Міністерство освіти і науки України

Львівський фізико-математичний ліцей-інтернат
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка

ВСЕУКРАЇНСЬКИЙ ФІЗИЧНИЙ КОНКУРС

„ЛЕВЕНЯ ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ – 2025”

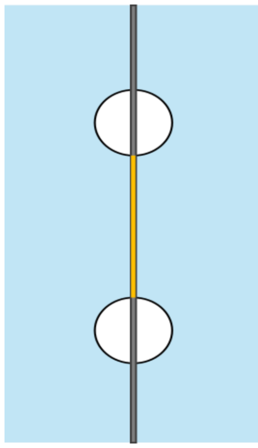
Інформаційний вісник

Львів
Каменяр
2025

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Теоретичний тур, 8-й клас

Умови та розв’язки

1.«Нашестя кульок»



Дві кульки мають тонкий наскрізний отвір по діаметру, за допомогою якого їх можна насадити на дуже довгий гладенький непровідний стрижень. Перша кулька, виготовлена з матеріалу з густиною 1200 кг/м^3 має заряд 40 нКл. Друга кулька, виготовлена з матеріалу з густиною 240 кг/м^3 має заряд 60 мкКл. Кульки зв’язали тонкою непровідною ниткою, насадили на стрижень і усю конструкцію помістили у вертикальному положенні у непровідну рідину (дивись рисунок). Після того, як у системі встановилась рівновага, нитку перерізали. На диво, після цього кульки не змінили своє положення. Визначте відношення об’ємів кульок. Густина рідини дорівнює 1000 кг/м^3, а сама рідина зменшує силу електростатичної взаємодії між кульками в 81 раз. **Зверніть увагу на те, що рисунок наведений без урахування масштабів кульок.**

Розв’язання.

З огляду на те, що після перерізання нитки положення кульок не змінилось, сила натягу цієї нитки у положенні рівноваги була рівна 0 (нитка була не натягнута). Отже кожна кулька утримувалась у положенні рівноваги дією сил тяжіння, Архімеда та кулонівської взаємодії. З урахуванням того, що кулькам було надано однойменних зарядів, вони мають відштовхуватись, отже кулька, що має меншу густину мала бути насаджена на стрижень нижче, ніж та, яка має більшу густину (див. рис.)

З умови рівноваги кожної кульки:

$$\boldsymbol{m_1 g = F_{\text{ел}} + F_{\text{Арх}1}} \qquad \boldsymbol{m_2 g + F_{\text{ел}} = F_{\text{Арх}2}}$$

Додавши два рівняння, отримаємо:

$$\boldsymbol{\rho_p g V_1 - m_1 g + \rho_p g V_2 - m_2 g = 0}$$

Ділимо обидві частини рівняння на gV_2:

$$\boldsymbol{\rho_p \frac{V_1}{V_2} - \rho_1 \frac{V_1}{V_2} + \rho_p - \rho_2 = 0}$$

$$\boldsymbol{\frac{V_1}{V_2}(\rho_p - \rho_1) = \rho_2 - \rho_p}$$

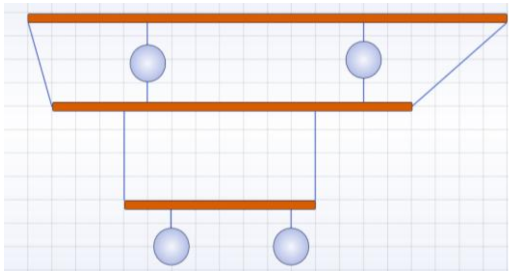
$$\boldsymbol{\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_p - \rho_2}{\rho_1 - \rho_p} = \frac{1000 - 240}{1200 - 1000} = \frac{760}{200} = 3.8}$$

Критерії оцінювання задачі №1

1. Правильно описано сили, що діють на кулі – 1 бал
2. Правильно описано причини рівноваги після розрізання нитки – 1 бал
3. Правильно складено рівняння рівноваги для кожного з тіл – 2 бали
4. Правильно розв’язано систему рівнянь – 2 бали

Усього: 6 балів

2. «Гірлянда»

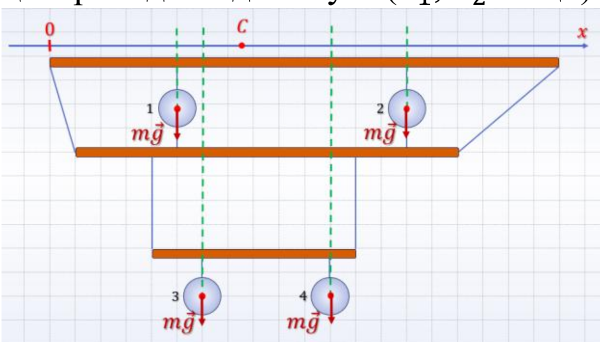


Учитель виготовив показану на рисунку систему для демонстрації деяких дослідів. Система складається з чотирьох однакових за масами та розмірами однорідних куль, трьох дуже **тонких і легких** стрижнів, та тонких невагомих ниток. Верхній стрижень може обертатися без тертя навколо осі (цвяху, що проходить через тонкий отвір у цьому стрижні), перпендикулярної до площини рисунку. На рисунку художник забув показати точку, через яку проходить ця вісь.

А. **Де саме** ця точка розташована, якщо в положенні рівноваги стрижні горизонтальні?
Б. **Як зміниться відповідь до запитання А**, якщо всю систему занурити у воду? Густина матеріалу кульок утричі більша за густину води.

Розв'язання.

А. Позначимо масу кожної кулі m, довжину сторони клітинки l. Скористаємося умовою рівноваги: сума моментів усіх зовнішніх сил, які обертають важіль проти ходу годинникової стрілки, дорівнює сумі моментів усіх зовнішніх сил, які обертають важіль за ходом годинникової стрілки (*було б ще зручніше прирівняти нулю алгебраїчну суму моментів*). Таких зовнішніх сил тут чотири: це сили тяжіння, що діють на кожну кулю. На рисунку вертикальними штриховими лініями показані *лінії дії* цих сил. Точка C (її координату x_C ми маємо знайти) показує, де саме проходить вісь обертання (цвях). Плече кожної сили тяжіння дорівнює модулю різниці координати x_C і координати центра відповідної кулі (x_1, x_2 тощо).



Умова рівноваги має вигляд:

$$mg(x_C - x_1) + mg(x_C - x_3) = mg(x_2 - x_C) + mg(x_4 - x_C).$$

Як бачимо з рисунку: $x_1 = 5l, x_2 = 14l, x_3 = 6l, x_4 = 11l.$

Отже, після підстановки отримуємо $\boldsymbol{x_C = 9l}$.

Саме таку координату має вісь обертання системи (тобто отвір і цвях). Вони розташовані на відстані 9 клітинок від лівого кінця верхнього стрижня (чи на відстані 11 клітинок від правого кінця).

Легко переконатися, що спроба розташувати вісь обертання десь на іншій частині верхнього стрижня (не між x_3 і x_4) буде невдалою.

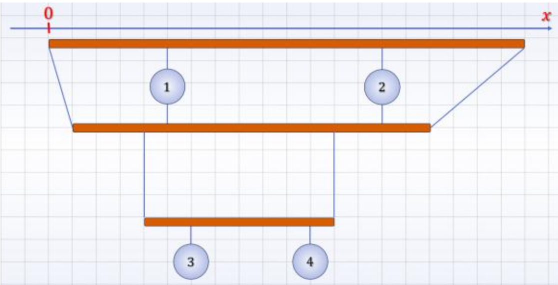
Також невдалою буде спроба визначити сили натягу ниток, розташованих між верхнім і середнім стрижнями (для цього потрібні дані, відсутні в умові задачі).

Б. Тепер до зовнішніх сил, що діють на систему, додаються сили Архімеда, що діють на кожну кулю (виштовхувальною силою, що діє на стрижні, нехтуємо, оскільки за умовою задачі вони дуже тонкі). Очевидно, що кожна сила Архімеда за модулем втричі менша від сили тяжіння кожної кулі. Отже, умовно все зводиться до зменшення ваги кожної кулі на величину архімедової сили. Головне – ці сили залишаються *однаковими* та лінії дії цих сил *не змінюються*. Таким чином, отримана в пункті А відповідь залишиться справедливою.

Другий спосіб розв'язання пункту А

Позначимо масу кожної кулі m, довжину сторони клітинки l. Пригадаємо, що в положенні рівноваги (стійкої) центр ваги системи (точка C) займає найнижче з усіх можливих положень. Якщо система може обертатися навколо нерухомої осі, то в рівновазі центр ваги обов'язково має бути на вертикалі, що проходить через вісь обертання.

У нашому випадку знайти положення центра ваги дуже легко (тим більше, що нас цікавить тільки горизонтальна координата цієї точки). Не будемо навіть застосовувати загальні формули.



Центр ваги *однакових* куль 1 і 2 має координату

$x_{C12} = \frac{x_{C1}+x_{C2}}{2} = \frac{5l+14l}{2} = 9.5l.$

Аналогічно знаходимо центр ваги куль 3 і 4:

$x_{C34} = \frac{x_{C3}+x_{C4}}{2} = \frac{6l+11l}{2} = 8.5l.$

Оскільки «тіла» 1-2 і 3-4 мають однакові маси, легко знайти координату центра ваги всієї системи:

$x_C = \frac{x_{C12}+x_{C34}}{2} = \frac{9,5l+8,5l}{2} = 9l.$

Саме таку координату має вісь обертання системи (тобто отвір і цвях). Вони розташовані на відстані 9 клітинок від лівого кінця верхнього стрижня (чи на відстані 11 клітинок від правого кінця).

