня добирали нестандартні, іноді досить складні, особливо для спеціалізованих класів, завдання, які змушували школярів навіть після завершення конкурсу шукати правильну відповідь чи то при допомозі вчителя, чи то самостійно гортаючи сторінки підручників та збірників задач.

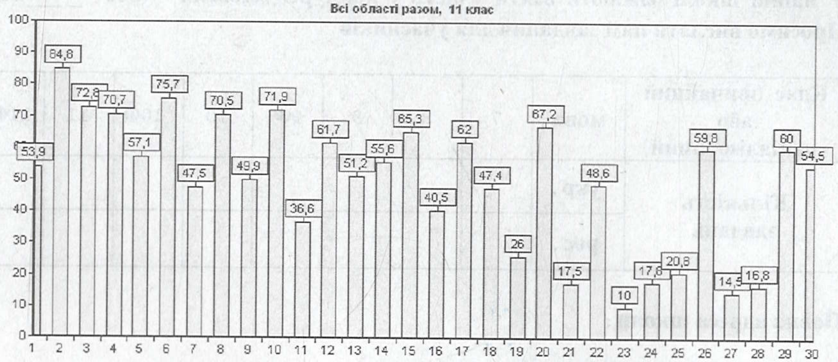
9 квітня 2006 року п'ятий Всеукраїнський фізичний конкурс "Левеня –2006" проходив у 761 координаційному центрі, участь в ньому взяло 20 878 школярів. Максимальний результат (150 балів) цього разу не підкорився нікому. З числа учасників 2 392 отримали відмінний сертифікат, а 7 886 отримали сертифікат, що підтверджує добрий результат.

Результати учасників оцінювалися згідно з наведеною таблицею:

Диплом	7кл	8кл	9кл	10кл	11кл	9Фкл	10Фкл	11Фкл
Відмінний	97	82	89	96	105	80	90	95
Добрий	64	52	54	59	71	60	63	69

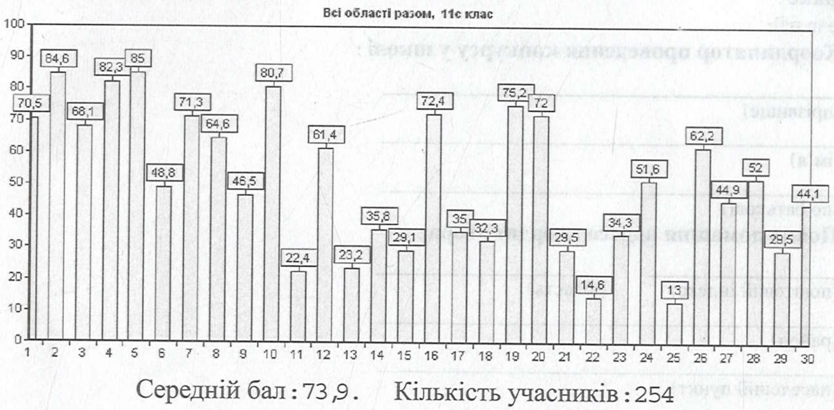
Особливістю цьогорічного конкурсу стало формування великих координаційних центрів в окремих областях України. Ми щиро вдячні всім, хто взяв на себе непрості обов'язки координаторів,

11 клас



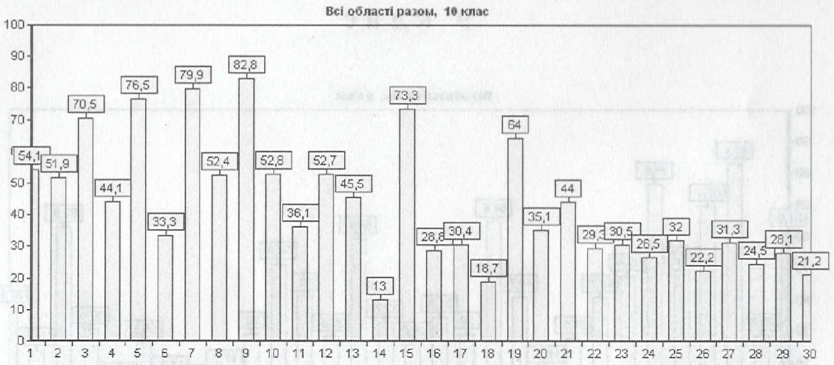
Середній бал: 71,7. Кількість учасників: 2545

11 спецклас



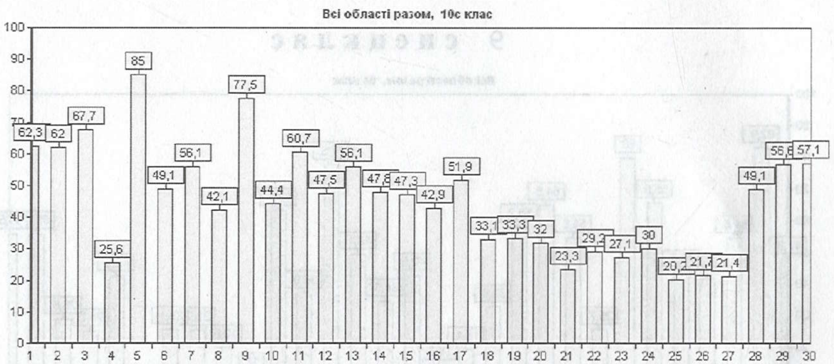
Середній бал: 73,9. Кількість учасників: 254

10 клас



Середній бал : 62,3.   Кількість учасників : 3130

10 спецклас



Середній бал : 67,1.   Кількість учасників : 387

долучився до роботи з розсилки завдань, результатів та призів конкурсу.

Без допомоги таких людей, як **Хоменко Олена Вікторівна** – головний спеціаліст Міністерства освіти та науки України, **Гельфгат Ілля Маркович**, **Ненашев Ігор Юрійович** – ліцей №27 м. Харків, **Бойчук Любов Ярославівна** – методкабінет м. Сімферополь, **Бурбела Олена Федорівна** – Центр НТТ, Волинське відділення МАНу, **Устінова Тетяна Петрівна** – міський методичний центр м. Дніпропетровськ, **Калмикова Валентина Федорівна** – Дніпропетровський ліцей інформаційних технологій, **Перевузник Марія Іванівна** – м. Мукачеве, **Білоус Світлана Юріївна** – м. Запоріжжя, **Хоренко Олександр Михайлович** – м. Біла Церква, **Буряк Юрій Володимирович** – м. Олександрівка Кіровоградської обл., **Бурмістренко Тетяна Миколаївна** – м. Луганськ, **Лісковим Олена Володимирівна** – методист інституту післядипломної освіти м. Миколаїв, **Стрюк Людмила Олексіївна** – м. Полтава, **Лабудько Степан Пилипович** – м. Суми, **Мялковська Ольга Ярославівна** – м. Борщів Тернопільської обл., **Кастранець Лілія Михайлівна** – м. Чортків Тернопільської обл., **Шегера Світлана Василівна** – м. Кременець Тернопільської обл., **Бондаренко Микола Валентинович** – м. Харків, **Бєлкіна Лариса Дмитрівна**, **Александрова Людмила Никифорівна**, **Старченко Людмила Миколаївна** – м. Харків, **Гудзь Віктор Володимирович** – м. Хмельницький, **Пшенічка Пауль Францевич** – м. Чернівці наш конкурс не мав би такого числа прихильників у різних регіонах України.