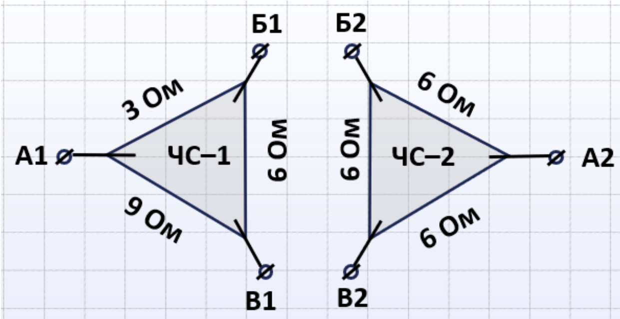
Критерії оцінювання задачі №2

А. Визначення положення точки опори, що забезпечує рівновагу системи
1. обґрунтування сил , які забезпечують рівновагу системи – 1 бал
2. умови рівноваги системи – 1 бал
3. розв'язання системи рівнянь і отримання правильного результату – 2,5 бали

Б. Рівновага системи після занурення її у рідину
4. обґрунтування сил, які забезпечують рівновагу системи у рідині та отримання остаточного результату – 1,5 бали

Усього: 6 балів

3. «Електрична комбінаторика»



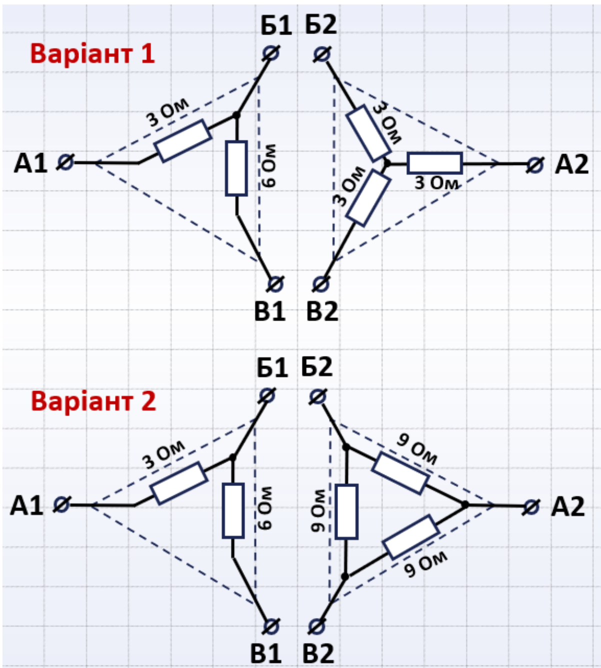
Вам пропонують дослідити «чорні скриньки» ЧС-1 і ЧС-2, кожна з яких має три клеми, а всередині містить тільки резистори. Виміряні опори між відповідними клемами зазначені на рисунку.

А. Яка **мінімальна** кількість резисторів може міститися в кожній «чорній скриньці»? Запропонуйте можливі схеми, які відповідають такій кількості резисторів.

Б. Провідниками з нехтовно малим опором з'єднують клему Б1 з клемою Б2, а клему В1 — з клемою В2. Визначте **опір** між клемами А1 і А2.

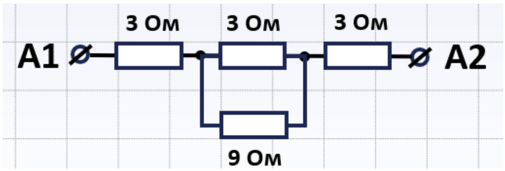
Розв'язання.

А. Підбір можливих варіантів для вмісту ЧС-1 стає дуже легким, якщо звернути увагу: опір між клемами А1 і В1 дорівнює сумі двох інших опорів між клемами. Тому «найекономніша» схема складається тільки з двох резисторів опорами 3 і 6 Ом. Що ж до вмісту ЧС-2, то достатньо звернути увагу на однакові значення всіх опорів між клемами. Тут можливі два варіанти стандартних схем, показані на рисунку: «зірка» або трикутник. Легко переконатися: обійтися *меншою* кількістю резисторів *неможливо*.



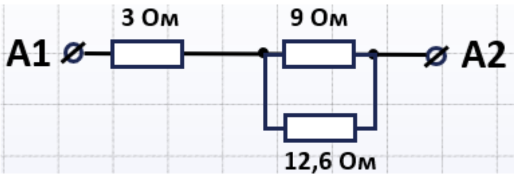
Таким чином, найменша можлива кількість застосованих резисторів: **2 резистори в ЧС-1 і 3 резистори в ЧС-2**.

Б. Для визначення опору «об'єднаного» кола між клемами А1 і А2 варіант 1 є дещо зручнішим. Еквівалентну схему можна отримати відразу.



З наведеної схеми легко отримати повний опір кола: $\boldsymbol{R = 8,25}$ Ом.

Наведемо розрахунок, що спирається на варіант 2. Після з'єднання клем Б1 і Б2, В1 і В2 резистори з опорами 6 і 9 Ом з'єднані паралельно, їх можна замінити одним резистором опором 3,6 Ом. Послідовно з цим резистором у колі стоїть резистор опором 9 Ом. Тому «остаточна» еквівалентна схема має такий вигляд:



Повний опір такого кола: $\boldsymbol{R = 3 + \frac{9 \cdot 12,6}{9+12,6} = 8,25}$ Ом.

Критерії оцінювання задачі №3

1. Подано правильні схеми для «чорних скриньок» – 3 бали
2. Доведено, що запропонована кількість резисторів є мінімальною – 1 бал
3. Правильно виконано пункт Б – 2 бали

Усього: 6 балів

4. *«Балістична гіпотеза»*

Колись існувала ідея, що світло від рухомого джерела поширюється у вакуумі зі швидкістю $c \approx 3 \cdot 10^5$ км/с, але лише відносно самого джерела світла, а не відносно інших тіл. Зокрема, якщо світло випромінюється в бік руху джерела, його швидкість збільшується на величину швидкості джерела. Якщо ж джерело рухається у протилежному напрямку, швидкість світла зменшується на таку саму величину. На основі цієї ідеї розглянемо гіпотетичні результати деяких спостережень за рухом планети, яка обертається по коловій орбіті радіусу $\boldsymbol{R}$ навколо зорі, нерухомої відносно земних астрономів. Земля розташована в площині орбіти цієї планети. Відстань між Землею та зорею дорівнює $\boldsymbol{10^5 \cdot R}$. Швидкість руху планети по орбіті не перевищує ***c/100.***

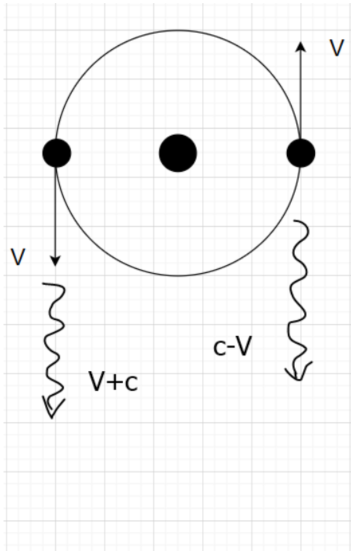
Спираючись на таку теорію, можна було б зіткнутися з доволі дивними висновками. Наприклад, земні астрономи в деякий момент могли б <u>одночасно</u> побачити в телескоп зображення цієї планети, розташовані у різних точках орбіти на найбільшій видимій із Землі відстані від зорі. Розрахуйте, якими тоді могли би бути **періоди обертання** планети.

Примітки:

1) Вважати планету джерелом відбитого світла зорі.

2) Оскільки Земля знаходиться дуже далеко від зорі, то всі промені, які йдуть від планети до Землі, можна вважати паралельними.

Розв’язання.



А. Для того щоб ми могли спостерігати одну зірку в двох діаметрально протилежних точках, як показано на рисунку, то світло випущене в цих двох точках має приходити до спостерігача одночасно, тобто

$$\frac{l}{c-V}=\frac{l}{c+V}+T\left(\frac{1}{2}+n\right),$$

де T – період обертання зірки. Другий доданок справа це час між випусканням світла з правої та лівої точок, який має бути рівним половині періоду плюс певній цілій кількості обертів n.

Звідси,

$$T=\frac{4lV}{(1+2n)(c^2-V^2)}=\frac{2\pi R}{V}.$$

Здійснимо перетворення

$$\frac{4lV}{(1+2n)(c^2-V^2)}=\frac{2\pi R}{V},$$

$$\frac{4lV^2}{(1+2n)(c^2-V^2)}=2\pi R,$$

$$4lV^2=2\pi R(1+2n)c^2-2\pi R(1+2n)V^2,$$

$$4lV^2+2\pi R(1+2n)V^2=2\pi R(1+2n)c^2,$$

$$V^2(4l+2\pi R(1+2n))=2\pi R(1+2n)c^2,$$

$$V=\sqrt{\frac{2\pi R(1+2n)c^2}{4l+2\pi R(1+2n)}},$$

$$V=\mathrm{c}\cdot\sqrt{\frac{2\pi R(1+2n)}{4l+2\pi R(1+2n)}},$$

$$V=\mathrm{c}\cdot\sqrt{\frac{1}{\frac{2l}{(1+2n)\pi R}+1}}$$

За умовою задачі

$$V\le\frac{c}{100}.$$

Звідси

$$\mathrm{c}\cdot\sqrt{\frac{1}{\frac{2l}{(1+2n)\pi R}+1}}\le\frac{c}{100}.$$

$$\frac{\mathrm{c}}{\sqrt{\frac{2l}{(1+2n)\pi R}+1}}\le\frac{c}{100}.$$

$$\sqrt{\frac{2l}{(1+2n)\pi R}+1}\ge 100$$

Врахуємо, що $\frac{l}{R} = 10^5$. Прямою перевіркою можна отримати, що ця умова задовольняється при лише n=0,1,2.

Тоді можливі періоди,

$$T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi R}{c} \cdot \sqrt{\frac{2l}{(1+2n)\pi R} + 1} = \frac{2\pi R}{c} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 10^5}{(1+2n)\pi}} \approx \frac{2\pi R}{c} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5}{(1+2n)\pi}},$$

де n=0,1,2.

Критерії оцінювання задачі №4

1. Правильна записано час надходження світла до спостерігача від планети з двох точок. – 2 бали.
2. Правильно записано вирази для швидкості та періоду обертання планети – 2 бали
3. Отримано максимальну кількість обертів планети навколо зорі, які задовольняють умову задачі. Отримано вирази для періодів обертання в залежності від кількості обертів планети. – 2 бали

Усього: 6 балів

5. ***«Практика проти теорії»***

Учень почав самостійно вивчати тему «Теплові явища» і вирішив розв'язати задачу з підручника: *«Знайдіть, яку кількість теплоти має передати нагрівач* ***постійної потужності*** *твердому тілу масою 400 г, що виготовлене з криптоніту та має температуру -40 ^{0}C, щоб перевести його у рідкий стан і нагріти до температури +30 ^{0}C у посудині з теплоємністю 200 Дж/^{0}C. Втратами теплоти та випаровуванням в навколишнє середовище знехтуйте. Побудуйте графік залежності температури посудини з речовиною від часу, якщо тривалість всього процесу 15 хв».*

Усі результати своїх обчислень (довідникові дані були в підручнику) учень записав у таблицю, що наведена нижче, побудував графік з трьох прямолінійних ділянок і побіг до батька в гараж перевіряти все на практиці, чомусь запам'ятавши, що рідкий криптоніт має питому теплоємність **утричі більшу** за твердий. Підібравши відповідне обладнання, учень почав експеримент та з сумом побачив, що все йде не за планом:

- внаслідок теплообміну з повітрям всі процеси тривають зовсім інший час, ніж планувалося;
- ділянки нагрівання, які на графіку були прямими, виявилися викривленими;
- скільки учень не нагрівав посудину з криптонітом, вище за 28 ^{0}C нагріти її не вдавалося.

τ, хв	...	…	6	9	12	15
t, ^{0}C	…	…	10	10	15	30

Учень у розпачі вимкнув нагрівач, поспостерігав за процесами охолодження та кристалізації криптоніту, випадково розлив рідину на таблицю з експериментальними даними і пішов геть. З усіх записів залишилася частина теоретично розрахованої таблиці та тривалість процесів плавлення та кристалізації в реальних умовах - 10 та 15 хвилин відповідно.

А. Використовуючи данні реальних вимірювань, визначте **скільки часу тривав процес плавлення** згідно теоретичних розрахунків учня для ідеалізованих умов задачі з підручнику.

Б. За залишками теоретичної таблиці розв'яжіть задачу з підручника: **побудуйте теоретичний графік залежності температури від часу та знайдіть необхідну на весь процес кількість теплоти.**

В. **Знайдіть температуру повітря** в гаражі, уважаючи її постійною протягом всього експерименту.

Г. **Схематично зобразіть** залежність температури від часу (*координатна сітка теоретичного і схематичного графіків повинна збігатись*) для реального процесу нагрівання криптоніту в гаражі **й обґрунтуйте** вигляд викривлених ділянок.

Вказівка. *Уважати, що теплова потужність теплообміну між посудиною з криптонітом та повітрям прямо пропорційна до різниці температур між ними з постійним коефіцієнтом пропорційності.*

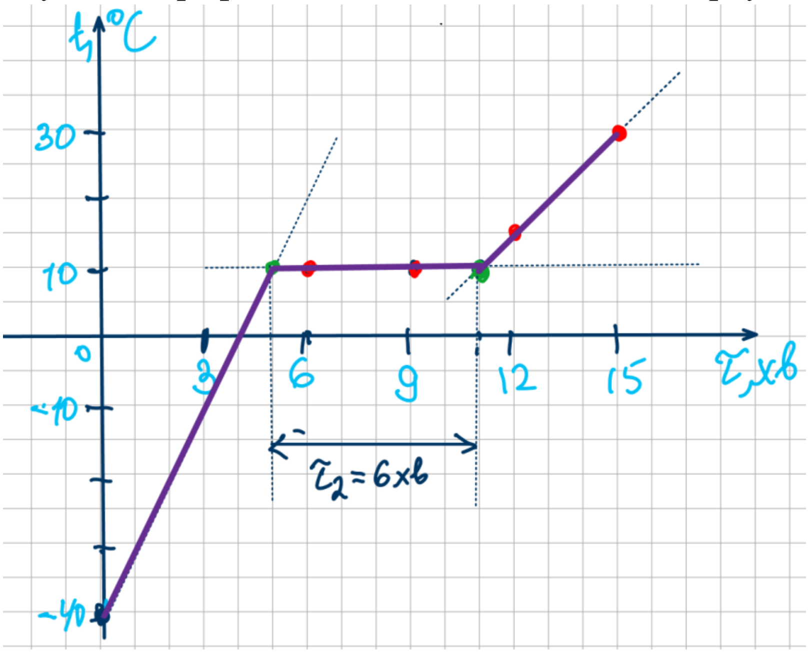
Розв'язання.

А. Розглянемо процеси плавлення та кристалізації. Зрозуміло, що без врахування теплових втрат його тривалість τ_2 може бути знайдена через закон збереження енергії: $P\tau_2 = \lambda m.$ Так як температуру під час фазового переходу вважаємо постійною, а потужність теплових втрат пропорційна різниці температур з навколишнім середовищем, то запис закону збереження енергії під час плавлення та кристалізації дає систему рівнянь, що і дозволяє знайти значення τ_2 :

$$\begin{cases} P\tau_2' = \lambda m + k\,(t_{\text{пл}} - t_{\text{кімн}})\tau_2' \\ k\,(t_{\text{пл}} - t_{\text{кімн}})\tau_2'' = \lambda m \\ P\tau_2 = \lambda m. \end{cases}$$

, де τ_2' та τ_2'' - це час плавлення та кристалізації в реальних умовах. Розв'язуючи систему отримуємо: $\tau_2 = \frac{\tau_2'\tau_2''}{\tau_2'+\tau_2''} = 6$ хв.

Б. Цілком зрозуміло з таблиці, що температура плавлення криптоніту дорівнює 10 ^{0}C, тому легко (або аналітично, або графічно) знайти точку перетину ліній плавлення та нагрівання рідкої речовини та побачити, що плавлення скінчилося в 11-ту хвилину після початку спостереження, а тривалість третього етапу в ідеалізованих умовах складає τ_3=4 хвилини (що відповідає нагріву на 20 ^{0}C). В попередньому пункті ми розрахували тривалість ідеалізованого плавлення – τ_2=6 хвилин. Тобто нагрівання твердої фази тривало τ_1=5 хвилин (разом 15 хвилин за умовою), за які тіло нагрілося на 50 ^{0}C. Шуканий графік малюємо виходячи з цих міркувань у вигляді ломаної з трьох відрізків.



Запишемо балинс енергій для всіх трьох процесів у випадку відсутності теплообміну з повітрям:

$$\begin{cases} Q_1 = P\tau_1 = (C + c_{\text{тв}}\, m)\Delta t_1 \\ Q_2 = P\tau_2 = \lambda m \\ Q_3 = P\tau_3 = (C + c_{\text{рід}}\, m)\Delta t_3 \\ c_{\text{рід}} = 3c_{\text{тв}} \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, отримуємо:

а) $c_{\text{тв}}$=500 Дж/(кг·^{0}C), $c_{\text{рід}}$=1500 Дж/(кг·^{0}C);

б) Q_1=Q/3; Q_2=2Q/5; Q_3=4Q/15, де Q=60 кДж – шукана кількість теплоти;

в) P=200/3 Вт – потужність нагрівача

г) λ=60 кДж/кг – питома теплота плавлення криптоніту.

В. Так як тривале нагрівання не дало можливості нагріти посудину з рідким криптонітом вище 28 ^{0}C, це означає, що за цієї температури вся потужність нагрівача йде на передачу теплоти зовнішньому середовищу:

$$P = k\,(t_{\text{макс}} - t_{\text{кімн}}).$$

Об'єднавши це рівняння з рівняннями:

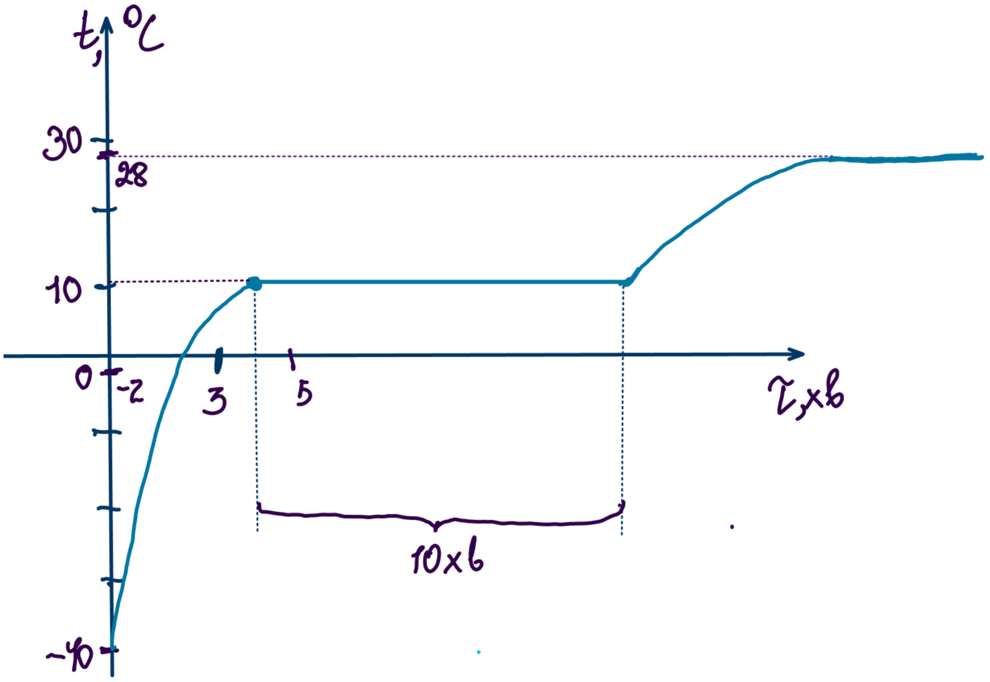
$$P\tau_2' = \lambda m + k\,(t_{\text{пл}} - t_{\text{кімн}})\tau_2';$$

$$k\,(t_{\text{пл}} - t_{\text{кімн}})\tau_2'' = \lambda m;$$

З даних рівнянь отримуємо температуру в доволі холодному гаражі:

$$t_{\text{кімн}} = t_{\text{пл}} - (t_{\text{max}} - t_{\text{пл}})\frac{\tau_2'}{\tau_2''} = -2^0\text{C}.$$

Г. Для побудови шуканого графіка врахуємо що потужність теплових втрат пропорційна до різниці температур криптоніту і навколишнього середовища. Тоді для інтервалу температур -40°C .. -2°C навколишнє середовище пришвидшує нагрівання, а від -2°C до 28°C навпаки сповільнює. Такий вплив призведе до того шо процес нагрівання твердої фази завершиться швидше, а процеси плавлення та нагрівання рідкої речовини тривають довше, причому після досягнення 28°C графік стає горизонтальним. Вплив теплообміну з навколишнім середовищем призводить до більш різкого зростання графіку при нагріванні до -2°C і повільного після -2°C, що призводить до викривлення графіку.



Критерії оцінювання задачі №5

А. Визначте скільки часу тривав процес плавлення – 1.5 бали
1. Отримана система рівнянь, що дозволяє визначити час плавлення – 1 бал
2. Розв'язана система та отримано час плавлення – 0.5 бали

Б. Побудуйте теоретичний графік залежності температури від часу та знайдіть необхідну на весь процес кількість теплоти – 2 бали
1. Побудовано теоретичний графік з правильно визначеними числовими проміжками процесів. – 1 бал
2. Знайдено кількість теплоти – 1 бал

В. Знайдіть температуру повітря – 1 бал
1. Записана правильна система рівнянь і знайдено температуру в гаражі. – 1 бал

Г. Схематично зобразіть залежність температури від часу й обґрунтуйте вигляд викривлених ділянок – 1.5 бали
1. Побудовано схематичний графік – 1 бал
2. Наведено обґрунтування отриманого графіку. – 0.5 бали

Усього: 6 балів

Задачі запропонували: 1. Мєшков О.Ю.,2-3. Гельфгат І.М., 4. Олійник А.О., 5. Пашко М.І.