Наш наступний конкурс ми плануємо провести 15 **квітня** 2007 **р**.
Запрошуємо до участі всіх бажаючих.
Умови участі у конкурсі на сайті http://levenia.com.ua

Оргкомітет конкурсу "Левеня".

УМОВИ ЗАДАЧ ВСЕУКРАЇНСЬКОГО ФІЗИЧНОГО КОНКУРСУ „ЛЕВЕНЯ – 2006”

7 клас

Любий друже ! Перед тим , як приступити до розв'язування задач , пам'ятай :

- за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів ;
- за неправильну відповідь знімається 25% від кількості балів , передбачених за правильну відповідь ;
- на старті Ти отримуєш авансом 30 балів ;
- серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний ;
- користуватись калькулятором дозволено ;
- категорично заборонено користуватись фізичними довідниками чи іншою допоміжною літературою ;
- термін виконання завдань – 75 хв .

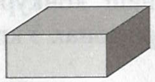
Будь уважний ! Тобі під силу відповіді всі правильні відповіді !
Часу обмаль , тож поспішай ! Бажаємо успіху !

Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1. Мамі Левеняти потрібно 20 хв щоб вполювати і принести мавпу . Якщо тато Левеняти допоможе , тоді вони разом принесуть ...

А : дві мавпи за 10 хв ; **Б** : одну мавпу за 10 хв ; **В** : дві мавпи за 20 хв ;
Г : дві мавпи за 40 хв ; **Д** : чотири мавпи за 20 хв .

2. Об'єм звичайної сірникової коробки приблизно становить ...



А : 3 – 5 см^3 ; **Б** : 10 – 30 см^3 ; **В** : 50 – 100 см^3 ;
Г : 150 – 250 см^3 ; **Д** : >500 см^3 .

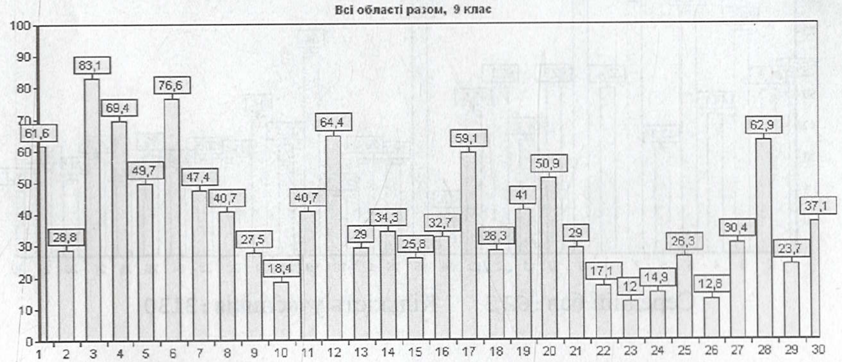
3. Які з перерахованих нижче явищ стали основою для припущення про атомну будову речовини? 1 . Випаровування рідин ; 2 . Поширення запахів ; 3 . Вільне падіння тіл .

А : Тільки 1 ; **Б** : Тільки 2 ; **В** : Тільки 3 ; **Г** : 1 і 2 ; **Д** : 2 і 3 .

4. Якщо огірок помістити в солону воду , то через деякий час він стане солоним , це пояснюється ...

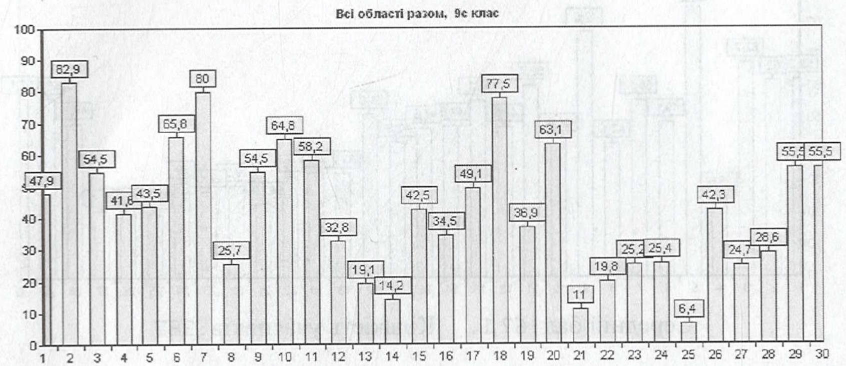
А : дифузією ; **Б** : конвекцією ; **В** : теплопередачею ; **Г** : взаємодією молекул .

9 клас



Середній бал : 57,3 . Кількість учасників : 4201

9 спецклас



Середній бал : 62,3 . Кількість учасників : 409

$$P = P_A + \rho g \sin\varphi \frac{x^2 - ax}{a}. \quad (3)$$

Це рівняння параболи. Найнижчий тиск буде при $x = a/2$, тобто всередині стовпчика: $P_{min} = P_A - (1/4)\rho g a \sin\varphi$.

Найменше значення тиску спостерігається наприкінці руху, коли $\varphi = \pi/2$. Закипить при цьому вода чи ні залежить від того досягне цей тиск значення тиску насиченої пари при температурі води у трубці. Оскільки розміри трубки і температура води в ній не задані, дати однозначну відповідь на питання не можна. Однак можна стверджувати, що вода обов'язково закипить за умови $P_A - 1/4\rho g a \le 0$, тобто якщо сторона трубки $a \ge 4P_A/(\rho g) \approx 40$ м – навряд чи реальне обмеження. Зазначимо також, що у момент зупинки трубки з водою можливі значні перепади тиску у діаметральному до ділянки ВС напрямку, а також відрив краплі у точці В (при повному заповненні ділянки ВС водою).

Задача 5. *Див. 9 клас, задача №5.*

11 клас

Задача 1. **Розв'язок журі**. В першому випадку (*рис* 1.) сила тертя $F_1 \le \mu m g \cos\alpha$. При $\mathrm{tg}\alpha \le \mathrm{tg}\alpha_0 = \mu$ сила тертя $F_1 = mg \sin\alpha$, при $\mathrm{tg}\alpha > \mathrm{tg}\alpha_0 = \mu$ сила тертя $F_1 = \mu m g \cos\alpha$. У другому випадку (*рис* 2.) сила тертя $F_2 \le \mu m g \cos\alpha$. Трубка буде котитись без проковзування

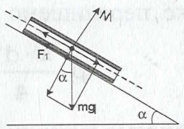


рис 1.