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Теоретичний тур, 9-й клас

1. «Полювання»

По колу радіуса $\boldsymbol{R}$ бігає мураха з постійною за модулем швидкістю $\boldsymbol{\upsilon}$. В деякій точці цього кола знаходиться ящірка. Вона дуже полюбляє бігати за мурахами, але її швидкість $\boldsymbol{u}$ менша за $\boldsymbol{\upsilon}$ та спрямована завжди на мураху. Згодом виявилося, що **відстань** між ними перестала змінюватися. **Якою вона стала**? Мураху та ящірку вважайте матеріальними точками.

Розв'язання.

Оскільки швидкість ящірки менша від швидкості мурахи, то вона (ящірка) змушена зменшувати радіус кола свого руху. Тому, на початковому етапі, ящірка буде рухатись по спіралі, до тих пір, поки періоди обертання обох тіл не зрівняються.

Період руху мурахи

$$T_1 = \frac{2\pi R}{v}$$

Період руху ящірки

$$T_2 = \frac{2\pi r}{u}$$

За умови незмінної відстані між тілами $x = const$ періоди $T_1 = T_2$.

Звідси

$$\frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi r}{u}$$

Відповідно радіус кола руху ящірки $r = Ru/v$.

З малюнку відстань

$$x = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{u^2}{v^2}R^2} = R\sqrt{1 - \frac{u^2}{v^2}}$$

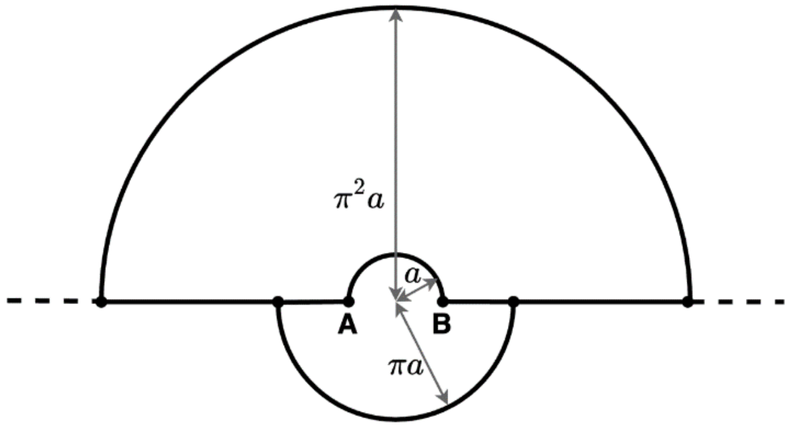
Критерії оцінювання задачі № 1 «Полювання»

1. Обґрунтування необхідності ящірці перейти на траєкторію меншого радіусу 1,5 бала
2. Визначення періодів рівномірного руху по колу мурахи та ящірки 1 бал
3. Наведення малюнка та напрямків швидкостей 1 бал
4. Встановлення умови незмінності відстані між тілами 1 бал
5. Розрахунок радіусу кола руху ящірки 0,5 бала
6. Розрахунок відстані між тілами 1 бал.

ЗАГАЛОМ 6,0 балів

2. *«**Нескінченні $\boldsymbol{\pi}$-вкола»***

З мідного дроту діаметром 0.1 мм зібрали нескінченну схему, як показано на рисунку. Вона складається з півкіл та з'єднань між ними вздовж діаметру. Кожне наступне півколо має радіус в $\boldsymbol{\pi}$ разів більший за попередній. Радіус найменшого півкола $\boldsymbol{a} = 50$ см. **Знайдіть опір** такої нескінченної схеми між точками A та B. Питомий опір міді $\boldsymbol{\rho} = 0.017\,\frac{\text{Ом}\cdot\text{мм}^2}{\text{м}}$. Уважайте π = 3.14.



Розв'язання.

Позначимо опір найменшого півкола як R_1. З формули для опору провідника можна знайти цей опір $R_1 = \rho \cdot l/S$, де $l = \pi a$ – довжина півкола, а $S = \pi d^2/4$ – площа поперечного перерізу дроту. Тоді

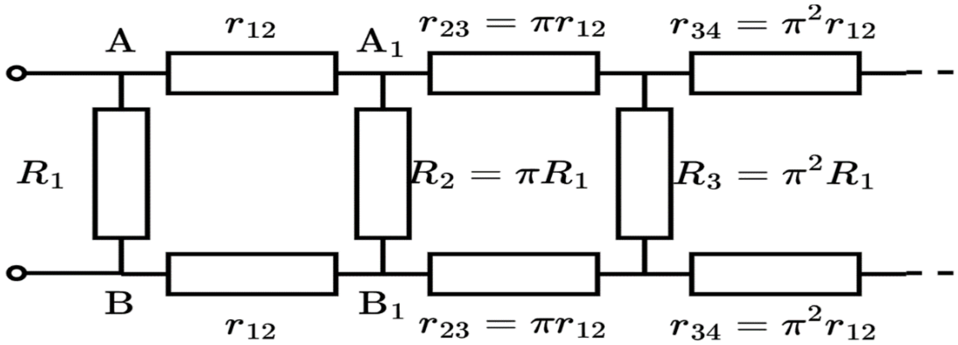
$$R_1 = \rho \cdot \frac{\pi a}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\rho a}{d^2} = 3.40\ \text{Ом}.$$

У наступного півкола радіус в π разів більший, тому і довжина півкола в π разів більша – а значить і опір в π разів більший $R_2 = \pi R_1$. У третього півкола опір в π разів більший ніж у другого $R_3 = \pi R_2 = \pi^2 R_1$ і так далі.

Тепер аналогічно розглянемо опір з'єднання між першим і другим півколом r_{12}. Довжина цього з'єднання дорівнює $l = (\pi - 1)a$, а опір дорівнює $r_{12} = \rho\frac{(\pi-1)a}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\rho a(\pi-1)}{\pi d^2} = 2.32$ Ом.

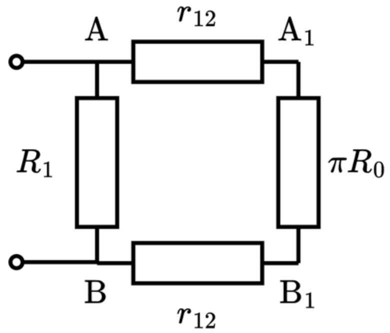
Довжина з'єднання між другим і третім півколом дорівнює $\pi^2 a - \pi a = \pi(\pi - 1)a$, тобто в π разів довше і має в π разів більший опір $r_{23} = \pi r_{12}$. І так далі, кожне наступне з'єднання має в π разів більший опір попередній.

Порахувавши опори всіх елементів схеми давайте перемалюємо її на еквівалентну схему з резисторів. Вертикальні резистори R відповідають півколам, а горизонтальні r – з'єднанням між ними



Виходить стандартний нескінчений ланцюг в якому кожна наступна ланка (одна ланка складається з резистора R та двох резисторів r

справа від нього) має опір в π разів більший. Щоб знайти опір такого ланцюга скористаємось стандартним прийомом – уявно приберемо першу ланку та розглянемо опір системи між точками A_1 та B_1. Легко помітити, що схема виглядає так само як початкова, єдина різниця – всі опори в π разів більші. Отже і повний опір такої схеми буде просто в π разів більшим за повний опір початкової схеми між точками A, B. Тепер повернемось до початкової схеми і замінимо частину між A_1 та B_1 на πR_0, де R_0 – повний опір схеми між A та B. Виразимо опір повної схеми через опір елементів на рисунку. Він складається з паралельного з'єднання R_1 та $2r_{12} + \pi R_0$. Тоді



$$R_0 = \frac{R_1(2r_{12} + \pi R_0)}{R_1 + 2r_{12} + \pi R_0}$$

В цьому рівнянні нам невідомий лише повний опір R_0. Якщо привести доданки до спільного знаменника – отримаємо квадратне рівняння яке можна розв'язати відносно R_0:

$$R_0 = \frac{R_1(\pi - 1)}{2\pi} - \frac{r_{12}}{\pi} \pm \sqrt{\left(\frac{R_1(\pi - 1)}{2\pi} - \frac{r_{12}}{\pi}\right)^2 + \frac{2R_1 r_{12}}{\pi}}.$$

Єдиний додатній розв'язок – з плюсом, тому обираємо його і підставляємо обраховані значення R_1 та r_{12}:

$$R_0 = \frac{R_1(\pi - 1)}{2\pi} - \frac{r_{12}}{\pi} + \sqrt{\left(\frac{R_1(\pi - 1)}{2\pi} - \frac{r_{12}}{\pi}\right)^2 + \frac{2R_1 r_{12}}{\pi}} = 2.7 \text{ Ом}.$$

Відповідь: $R_0 = 2.7$ Ом.

Критерії оцінювання задачі № 2 «Нескінченні π-вкола»

1. Знайдено опір окремих ділянок кола 1 бал
2. Зображено еквівалентну схему з’єднання опорів 2 бали
3. Застосований стандартний метод розрахунку нескінченних ланцюжків 1 бал
4. Отримане правильне квадратне рівняння 1,0 бал
5. Знайдено опір нескінченного ланцюжка 1 бал

ЗАГАЛОМ 6,0 балів

3. «Не стій – стрибай!»

Гумову кульку відпускають без початкової швидкості з певної висоти над горизонтальною рівною підлогою так, що кулька увесь час рухається вертикально і поступально. На рисунку наведено скріншот аудіозапису перших 6 ударів кульки об підлогу, для зручності на рисунку додано більш детальну шкалу часу у вигляді клітинок.
Дослідник не встиг увімкнути аудіозапис синхронно з моментом відпускання кульки.
Важливою характеристикою пружного зіткнення двох тіл є коефіцієнт відновлення, який визначається як відношення швидкостей тіл після та до пружного удару.
А. Користуючись рисунком, знайдіть **коефіцієнт відновлення.**
Б. Визначте **початкову висоту**, з якої відпустили кульку.
В. Визначте **шлях**, пройдений кулькою до моменту п’ятого удару.
Опором повітря під час польоту кульки знехтувати. Вважати $g = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Розв’язання.