при $0 < \alpha \le \alpha_1$. Знайдемо цей граничний кут α_1. Кочення трубки розглядаємо. Знайдемо цей граничний кут α_1. Кочення трубки розглядаємо як складний рух, що складається з поступального руху осі **С** циліндра та обертового руху навколо осі **С**. Два рівняння цих простих рухів мають

вигляд. $\begin{cases} mg\sin\alpha - F_2 = m a_c \\ F_2 r = I_c a_c / r. \end{cases} \quad (1)$

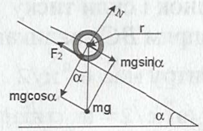


рис 2.

Позначимо $I_c/r^2 = km$. Тоді із системи (1) одержимо $a_c = g(\sin\alpha/(1+k))$, (2) $F_2 = mg\sin\alpha(k/(1+k))$, (3).

При $\alpha = \alpha_1$ $mg\sin\alpha_1(k/(1+k)) = \mu m g \cos\alpha_1$, звідки одержимо $\mathrm{tg}\alpha_1 = ((1+k)/k)\mu$. (4)

Для трубки значення моменту інерції поперечного перерізу лежить в межах $mr^2/2 \le I_c \le mr^2$. Отже $1/2 \le k \le 1$.

11 клас

1. При певному значенні кута α нахилу площини розглядаються два випадки руху трубки по цій площині. В першому випадку поздовжня вісь трубки утворює з горизонтом кут α, а в другому вона під час руху залишається горизонтальною. В обох випадках трубка спочатку була нерухома. Визначити ті значення кута α при яких в обох випадках вісь трубки має однаковий закон руху. При цьому визначити та порівняти кількість виділеного тепла при однакових вертикальних переміщеннях h. Коефіцієнт тертя ковзання μ заданий, тертям кочення знехтувати.

2. Велосипед їде зі сталою швидкістю υ. Перпендикулярна до площини колеса складова індукції магнітного поля Землі дорівнює B. Визначити залежність від часу ЕРС індукції, яка виникає в спиці. Вважати, що спиці розташовані радіально, а їхня довжина дорівнює радіусу колеса R. Нехтуючи опором ободу колеса, знайти розподіл струмів через спиці та розташування точок рівного потенціалу.

3. Електричне коло складене з джерела змінної ЕРС $E(t) = E_m \sin\omega t$, активного опору R та діода з вольт-амперною характеристикою $I(U) = \alpha U^2$, $U > 0$, $I(U) = 0$, $U \le 0$. а) Знайти миттєве значення напруги на діоді. б) Вважаючи виконаною умову $\alpha R E_m << 1$, розрахувати постійну складову струму через опір R. в) Нехай тепер паралельно до опору R увімкнений конденсатор ємністю C. Вважаючи виконаними умови $R >> (\omega C)^{-1} >> (\alpha E_m)^{-1}$, знайти глибину пульсацій (відношення пульсаційної складової до постійної складової напруги) на ємності. Вказівка: зарядка конденсатора C через опір R від джерела напруги U_0 відбувається за законом $U(t) = U_0[1 - \exp(-t/RC)]$, розрядка від початкової напруги через опір R – за законом $U(t) = U_0 \exp(-t/RC)$.

4. Літак швидко набирає висоту над морем і в момент входу в зону прямого бачення берегової лінії пілот починає приймати радіо 106 FM від передавача, який знаходиться на березі на висоті h = 30 м над рівнем моря на відстані L = 60 км від літака. Протягом подальшого підйому інтенсивність радіосигналу періодично змінюється, хоч відстань L залишається незмінною. Вважаючи, що радіохвилі поширюються в однорідній атмосфері, визначити різницю висот між першим та другим найнижчими максимумами інтенсивності, зареєстрованими пілотом.

5 Щоб краще роздивитися сцену в театрі, короткозорий глядач попросив у далекозорого сусіда окуляри, якими той користувався для читання. Короткозорий чітко бачить без окулярів у межах від $d_1 = 14$ см до кількох десятків сантиметрів. Далекозорий без окулярів чітко бачить предмети не ближче $d_2 = 2$ м від очей. Яким чином короткозорий глядач, користуючись окулярами сусіда, може роздивитись сцену? Чи будуть деталі сцени здаватися йому чіткими? Вважати, що сцена знаходиться досить далеко.

Задачі запропонували:

8 клас – С.У.Гончаренко (1-3), *О.Ю.Орлянський* (4-5).

9 клас – С.У.Гончаренко (1,4,5), *О.Ю.Орлянський* (2,3).

10 клас – А.П.Федоренко (1), *О.Ю.Орлянський* (2,4), *С.У.Гончаренко* (3-5).

11 клас – А.П.Федоренко (1), *О.Ю.Орлянський* (2), *І.О.Анісімов* (3), *В.П.Сохацький* (4), *С.У.Гончаренко* (5).

Експериментальний тур

8 клас

***Задача** 1*

Завдання

-Визначте коефіцієнт об'ємного розширення повітря.

-У звіті вкажіть у порядку важливості фактори, що негативно впливають на точність результату. Яким чином Ви намагалися підвищити цю точність? Опишіть послідовність виконання роботи. Наведіть результати вимірювань і обчислень.

Довідка. При зміні температури для заданої маси газу об'єм змінюється за законом $V = V_0(1+\alpha\ t)$, де α - коефіцієнт об'ємного розширення, t – температура за шкалою Цельсія.

Обладнання

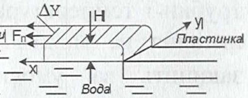
Спільне: посудина (червона) з водою при температурі близько 50 ^{0}C; посудина (зелена) з водою кімнатної температури.

Індивідуальне: циліндрична пробірка; лінійка; пляшка з відрізаним верхом; хімічна склянка; термометр.

пластини співвідношенням $m \cdot g = \rho \cdot (\frac{\pi \cdot d^2}{4}) \cdot a \cdot g$, сила поверхневого натягу, яка діє на пластинку з боку води, дорівнює:

$$F_n = \sigma \cdot \pi \cdot d$$

Різниця сил тиску на пластинку обумовлена зниженням рівня води під пластиною і дорівнює $\Delta p \cdot S = \rho_в \cdot g \cdot (H + a) \cdot (\frac{\pi \cdot d^2}{4})$,



де $\rho_в$ – густина води, H – глибина занурення верхнього краю пластини. Цю величину визначимо з умови рівноваги виділеного на рис. об'єму води шириною $\Delta y (\Delta y << d)$, записавши його в проекції на горизонтальну вісь X. На виділений об'єм по горизонталі діє сила поверхневого натягу $F_n = \sigma \Delta y$ і сила тиску води на поверхню $H\,\Delta y$. Дія атмосферного тиску на цей об'єм скомпенсовується.

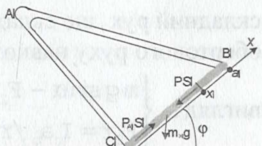
$\sigma \Delta y = p \cdot \Delta S = \rho_в \cdot g \cdot (H/2) \cdot H \cdot \Delta y$, звідки $H = \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{\rho_в \cdot g}}$.

Отже, перепишемо умову рівноваги пластинки у вигляді

$$\rho \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot a \cdot g - \rho_в \cdot g \cdot (\sqrt{\frac{2 \cdot \sigma}{\rho_в \cdot g}} + a) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} - \sigma \cdot \pi \cdot d = 0$$

і знайдемо густину пластинки:

$$\rho = \rho_в + (1/a) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \sigma \cdot \rho_в}{g}} + \frac{4 \cdot \sigma}{a \cdot d \cdot g} \approx 2{,}3 \cdot 10^4 \text{ (кг/м}^3\text{)}$$



Задача 4. Розв'язок журі. На стовпчик води довжиною x, діють сила тяжіння, сили опори з боку стінок і сили тиску (див.рис.). Проекції цих сил на напрям BC викликають доцентрове прискорення центру мас $\omega^2 x/2$. За другим законом Ньютона:

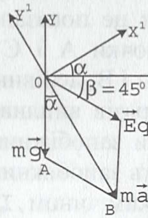
$m_x \omega^2 x/2 = m_x g \sin\varphi + PS - P_A S$, (1)

де P – тиск всередині стовпчика на відстані x від точки C. Для всього стовпчика $x = a, P = P_A$, і з рівняння (1) знаходимо залежність кутової швидкості ω від кута φ. $\omega = \sqrt{2g \sin\varphi / a}$. (2)

Залежність тиску від відстані x отримаємо з рівняння (1), підставивши масу стовпчика $m_x = m x/a$ і кутову швидкість ω з рівняння (2)

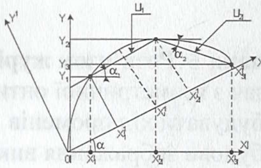
10 клас

Задача 1. **Розв'язок журі**. Розглянемо частинку в будь-якому положенні. На неї діють дві сталі за величиною і напрямком сили, рівнодійна яких $\vec{R} = m\vec{g} + \vec{E}q = m\vec{a}$ (*рис* 1.)



Отже є напрямок в якому діє стала за величиною та напрямком результуюча сила. Перпендикулярно цьому напрямку частинка рухається із сталою швидкістю. З трикутника ОАВ за теоремою синусів: $\frac{mg}{\sin\gamma} = \frac{Eq}{\sin\alpha}$ (1) рис 1.

Величину кута α можна визначити по напрямку осі X^1, вздовж якої $X_2^1 - X_1^1 = X_3^1 - X_2^1$ (2). Для наочності пояснень зробимо *рис* 2



Умова (2) набуде вигляду:

$L_1 \cos(\alpha_1 - \alpha) = L_2 \cos(\alpha_2 - \alpha)$.

Звідки знаходимо: рис 2.

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{L_1\cos\alpha_1 - L_2\cos\alpha_2}{L_2\sin\alpha_2 - L_1\sin\alpha_1} = \frac{(x_2 - x_1) - (x_3 - x_2)}{(y_3 - y_2) - (y_2 - y_1)} = \frac{2x_2 - (x_1 + x_3)}{2y_2 - (y_1 + y_3)} \quad (3)$$

Після підстановки значень координат в (3) знайдемо, що $\alpha = \mathrm{arctg}\frac{54}{94} \approx 30^0$

Отже згідно (1) заряд частинки дорівнює:

$$q = \frac{mg}{E}\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{mg}{E}\frac{\sin 30^0}{\sin 15^0} = 1{,}93\frac{mg}{E}$$

Мінімальна швидкість – це швидкість руху частинки вздовж осі X

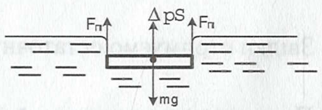
$$\upsilon_{min} = \frac{X_2 - X_1}{\Delta t} = \frac{(x_2 - x_1)\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\Delta t \cdot \cos\alpha_1}$$

Цю швидкість частинка має в положенні, в якому $У = У_{max}$. Оскільки

$$\alpha_1 = \arccos\frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} 35{,}25^0$$, тому $\upsilon_{min} = 1{,}25$ м/с

Задача 2. *Див. 9 клас, задача №2.*

Задача 3. Запишемо умову рівноваги пластинки в проекціях на вертикальний напрям



$m \cdot g - \Delta p \cdot S - F_n = 0$, де $m \cdot g$ – сила тяжіння, Δp – різниця тисків на пластину знизу і зверху, $F_п$ – сила поверхневого натягу. Розглянемо кожну силу окремо. Сила тяжіння зв'язана з шуканою густиною ρ матеріалу

Задача 2

Завдання

- Визначте густину невідомої рідини.
- Обгрунтуйте вибір методу проведення експерименту та опишіть хід його виконання.
- Вкажіть у порядку важливості фактори, які впливають на точність одержаних результатів.

Обладнання

Спільне: посудина (біла) з рідиною невідомої густини; посудина (зелена) з чистою водою; скотч; ножиці.

Індивідуальне: лінійка; трубка; пляшка з відрізаним верхом; хімічна склянка.

Увага! Рідину невідомої густини можна набрати лише один раз.

9 клас

Задача 1

Завдання

Визначити коефіцієнт тертя кожної з лінійок по поверхні паперу, що лежить на столі.

Обладнання

Лінійка дерев'яна; лінійка пластикова; аркуш паперу; шматок пластиліну; нитка.

Примітка. Нахиляти стіл не дозволяється!

Задача 2

Завдання

Визначте густину невідомої рідини.

Обладнання

Спільне: посудина (біла) з рідиною невідомої густини; посудина (зелена) з чистою водою; скотч; ножиці.

Індивідуальне: лінійка; трубка; пляшка з відрізаним верхом; стаканчик.

10 клас

Задача 1

Завдання

Визначте коефіцієнт відновлення швидкості при центральному співударі „ребро – ребро" двох п'ятикопійчаних монет.

Довідка. Коефіцієнт відновлення – відношення нормальних складових відносних швидкостей тіл після та до удару.

Обладнання

Спільне: ножиці; скотч.

Індивідуальне: дві монети по п'ять копійок; дві лінійки; аркуш міліметрового паперу.

Задача 2

Завдання

- Сконструюйте пристрій для вимірювання маси. Побудуйте градуювальну криву для користування цим пристроєм. Наведіть ескіз вимірювального пристрою. Вкажіть послідовність проведення процедури вимірювання. Визначте чутливість запропонованого Вами пристрою.
- Струмом якої сили Вам вдалось врівноважити тіло, яке було видане для перевірки працездатності приладу? Яка маса цього тіла?
- У звіті наведіть оцінку факторів, що впливають на чутливість запропонованого Вами методу зважування та дайте рекомендації по збільшенню точності та чутливості вимірювального приладу.