Момент удару кульки об підлогу визначаємо на аудіозаписі як пікове значення на початку ділянки.
Для перших 6 ударів кульки об підлогу ці моменти часу наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Удар	1	2	3	4	5	6
Момент часу, с	0,10	0,52	0,86	1,14	1,37	1,56

З цих даних можна визначити час польоту між сусідніми зіткненнями. У процесі польоту між ударами втратами енергії за умовою задачі можна знехтувати, отже рух кульки між двома послідовними ударами можна розглядати як вільне падіння – рівноприскорений рух з постійним прискоренням $g = 10\ \text{м/с}^2$.

Можна побачити, що проміжок часу між двома послідовними ударами після кожного удару зменшується. Це пов’язано із втратами енергії при зіткненнях з підлогою, адже удари є не абсолютно пружними.

Максимальну висоту, на яку зможе піднятись кулька у процесі польоту, можна визначити:

$$h_{max} = \frac{{v_0}^2}{2g}.$$

Початкову швидкість, знаючи час польоту, можна визначити:

$$v_0 = \frac{gt}{2}.$$

Таким чином, за даними отриманими з аудіозапису можна визначити початкову швидкість кульки після кожного удару, максимальну висоту підйому кульки на кожному інтервалі між ударами та коефіцієнт відновлення.

Результати наведено у таблиці 2 та таблиці 3.

Таблиця 2

Удар	1	2	3	4	5	6
Швидкість кульки після удару, м/с	2,10	1,70	1,40	1,15	0,95	неможливо визначити
Коефіцієнт відновлення	неможливо визначити	0,81	0,82	0,82	0,83	неможливо визначити-

Таблиця 3

Інтервал	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7
Тривалість польоту, с	неможливо визначити	0,42	0,34	0,28	0,23	0,19	неможливо визначити
Максимальна висота підйому, м	неможливо визначити	0,22	0,1445	0,098	0,066	0,045	неможливо визначити

Як видно з таблиці 2, коефіцієнт відновлення, в умовах реального експерименту має певний розкид.

Середнє значення коефіцієнту відновлення у рамках нашої задачі:

$$k \approx 0{,}82.$$

Знаючи швидкість кульки після першого удару і середнє значення коефіцієнту відновлення, визначимо швидкість кульки до першого удару:

$$v_{01} = \frac{v_{11}}{k} \approx 2{,}56\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Тоді висота відпускання кульки до першого удару:

$$H_0 = \frac{v_{01}^2}{2g} \approx 0{,}33\ \text{м}.$$

Для знаходження шляху, пройденого кулькою до моменту п’ятого удару об підлогу, скористаємось наступною залежністю:

$$L = H_0 + 2H_1 + 2H_2 + 2H_3 + 2H_4 \approx 1{,}39\ \text{м}.$$

Критерії оцінювання задачі № 3 «Не стій – стрибай!»

1. Визначення моментів часу ударів з аудіозапису. Визначення та обчислення тривалості польоту між ударами з аудіозапису1 бал.
2. Виведення робочої формули та обчислення швидкостей кульки після ударів 1бал.
3. Обчислення коефіцієнтів відновлення 1 бал.
4. Визначення та обчислення коефіцієнту відновлення для першого удару 1 бал.
5. Виведення робочої формули та обчислення початкової висоти, з якої відпустили кульку 1 бал.
6. Виведення робочої формули та обчислення шляху, пройденого кулькою до моменту п'ятого удару 1 бал.

ЗАГАЛОМ 6,0 балів

4. «Спливаємо?»

У велику порожню посудину кладуть симетричне відносно вертикальної осі тіло складної форми з плоскою нижньою поверхнею площею $\boldsymbol{S}$, що прилягає до дна, і починають обережно повільно наливати воду таким чином, що вода зверху безпосередньо не ллється на тіло. Вода вільно підтікає під тіло. На графіку (дивись рисунок) показана залежність тиску тіла на дно (відношення сили тиску до площі $\boldsymbol{S}$) від висоти рівня рідини. Воду припиняють наливати в посудину, коли рівень води доходить до верхньої точки тіла.

А. **Яка густина** цього тіла?

Далі це тіло кладуть в точно таку ж порожню посудину, але з мулистим дном (таким, що вода не підтікає під тіло) і знову аналогічним чином обережно повільно наливають воду до верхньої точки тіла.

Б. Чи зможе спливти тіло в цьому випадку?

В. Знайдіть рівень води, за якого тиск тіла на мулисте дно є найменшим.

Уважайте, що $\boldsymbol{g}$ =10 м/с^2, густина води $\boldsymbol{\rho}_\text{в} = 1000\ \text{кг/м}^3$. Для відповіді на питання задачі ви можете робити побудови на рисунку. Тоді він буде частиною розв'язку, і його необхідно вкласти в роботу. **УВАГА! В жодному разі НЕ підписуйте цей аркуш!**

Розв'язання.

А) Коли вода доходить до верхньої межі тіла, то, судячи із графіка (при h=20 см тиск тіла на дно рівний нулю), сила тяжіння дорівнює силі Архімеда, що діє на повністю занурене тіло. Це значить, що густина тіла рівна густині води.

Б) Якщо дно є мулистим, то вода не підтікає під пласке дно тіла, а значить на тіло вже не може діяти сила тиску води на нижню поверхню тіла , що спрямована вертикально вгору і рівна $\rho_\text{в} ghS$, де S – площа поверхні, що дотикається до дна. Отже, при повному зануренні вода буде додатково притискати тіло до дна, а не створювати виштовхувальну силу. А значить тіло не спливе за жодних обставин.

В) Розпишемо тиск з боку тіла на дно у випадку підтікання води.

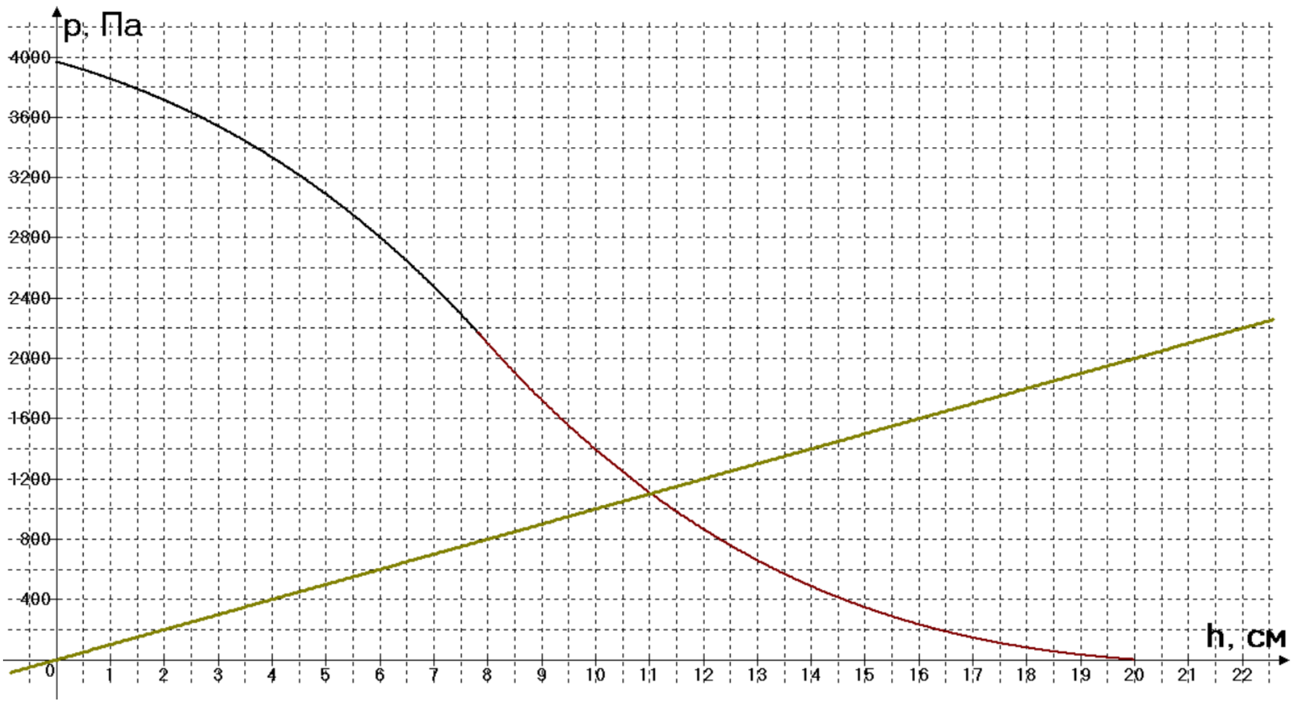
$$p(h) = \frac{mg - F_A(h)}{S} = \frac{mg - (F_\text{знизу}(h) + F_\text{інше}(h))}{S}$$

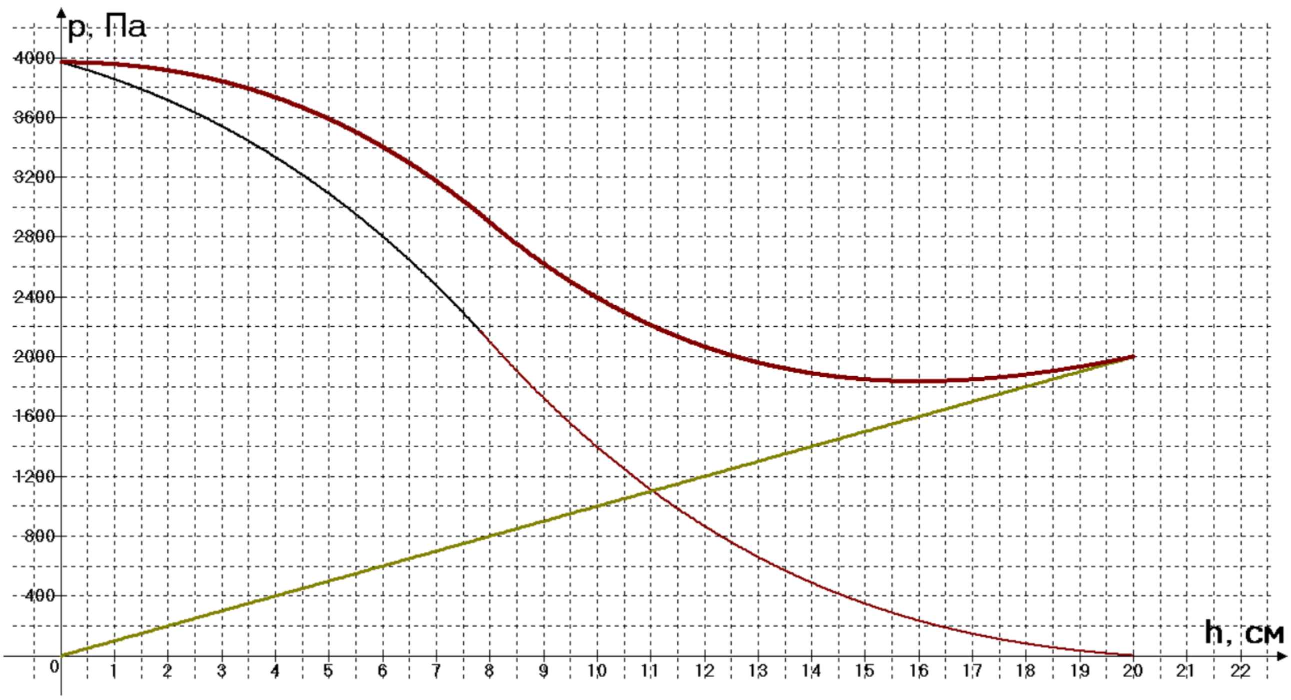
Сила Архімеда є результуючою силою тиску води на тіло, тобто розкладається на 2 сили: $F_{\text{знизу}} = \rho_{\text{в}} g h S$ - сила гідростатичного тиску, що діє на нижню поверхню тіла, яка прилягає до дна, і $F_{\text{інше}}$ - сумарна сила, що діє на всю іншу поверхню тіла.