Обладнання

Групове: кусачки; наждачний папір.

Індивідуальне: відрізок мідного дроту діаметром 1,50 мм; відрізок дроту діаметром 0,4 ÷ 0,6 мм у лаковій ізоляції з зачищеними кінцями (4 шт); дерев'яна лінійка; магніт; котушка мідного дроту (не розмотувати!); з'єднувальні провідники (2 шт); батарейка на 4,5 В; змінний резистор на 47 Ом; амперметр шкільний на 2 А; аркуш міліметрового паперу формату А4; пластилін (2 бруски); тіло для контрольного зважування (видається пізніше).

Довідникові дані: густина міді 8900 кг/м^3.

11 клас

Задача 1

Завдання

- Визначте коефіцієнт відновлення при прямому центральному ударі „ребро-ребро" двох монет.
- Оцініть точність отриманого Вами результату вимірювань.

Довідка. Коефіцієнт відновлення – відношення абсолютних значень відносних швидкостей тіл після та до удару.

легко визначити, якщо врахувати, що різниця потенціалів між точками 1 та 2 дорівнює нулю (збалансований місток Уітстона), а тому без зміни розподілу струмів у колі ці точки можна з'єднати між собою провідником, або розімкнути. Отже, опір ділянки кола між точками A і D дорівнює $R_2 = R$. Нехай, як це показано на рисунку, сила струму через запобіжник, який з'єднує точки A і C, дорівнює I_1, а через запобіжник увімкнутий між точками D і B, дорівнює $I_1(R + R_1) = I_2(R + R_2)$.

З цих виразів випливає, що $I_2 = (5/6)I_1$. Отже, при $I_m = (11/6)I_0$ повинен перегоріти запобіжник, який з'єднує точки A і C, внаслідок чого одразу перегорить запобіжник DB і точки A і B виявляться ізольованими одна від одної. Таким чином, $I_m > (11/6)I_0 = 11$ A.

Задача 5. Розв'язок журі. При розв'язанні задач з геометричної оптики важливо правильно побудувати хід променів (*див. рис* 1.). Для побудови зображення використаємо два промені. Перший промінь беремо вертикальним. Другий іде під невеликим кутом α до першого. На межі розділу повітря – вода другий промінь зазнає заломлення та після відбиття від поверхні дзеркала виходить з води під кутом α, що визначається законом заломлення: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$

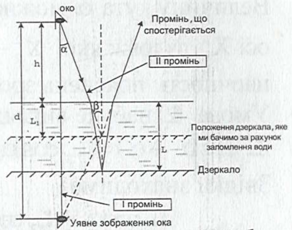


рис 1.

Оскільки кути малі, то $\sin\alpha \approx tg\alpha \approx \alpha$ (рад).

Тоді з *рис* 2., розглядаючи тангенси кутів трикутників з однаковою основою, маємо:

$$\frac{L}{L_1} = \frac{tg\alpha}{tg\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$$

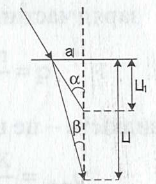


рис 2.

Відстань до уявного зображення, як відомо, вдвічі більша ніж до зеркала, тому з рис 1. маємо: $d = 2\cdot(h + L_1)$

Тоді: $$d = 2\cdot\left(h + \frac{L}{n}\right)$$

Звідки отримуємо остаточну відповідь: $L = n\cdot\left(\dfrac{d}{2} - h\right)$

Проводимо розрахунки: $L = \dfrac{4}{3}\cdot\left(\dfrac{25}{2} - 5\right) = 10$ см.

$(u\sin\beta\ \mathrm{ctg}\alpha\ )^2 + (\omega r\ )^2 = (u\cos\beta\ )^2$, звідки знаходимо:

$$\omega = \frac{u\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}}{r\sin\alpha} = \frac{u\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}}{z\cos\alpha}$$

Ми визначили кутову швидкість руху автомобіля відносно осі конуса. За умовою задачі з такою ж кутовою швидкістю змінюється напрям руху автомобіля. Нормальне прискорення визначимо із формули $a_n = \upsilon\ \omega$, $\upsilon = u\cos\beta$ – проекція швидкості автомобіля на горизонтальну площину.

Отже $\mu \geq \dfrac{\omega u}{g} = \dfrac{u^2\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}}{gz\cos\alpha}$. Із закону збереження енергії $mu^2/2 = mg(z - z_0)$ визначимо швидкість і підставимо у вираз для коефіцієнту тертя:

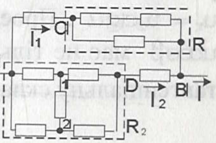
$$\mu \geq \frac{\omega u}{g} = \frac{2\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}}{\cos\alpha}\left(1 - \frac{z_0}{z}\right).$$

Якщо знехтувати розмірами майданчику, отримаємо обмеження на μ, яке не залежить від того, наскільки спустився автомобіль, і є однаковим для будь-якої висоти: $\mu \geq \dfrac{2\sqrt{\sin^2\alpha - \sin^2\beta}}{\cos\alpha}$.

Це виявилося можливим за рахунок того, що радіус траси зі збільшенням швидкості руху автомобіля збільшується саме настільки, щоб точно компенсувати всі виникаючі бокові перевантаження.

Нарешті зазначимо, що відповідь для часу підйому автомобіля зі сталою швидкістю (1) також повинна бути доповнена обмеженням або на коефіцієнт тертя, або на величину сталої швидкості υ, оскільки сили тертя можуть не впоратись із забезпеченням підйому $(F_{\|} = mg\sin\beta\ )$ і доцентрового прискорення $(F_n = ma_n)$ перед самим майданчиком, особливо якщо той має невеликий радіус. Нагадаємо, що сила тертя не може перевищити добуток коефіцієнта тертя на силу реакції опори $F = \sqrt{F_{\|}^2 + F_n^2} \leq \mu N = \mu mg\cos\beta$

Задача 4. Розв'язок журі. Основним елементом плавкого запобіжника є тонка металева дротинка. Якщо сила струму, що проходить по ній, перевищує задане значення, то дротинка плавиться за рахунок теплоти, яка виділяється в ній, і в колі утворюється розрив.



Нехай опір окремого запобіжника дорівнює R. Тоді опір R_1 ділянки кола між точками C і B (*див. рис.*) дорівнює $(2/3)R$. Опір R_2 ділянки кола між точками A і D

Обладнання

Спільне: ножиці; скотч;

Індивідуальне: дві монети по п'ять копійок; дві лінійки; аркуш міліметрового паперу.