Тепер запишемо тиск для ситуації із мулистим дном, враховуючи, що $F_{\text{знизу}}$ вже діяти не може:

$$p_{\text{м}}(h) = \frac{mg - F_{\text{інше}}(h)}{S} = p(h) + \frac{F_{\text{знизу}}}{S} = p(h) + \rho_{\text{в}} g h.$$

Отже, з даного в задачі графіка можна отримати залежність тиску від висоти $p_{\text{м}}(h)$ провівши додатково на графіку лінійну залежність $\rho_{\text{в}} g h$ (див. на графіку нижче) та додавши $p(h)$ та $\rho_{\text{в}} g h$ для однакових h.





Тоді, з фінального графіка $p_м(h)$ видно, що тиск буде найменший коли $h \approx 16$ см.

Критерії оцінювання задачі № 4 «Спливаємо?»

1. Знаходження густини тіла 1,5 бали
2. Аргументована відповідь на питання чи спливатиме тіло 1 бал
3. Знаходження рівня води, за якого тиск тіла на мулисте дно є найменшим 3,5 бали.

ЗАГАЛОМ 6,0 балів

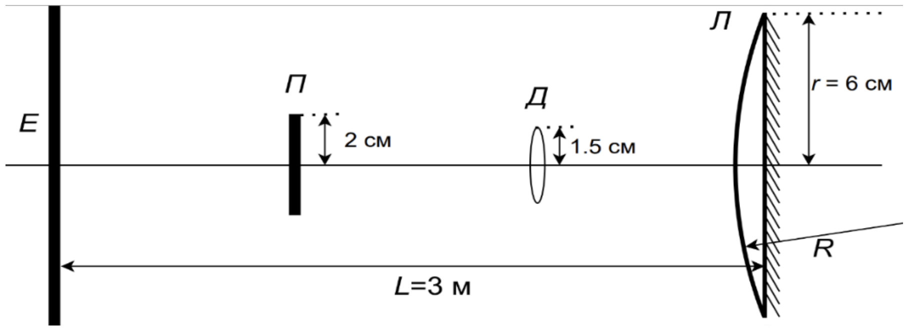
5. «Оптична лава»

Оптична система складається з великого екрану *Е*, непрозорої пластини *П* у формі диску, радіус якого 2 см, джерела світла *Д* у формі тонкого кільця, радіус якого 1.5 см, та плоско-опуклої тонкої лінзи *Л* з радіусом оправи ***r*** = 6 см, послідовно розташованих вздовж осі системи (дивитися рисунок). Плоска поверхня лінзи вкрита сріблом і віддзеркалює світло. Показник заломлення речовини лінзи ***n*** = 1.35. Всі елементи розташовані в площинах, перпендикулярних до спільної головної оптичної осі системи, а їхні центри лежать на цій осі. Відстань від екрану до лінзи дорівнює ***L*** = 3 м.

Пластину встановили на деякій відстані ***x*** від екрану, після чого почали пересувати джерело світла вздовж оптичної осі. При цьому виявилось, що повна тінь на екрані зникає **повністю** лише тоді, коли джерело знаходиться в одному єдиному положенні на відстані ***l*** від екрану.

За якого максимального значення радіусу *R* кривизни опуклої поверхні лінзи це можливо?

Уважайте розміри всіх елементів набагато меншими за відстань ***L***.

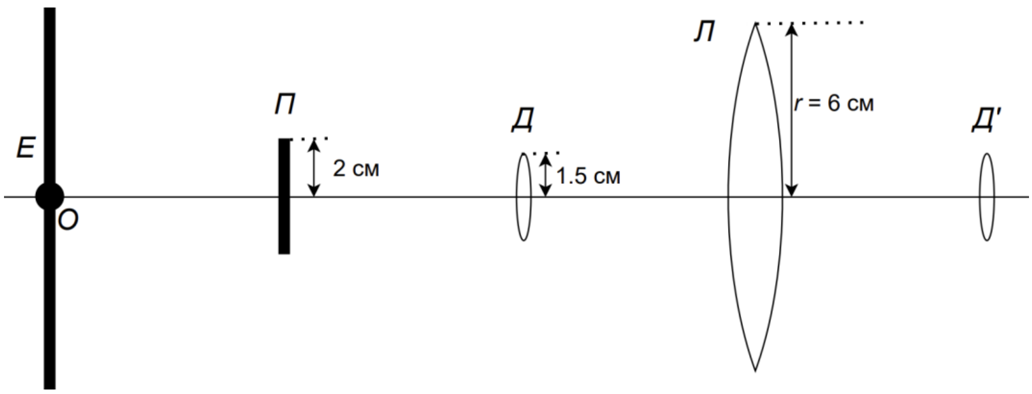


Підказка. Залежність оптичної сили плоско-опуклої тонкої лінзи від радіусу кривизни її опуклої поверхні та показника заломлення задається формулою

$$D = \frac{n-1}{R}.$$

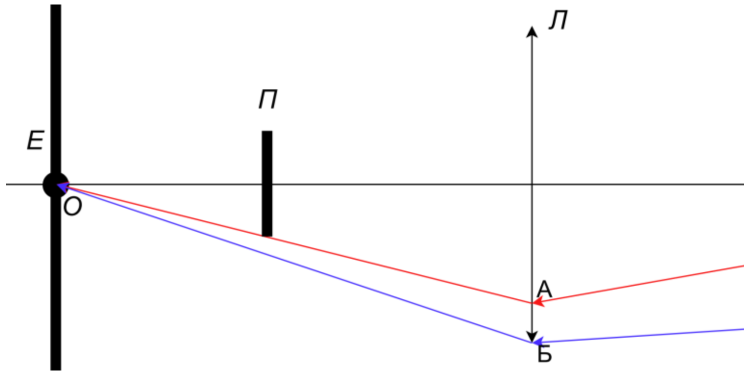
Розв'язання.

По-перше, джерело напряму ніколи не може освітити екран за перегородкою, особливо в точці О. Світло попадає туди від лінзи, тобто освічується зображенням джерела. Ми можемо добудувати другу половину лінзи та побудувати зображення *Д'* в дзеркалі.



Складніше усього позбавитись тіні в т. О. Щоб цю точку взагалі можна було освітити, треба, щоб перегородка не закривала повністю лінзу. Тобто кутовий розмір перегородки має бути не більше за кутовий розмір лінзи.

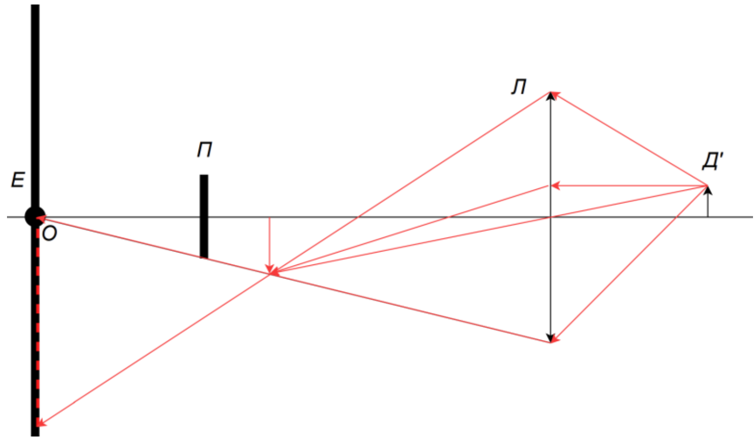
Нехай кутовий розмір перегородки менше, ніж лінзи. Тоді існує багато точок на лінзі, з яких промінь приходять в О. На малюнку це точки між А та Б.



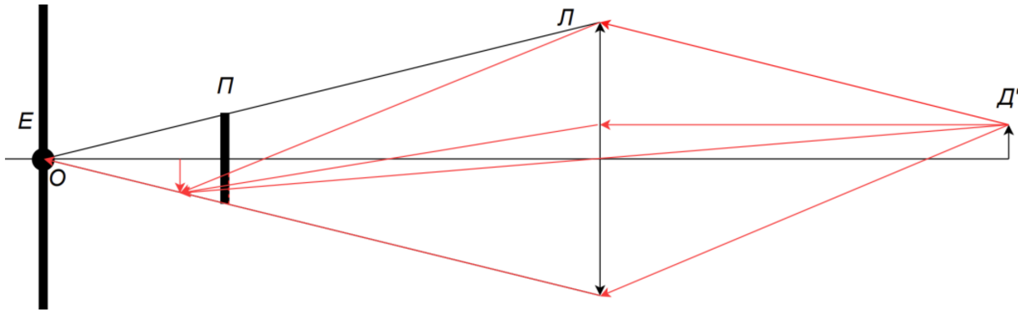
Відомо, що тінь зникає лише при одному положенні джерела. Це значить, що в точку О промінь може попасти лише в одній ситуації – отже, точки А та Б мають збігатись. Кутовий розмір перешкоди та лінзи мають бути однаковими, звідси x = L * (2 см/6 см) = L / 3.

Побудуємо зображення та проведемо граничні промені від лінзи до нього, щоб зрозуміти, як підсвічується екран. Зображення має знаходитись на прямій ОА (чи ОА'), щоб промінь міг влучити в точку О.

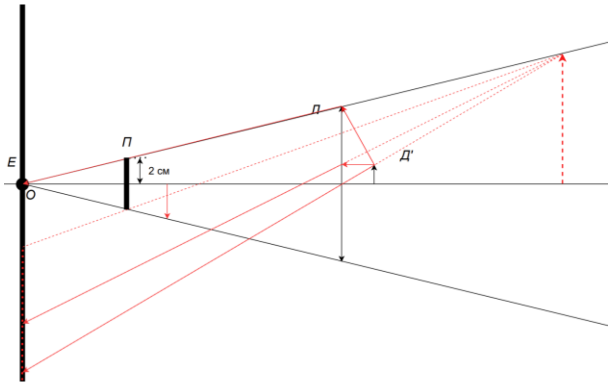
- Дійсне зображення за перегородкою: тінь повністю прибирається - **підходить**



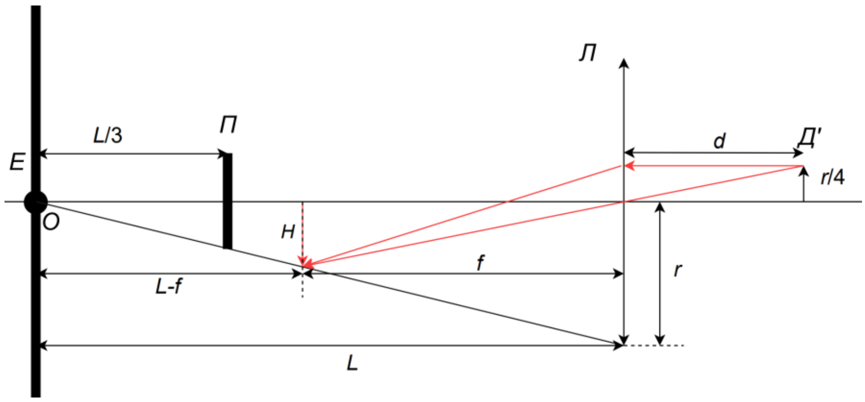
- Зображення перед перегородкою: усі промені від лінзи попадуть на перегородку - не підходить



- Уявне зображення: точка О підсвітиться, але навколо неї залишиться тінь – всі інші промені впадуть або на перегородку, або на екран, але на великій відстані від оптичної осі - не підходить



Позначимо відстані від лінзи до джерела *d* та від лінзи до зображення *f*. Нехай розмір зображення *H*



Маємо систему з трьох рівнянь: умова на збільшення лінзи (1), умова підсвітки т. О (2), та формула тонкої лінзи (3).

$$(1) \qquad \frac{H}{r/4} = \frac{f}{d}$$

$$(2) \qquad \frac{H}{L-f} = \frac{r}{L}$$

$$(3) \qquad \frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{2(n-1)}{R}$$

Виражаючи d з (3) та H з (2), отримуємо в рівнянні (1):

$$f(n-1) - \frac{R}{2} = \frac{2R}{L}(L-f)$$

$$f = \frac{2.5L}{2 + L(n-1)/R}$$

Чим більше *R*, тим більше *f*. Більше якогось значення радіуса, зображення просто утвориться перед перегородкою. З умови, що зображення створюється за перегородкою *f < 2 L/3,* отримуємо.

$$\boxed{R < \frac{4L(n-1)}{7} = 60\,\text{см}}$$

Відповідь: R_{max} = 0,6 м.

Критерії оцінювання задачі № 5 «Оптична лава»

1. Визначення сумарної оптичної сили системи -1 бал
2. Побудова граничних променів та визначення значення *x* -1 бал
3. Аналіз зображень, які може давати система -1,5 бали
4. Побудова та аналіз оптимального розташування зображення 0,5 балів
5. Запис та розв'язок системи рівнянь -1 бал
6. Визначення умови, за якої *R* буде максимальним та числового значення R_{max} -1 бал.

ЗАГАЛОМ 6,0 балів

Задачі запропонували: 1. Майзеліс З.О., 2. Рідкокаша І.П., 3. Мєшков О.Ю., 4. Олійник А.О., 5. Микуленко О.І.

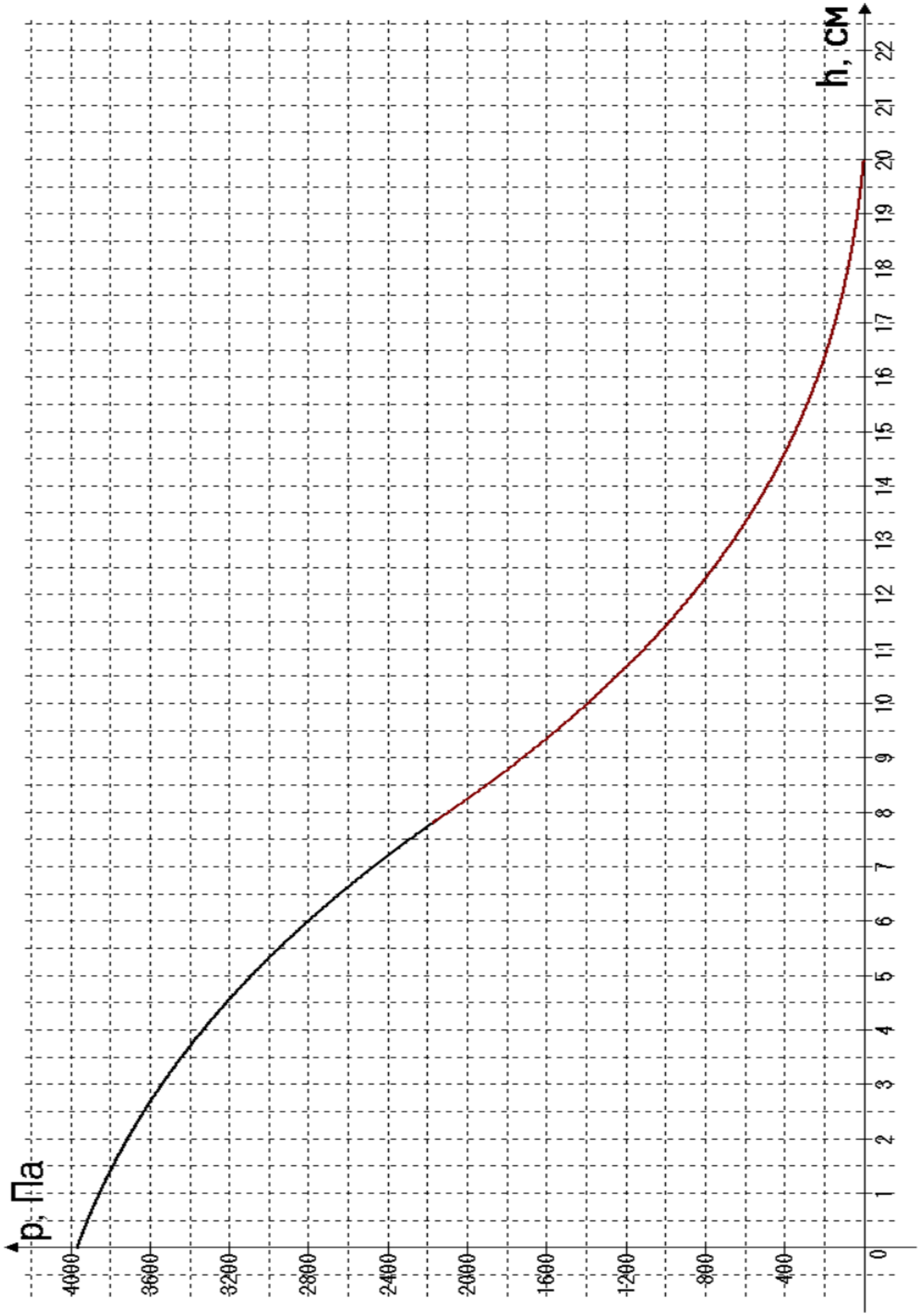


Рисунок до задачі «Спливаємо?»

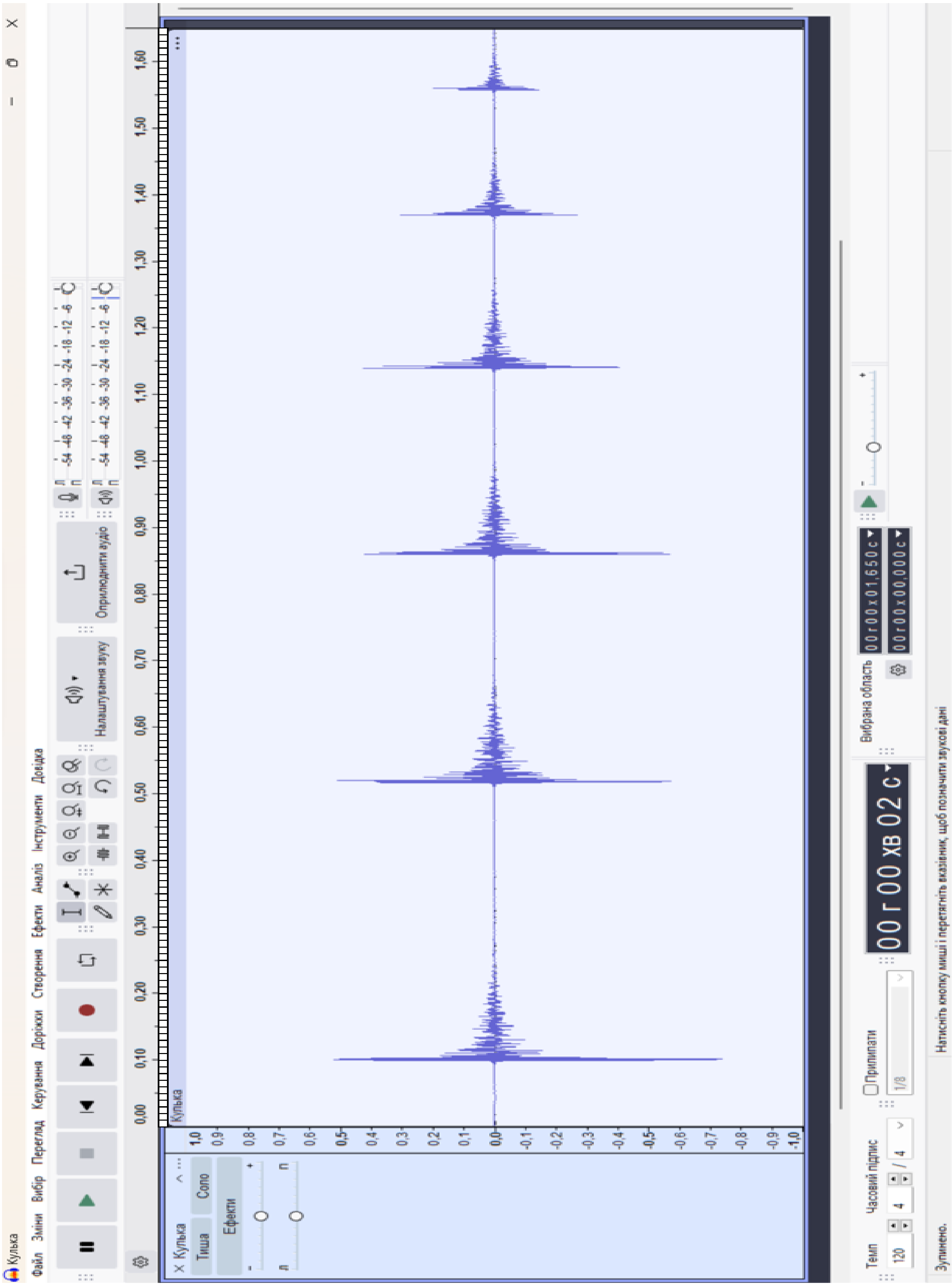


Рисунок до задачі «Не стій - стрибай!»