***Задача** 2*

Завдання

- Запропонуйте метод експериментального визначення коефіцієнту в'язкості η повітря, виходячи з аналізу згасання коливань маятника, виготовленого з ниток та м'ячика для пінг-понгу. Бажано врахувати силу опору повітря, що діє не тільки на м'ячик, але й на нитку.
- Виготовте експериментальну установку та проведіть вимірювання.
- За результатами обробки одержаних Вами експериментальних даних проаналізуйте достовірність значення коефіцієнта в'язкості повітря (посилання на довідникові дані не припустимі!)
- Проаналізуйте можливість застосування запропонованого Вами методу для конкретних умов експерименту та вплив нитки на згасання коливань маятника. За яких умов проведення експерименту можна досягти найбільш точного результату?

Довідка. Наявність сил опору приводить до поступового зменшення енергії механічних коливань внаслідок її перетворення у внутрішню енергію. У найпростішому випадку сила опору прямо пропорційна швидкості руху тіла $F_{\text{оп}X} = -b\cdot\upsilon_x$. Так, при ламінарному обтіканні кулі потоком рідини або газу (коли число Рейнольда $Re = \dfrac{\rho\upsilon r}{\eta} < 1$, де ρ – густина рідини або газу, η – коефіцієнт в'язкості, r – характерний розмір тіла, тобто радіус кулі), сила опору може бути обчислена за формулою Стокса $F_{on} = 6\pi r\eta\upsilon$. Тоді при малих коливаннях горизонтальна координата тіла змінюється з плином часу за законом $x(t) = A_0 \cdot e^{-\alpha t}\cos(\omega t + \varphi_0)$. Параметр α, який називається коефіцієнтом згасання, пов'язаний з масою тіла та коефіцієнтом у формулі для сили опору: $\alpha = b/2m$, а частота коливань у випадку слабкого згасання практично не відрізняється від частоти вільних коливань при відсутності сил опору $(\omega \approx \omega_0)$.

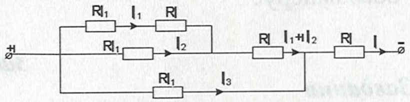
Обладнання

Спільне: ножиці; нитки швацькі; лінійка; важок масою 5 – 20 г.

Індивідуальне: м'ячик для пінг-понгу; лабораторний штатив з лапкою. рейка довжиною 1,25 м з двома забитими цвяхами.

РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ

8 клас



Задача 1. Позначивши опір амперметра R_1, нарисуємо еквівалентне коло. Запишемо закони послідовного і паралельного з'єднань для даного кола.

$I_1(R_1+R) = I_2R_1 \Rightarrow R = R_1(I_2/I_1 - 1) = 3R_1$ (1)

$I_2R_1 + (I_1+I_2)R = I_3R_1 \Rightarrow I_3 = I_2 + (I_1+I_2)R/R_1 = 19$ мА.

$U_0 = I_2R_1 + (I_1+I_2)R + IR$, враховуючи (1) і те, що $I = I_1 + I_2 + I_3$ отримаємо:

$R = U_0/(I_2/3 + I_1 + I_2 + I_1 + I_2 + I_3) = 150$ Ом. Згідно умови задачі у відповідях більше двох значущих цифр давати не можна.

Задача 2. Для запису рівняння теплового балансу необхідно провести попередні розрахунки.

1. Яку кількість теплоти треба надати льоду, щоб нагріти його до 0 ^{0}C?

$Q_л = c_л m_л (0 - t_л) = 168$ кДж.

2. Яку кількість теплоти може віддати пара при повній конденсації?

$|Q_k| = m_п r = 230$ кДж.

3. $|Q_k| > Q_л \rightarrow$ лід нагріється до 0 ^{0}C і буде плавитись.

4. Яка кількість теплоти необхідна для повного плавлення льоду?

$Q_{пл} = m_л \lambda = 1360$ кДж.

5. $Q_{пл} + Q_л > |Q_k| \rightarrow$ вода, що виникла з пари буде охолоджуватися.

6. Яку кількість теплоти може виділити вода, що виникла з пари, при охолодженні до 0 ^{0}C? $|Q_{вп}| = c_в m_п (t_п - 0) = 42$ кДж.

7. Яку кількість теплоти може виділити вода при охолодженні до 0 ^{0}C?

$|Q_в| = c_в m_в (t_в - 0) = 840$ кДж.

8. $Q_л + Q_{пл} > |Q_k| + |Q_{вп}| + |Q_в| \rightarrow$ лід розплавиться частково, кінцева температура системи $\Theta = 0\ ^0$C.

Запишемо рівняння теплового балансу $Q_л = \lambda\Delta m = |Q_k| + |Q_{вп}| + |Q_в| \rightarrow$

$\Delta m = (|Q_k| + |Q_{вп}| + |Q_в| - Q_л)/\lambda = 2{,}8$ кг.

Δm – маса льоду, що розплавилась.

$m_{лк} = m_л - \Delta m = 1{,}2$ кг, $m_{вк} = \Delta m + m_в + m_п = 6{,}9$ кг. $m_{пк} = 0$.

Задача 3. **Розв'язок журі**. Коли автомобіль піднімається вгору із сталою швидкістю υ, проекція швидкості автомобіля на вертикальний напрямок також має стале значення $\upsilon \sin\beta$. Отже висоту h у вертикальному напрямку автомобіль подолає за час $t_1 = \dfrac{h}{\upsilon \sin\beta}$ (1)

Розглянемо спуск автомобіля. Його швидкість буде збільшуватись зі сталим прискоренням $g\sin\beta$. Проекція цього прискорення на вертикальний напрямок $g\sin^2\beta$. Враховуючи, що початкова швидкість дорівнює нулю, з виразу для вертикальної координати $z = \dfrac{g\sin^2\beta\, t^2}{2}$ знаходимо час спуску $(z = h)$: $t_2 = \dfrac{1}{\sin\beta}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$. (2)

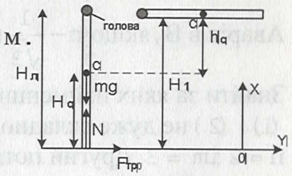
Швидкість u, яку буде мати автомобіль біля підніжжя гори, знаходимо як добуток його прискорення $g\sin\beta$ на час руху t_2.

$$u = g\sin\beta\frac{1}{\sin\beta}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

або із закону збереження енергії $mu^2/2 = mgh$. Для того, щоб автомобіль втримався на дорозі, необхідно, щоб сила тертя забезпечила доцентрове прискорення a_n, тобто $ma_n = F_{тр} \le \mu N = \mu\, mg\cos\beta$, звідки одержимо обмеження на коефіцієнт тертя $\mu \ge \dfrac{a_n}{g\cos\beta}$. (3)

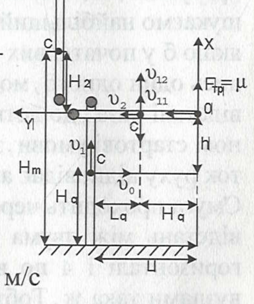
Доцентрове (нормальне) прискорення можна розрахувати за різними формулами $a_n = \upsilon^2/R = \omega^2 R = \upsilon\,\omega$, але чому дорівнює радіус R кривизни траєкторії, або кутова швидкість? Оскільки траєкторія „розкручується", радіус кривизни більший за відстань від точки траєкторії до осі конуса. Розглянемо систему координат, яка починається у геометричній вершині конусу з віссю OZ напрямленою вздовж його осі вниз. Тоді координата z і відстань r від осі OZ до точки траєкторії пов'язані співвідношенням $r = z\,ctg\alpha$, яке власне і є рівнянням конічної поверхні. Таке ж співвідношення буде між вертикальною складовою швидкості $u_z = u\sin\beta$ і радіальною складовою u_r, з якою автомобіль віддаляється від осі конуса: $u_r = u_z ctg\alpha$. Проекція швидкості автомобіля на горизонтальну площину $u\cos\beta$ має не тільки радіальну складову швидкості $u_r = u\sin\beta\, ctg\alpha$, але й тангенціальну складову $u_t = \omega r$, які взаємно перпендикулярні. Отже

Задача 2. Нехай висота людини $H_л = 170 \div 180$ см, а його центр мас (С) знаходиться на висоті $H_c = 0{,}9$ м. У фільмах про східні єдиноборства ми бачили, що для спортсменів нанести удар на висоті $H_1 = 2{,}15$ м, знаходячись у горизонтальному стані, не становить труднощів. Розглянемо поштовх спортсмена (див. рис), записавши другий закон Ньютона в проекції на вісь OX. $(N - mg)\Delta t = \upsilon_1 m$ (1), де N – середня сила реакції опори, Δt – час поштовху, υ_1 – вертикальна складова швидкості спортсмена після поштовху, m – маса спортсмена. Оскільки після поштовху центр мас спортсмена піднімається на висоту $h_c = H_1 - H_c = \upsilon_1^2/2g$, визначимо вертикальну швидкість спортсмена $\upsilon_1 = \sqrt{2g(H_1 - H_c)} = 5$ м/с. Вважаючи, що при поштовху спортсмен переміщає свій центр мас приблизно на $\Delta h_c = (0{,}1 \div 0{,}15)$ м, оцінимо вертикальне прискорення спортсмена.



$N - mg = ma = m\upsilon_1^2/(2\Delta h_c) \Rightarrow a = 100$ м/с^2 $= 10g$ (зрозуміло, що це витримає тільки добре тренований спортсмен). Оскільки a суттєво більше за g, силою тяжіння в рівнянні (1) при оцінках можна нехтувати.

Нехай при вбіганні на стінку спортсмен відштовхується від підлоги на відстані $L = 1{,}5$ м від стінки. Тоді, до взаємодії із стінкою його центр мас проходить відстань $L_c = L - H_c = 0{,}6$ м (вважаємо, що при взаємодії із стінкою спортсмен розташований практично горизонтально). Час польоту до стінки $t_c = L_c/\upsilon_0 = 0{,}1$ с. За мить до взаємодії із стінкою вертикальна швидкість спортсмена $\upsilon_{11} = \upsilon_1 - gt_c = 4$ м/с. Нехай, після взаємодії із стінкою, спортсмен рухається назад з горизонтальною швидкістю $\upsilon_2 = 3$ м/с $= \upsilon/2$ (це достатньо реально), вверх із швидкістю υ_{12}. Для часу взаємодії із стінкою (Δt) запишемо другий закон Ньютона.



OX: $(\mu N - mg)\Delta t \approx \mu N \Delta t = m(\upsilon_{12} - \upsilon_{11})$ (2)

OY: $N \Delta t = (\upsilon_0 + \upsilon_2)$ (3)

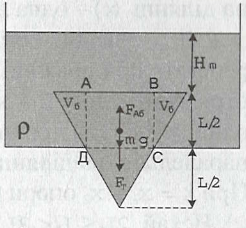
З рівнянь (2) і (3) отримаємо $\upsilon_{12} = \mu(\upsilon_0 + \upsilon_2) + \upsilon_{11} = 9{,}4$ м/с

Після взаємодії із стінкою центр мас підніметься, ще на $H_2 = \upsilon_{12}^2/2g = 4{,}4$ м.

Точка взаємодії спортсмена із стінкою **О** знаходиться на висоті:

$H_0 = H_c + h = H_c + \upsilon_1 t_c - gt_c^2/2 = 1{,}2$ м. Максимальна висота підйому спортсмена $H_м = H_0 + H_2 = 5{,}6$ м.

Задача 3. Якщо висота рівня води над основою конусу (H_m) мінімальна, на конус не діє сила реакції опори, а діє тільки вода і Земля. Силу з боку води розділимо на дві частини: F_T – сила тиску води на основу АВ циліндра АВСД,



$F_T = \rho g H_m \cdot S_{AB} = \rho g H_m S/4$ (1) (радіус круга АВ у 2 рази менше радіуса основи конуса); $F_{Aб}$ – сила тиску води на бічну частину конусу, що залишилась без циліндра АВСД. Якщо забрати циліндр АВСД, дія води на бічну частину конусу не зміниться, оскільки з'явиться нова дія води на внутрішню бічну циліндричну стінку бічної частини конуса, яка дорівнює нулю. Без циліндра бічна частина конусу повністю знаходиться у воді, тобто дія води дорівнює силі Архімеда.

$F_{Aб} = \rho g V_б = \rho g(SL/3 - S_{AB}L/2 - S_{AB}L/6)$ (2)

Запишемо умову рівноваги конуса. $F_{Aб} = m_k g + F_T$ (3), де $m_k = \rho_0 SL/3$ (4)

Враховуючи (1) – (4), отримаємо: $H_m = 2L(\rho - 2\rho_0)/3\rho$, корок не спливатиме (при $H_m > 0$) тільки при $\rho > 2\rho_0$.

Для визначення мінімальної зовнішньої сили (F_m) потрібної для піднімання корка (при $H > H_m$) запишемо умову рівноваги корка (окрім зазначених сил з'являється тільки зовнішня сила, напрямлена вгору, сила реакції опори у момент піднімання знову відсутня).

$F_m + F_{Aб} = m_k g + F_T \Rightarrow F_m = m_k g + F_T - F_{Aб} = \rho_0 gSL/3 + \rho gHS/4 - \rho gSL/6 = gS(4\rho_0 L + 3\rho H - 2\rho L)$. Для витягування корка необхідно прикласти силу $F \geq F_m$ (при $\rho > 2\rho_0$, $H = H_m$).

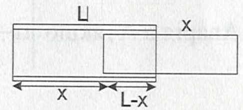
Задача 4. За умовою напруга подається до кінців реостата, це можливе тільки при підключенні до зовнішньої і внутрішньої трубки. Тільки в цьому випадку опір реостата однозначно визначається його довжиною, що має сенс (при підключенні до середньої і внутрішньої трубок опір реостата при заданій довжині визначається положенням зовнішньої трубки).

Визначимо опір трубок. $R = \rho L/S = \rho L/(2\pi Rd) = 1{,}6$ МОм, де L, R, d – відповідно довжина, радіус і товщина стінок трубки.

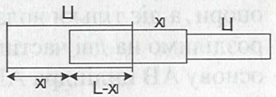
Опір будь-якої ділянки довжиною X дорівнює: $R_x = Rx/L$.

1) Розглянемо випадок коли довжина реостата $L_p \leq 2L$. Будемо витягувати внутрішню трубку, не рухаючи інші.

$L_p = L + x, x = L_p - L$ (1). На ділянці x – дві трубки паралельно, на ділянці (L – x) – три трубки паралельно,

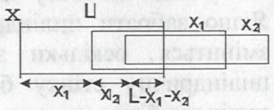


на ділянці (x) – одна. $R_x = Rx/2L + R(L-x)/3L + Rx/L = R(7x+2L)/6L =$
$= R(7L_p - 5L)/6L$ – опір реостата при $L_p \leq 2L$ лінійно залежить від L_p. Опір реостата при довжині L_p не залежить від способу її отримання. $L_p = L + x_1 + x_2$. На ділянці $(x_1 + x_2)$ – одна трубка, на ділянці $(x_1 + x_2)$ – дві трубки паралельно, на ділянці $(L - x_1 - x_2)$ – три трубки паралельно.

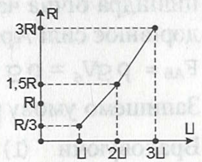


При $x = x_1 + x_2$ опори реостатів рівні.

2). Нехай $2L \leq L < 3L$. Внутрішня трубка максимально (на L) витягнута з середньої, яка на x витягнута з зовнішньої. $L_p = 2L + x$
На ділянці $(2x + L)$ – одна трубка,
на ділянці $(L - x)$ – дві трубки паралельно,
$R_x = R(2x+L)/L + R(L-x)/2L = 3R(x+L)/2L =$
$3R(L_p - L)/2L$.



Опір реостата при $2L \leq L < 3L$ лінійно залежить від L_p.
При $L = 2L$, $R_1 = 3R/2$, при $L_p = 3L$, $R_2 = 3R$.



Задача 5. **Розв'язок журі**.

З умови задачі трикутник, який утворений центрами кіл і точкою А має кути 30^0 і 60^0 і є прямокутним. Тоді відношення радіусів більшого і меншого кіл $R/r = \sqrt{3}$. Назвемо першим потяг, який відправляється з точки А, а другим той, що відправляється з В. Тоді час, через який голова першого потягу проходить точку А $\quad t_{1A} = \dfrac{2\pi r}{\upsilon} m$, де m – ціле число, яке означає кількість обертів першого потягу. Час, через який голова першого потягу проходить точку В $\quad t_{1B} = \dfrac{2\pi r}{3\upsilon} + \dfrac{2\pi r}{\upsilon} m$.

Аналогічно для другого потягу $t_{2A} = \dfrac{5\pi r}{3\upsilon} + \dfrac{2\pi r}{\upsilon} n$, $t_{2A} = \dfrac{2\pi r}{\upsilon} n$.

Аварія відбудеться в точці А або В, якщо час прибуття в цю точку потягів буде відрізнятися в ту чи іншу сторону на 5 с (час проходження потягу повз точку), тобто на $\dfrac{1}{\upsilon} = \dfrac{1}{12}\dfrac{2\pi R}{\upsilon}$. Отже $\left|t_{2A} - t_{1A}\right| < \dfrac{1}{\upsilon}$, $\left|t_{2B} - t_{1B}\right| < \dfrac{1}{\upsilon}$.

Підставимо одержані раніше вирази і скоротимо все на $\dfrac{2\pi R}{\upsilon} = 1$ хв.

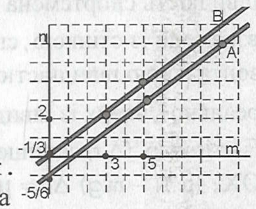
Аварія в А, якщо $\left|n - \dfrac{1}{\sqrt{3}} m + \dfrac{5}{6}\right| < \dfrac{1}{12}$ (1)

Аварія в В, якщо $\left|n - \dfrac{1}{\sqrt{3}} m + \dfrac{5}{6}\right| < \dfrac{1}{12}$ (2)

Знайти за яких найменших додатніх значеннях n і m виконуються рівності (1) і (2) не дуже складно. Виявляється, аварія відбудеться в точці В, коли $n = 2$ і $m = 3$. Другий потяг після двох повних обертів досягне цієї точки на $\left(2 - \dfrac{3}{\sqrt{3}} - \dfrac{1}{3\sqrt{3}}\right)$ *хв* $\approx 4{,}53$ с пізніше першого. Тобто аварія відбудеться рівно через 2 хвилини.

Більш наочним є графічний метод розв'язку. Якщо відкласти вздовж осі абсцис m, а вздовж ординат n, нерівності (1) буде відповідати смуга між прямими $n = \dfrac{1}{\sqrt{3}} m - \dfrac{5}{6} - \dfrac{1}{12}$ і $n = \dfrac{1}{\sqrt{3}} m - \dfrac{5}{6} + \dfrac{1}{12}$, а нерівності (2) – смуга між прямими $n = \dfrac{1}{\sqrt{3}} m + \dfrac{1}{3\sqrt{3}} - \dfrac{1}{12}$ і $n = \dfrac{1}{\sqrt{3}} m + \dfrac{1}{3\sqrt{3}} - \dfrac{1}{12}$ (див. рис). Всі прямі мають однаковий кут нахилу 30^0 і досить точно можуть бути побудовані на аркуші паперу з відповідним масштабом. Ширина смуги у вертикальному напрямку 1/6. Як бачимо з графіку, перша точка з цілими значеннями n і m має координати (3;2).

Для того, щоб відповісти на питання про найбільший час безаварійного руху, слід „порухати" смуги у вертикальному напрямку, добиваючись того, щоб на якомога більшій дільниці смуги не було вузлів масштабної сітки. Зрозуміло, що початкове положення потягів не є довільним, якщо ми шукаємо найбільший час безаварійного руху. Дійсно, якщо б у початкових положеннях потяги не дотикались один одного, можна було б відтягти їх на рівні відстані назад до дотику і, визначивши таким чином нові стартові умови, збільшити час руху. Отже початок руху відповідає аварійній ситуації, кінець – також.



Смуга проходить через початок координат. Найбільша відстань між двома вузлами, які попадають в смугу, – це 7 одиниць по горизонталі і 4 по вертикалі. Для другої смуги найбільша відстань між вузлами така ж. Тобто у найсприятливішому випадку аварія відбудеться в іншій точці через сім неповних обертів вздовж малого кола і чотири неповні оберти вздовж великого.

9 клас

Задача 1. *Див. 8 клас, задача№3.*