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Теоретичний тур, 10-й клас

Умови та розв'язки

1. «Доплер-трамвай»

Два однакові швидкісні трамваї їдуть назустріч один одному і час від часу подають сигнали на однаковій частоті ν_0. Водії кожного з трамваїв вимірюють частоту прийнятих ними сигналів від іншого трамваю мобільними телефонами.

Коли трамваї зближувалися, водій першого трамваю фіксував частоту $\nu_1 = 2323.2$ Гц сигналу від другого. Коли ж трамваї вже роз'їхалися, частота звуку сигналу від другого трамваю суттєво впала з ν_1 до $\nu'_1 = 1694.0$ Гц. Водій другого трамваю в цей самий час побачив, що частота сигналів від першого трамваю склала $\nu'_2 = 1687.5$ Гц. Вважати, що в обох випадках відстань між трамваями була набагато більшою за відстань між коліями.

А. Знайдіть частоту сигналів ν_0

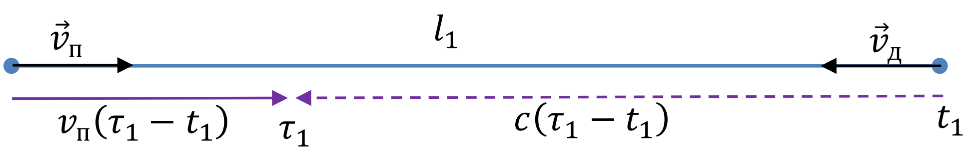
Б. Знайдіть швидкості трамваїв, уважаючи, що швидкість звуку у повітрі дорівнює 330 м/с.

В. Дайте відповіді на питання А і Б, врахувавши, що весь час в напрямку руху першого трамваю дув вітер зі швидкістю 4 м/с.

Підказка: Коли відстань між джерелом сигналів і приймачем зменшується, приймач реєструє коротший проміжок часу між сигналами, а коли збільшується – більший. Так само змінюється і період звукових хвиль.

Розв'язання.

А. Розглянемо джерело сигналів і приймач, які рухаються назустріч один одному зі швидкостями $v_д$ і $v_п$. Нехай відстань між ними в момент часу t_1 відправлення сигналу дорівнює l_1. В момент часу τ_1 приймач отримує сигнал. Тоді відстань l_1 приймач і сигнал подолали разом за час $\tau_1 - t_1$ (див. Рис.),тобто



$$l_1 = (v_п + c)(\tau_1 - t_1).$$

Для другого сигналу, який був відправлений джерелом у момент часу t_2, можна записати аналогічне рівняння

$$l_2 = (v_п + c)(\tau_2 - t_2).$$

За час $\Delta t = t_2 - t_1$ між відправленням першого і другого сигналів відстань між приймачем і джерелом скоротилася на $(v_п + v_д)(t_2 - t_1)$. Віднімаємо від $l_1 - l_2$ і отримуємо:

$$(v_п + c)(\Delta t - \Delta\tau) = (v_п + v_д)\Delta t.$$

З цього рівняння виражаємо інтервал часу $\Delta\tau$ між отриманням двох сигналів приймачем через інтервал часу між їх надсиланням джереломΔt.

$$\Delta\tau = \frac{c - v_д}{c + v_п}\Delta t.$$

Якщо під Δt і $\Delta\tau$ розуміти періоди звукової хвилі, то зв'язок частот,обернених до періоду величин, матиме вигляд:

$$\nu = \nu_0 \frac{c + v_п}{c - v_д}.$$

Зміну частоти внаслідок взаємного руху називають ефектом Доплера.
У нашому випадку ефект Допплера для всіх трьох випадків:

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{1 + v_1/c}{1 - v_2/c}, \;\; \nu'_1 = \nu_0 \frac{1 - v_1/c}{1 + v_2/c}, \nu'_2 = \nu_0 \frac{1 - v_2/c}{1 + v_1/c}.$$

З першого і третього рівнянь відразу знаходимо $\nu_0 = \sqrt{\nu_1 \nu'_2} = 1980$ Гц.
Б. З першого і другого рівнянь з урахуванням ν_0 знаходимо швидкості трамваїв: $v_1 = 22$ м/с, $v_2 = 30$ м/с.
В. Знайдені у п. **Б.** швидкості є насправді швидкостями відносно систему відліку «повітря», яка рухається вздовж напрямку руху першого трамваю з $v = 4$ м/с. Тоді відносно землі перший трамвай мав рухатись зі швидкістю $u_1 = v_1 + v = 26$ м/с, а другий йому назустріч зі швидкістю $u_2 = v_2 - v = 26$ м/с. Отже, виходить, що трамваї рухались з однаковими швидкостями.
Відповідь на питання **А** залишиться без змін $\nu_0 = \sqrt{\nu_1 \nu'_2} = 1980$ Гц.

Критерії оцінювання

10.1 «Доплер-трамваї»

1. Запис рівнянь, що пов’язують частоту джерела та частоту, яку реєструє приймач, для трьох випадків – 1 бал
2. Визначена частота сигналу джерела ν_0 у випадку нерухомого повітря 1 бал
3. Визначена швидкість першого трамваю – **1,5 бал**, другого трамваю – **1,5 бал** у випадку нерухомого повітря.
4. У випадку наявності вітру визначена частота сигналу джерела ν_0 – **0.5 бал**, визначені швидкість першого та другого трамваю – **0,5 бал**.

2. «Клубок ~~нервів~~ резисторів»

Учениця знайшла клубок резисторів, з якого стирчать три контакти. Позначимо їх A, B, C. Щоб дослідити цей клубок вона увімкнула джерело невідомої постійної напруги між контактами AB та амперметр між контактами AC. Амперметр показав струм $\boldsymbol{I_1}$. Не відключаючи джерело, учениця увімкнула цей самий амперметр між контактами BC, і він показав такий самий струм $\boldsymbol{I_1}$. Нарешті, вона увімкнула цей амперметр послідовно з джерелом між контактами AB. Тепер амперметр показав інший струм $\boldsymbol{I_2}$.
Уважаючи амперметр та джерело ідеальними, знайдіть **силу струму,** який протікатиме через амперметр, якщо його увімкнути послідовно з джерелом між контактами BC.
Підказка. *Можна змоделювати клубок резисторів схемою з мінімально можливою їх кількістю.*

Розв’язання.

Для будь-якої комбінації резисторів, що має два виходи (позначимо їх X та Y), можна порахувати загальний опір між виходами XY – R_{XY}. Тоді в усіх експериментах, де використовуються тільки ці два виходи XY, комбінація резисторів буде вести себе як один резистор з опором R_{XY}.[1]

Аналогічні міркування можна провести і для будь-якої комбінації (клубка) резисторів, що має три виходи – A, B, C. Але тепер підключитись можна трьома різними способами (AB, BC, AC), тому замінити все на один резистор не вийде, але вийде замінити на еквівалентні три резистори. Їх можна, наприклад, з’єднати у вигляді трикутника або зірки. Як добре відомо, існує зв’язок між трикутником та зіркою, тому можна обрати будь-яку

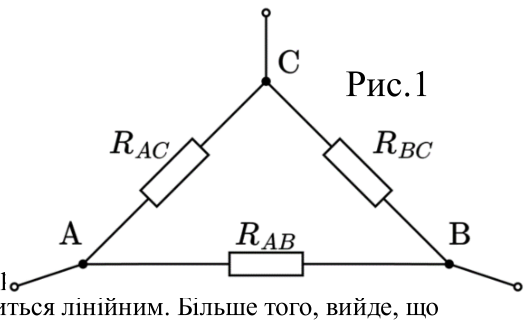


Рис.1

[1]Це можна довести, наприклад, за допомогою законів Кірхгофа. Рівняння Кі
розв’язку цих рівнянь, лінійність залишиться і кінцевий результат теж виявиться лінійним. Більше того, вийде, що загальна напруга між точками XY, пропорційна повному струму з коефіцієнтом R_{XY}. Це і означає, що комбінація резисторів еквівалентна одному резистору з опором R_{XY}.

конфігурацію, в цій задачі з'єднання у вигляді трикутника буде зручнішим.

Тобто клубок, який знайшла учениця в загальному випадку можна замінити на трикутник резисторів, як зображено на рисунку 1 – з трьох невідомих резисторів R_{AB}, R_{BC}, R_{AC}.

Тепер розглянемо випадки підключень джерела та амперметра які дослідила учениця.

На рисунку 2 зображений перший випадок – джерело до контактів AB, та амперметр до контактів AC. Оскільки амперметр ідеальний – його опір дорівнює нулю, тому через резистор R_{AC} струм текти не буде. Тоді легко побачити, що струм через амперметр дорівнює струму через резистор R_{BC}, та дорівнює

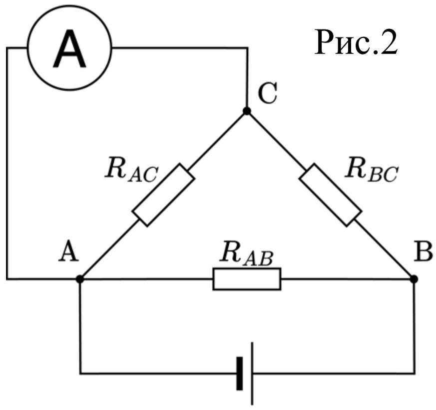


Рис.2

$$I_1 = \frac{U_0}{R_{BC}},$$

де U_0 – невідома напруга ідеального джерела.

Аналогічно буде для випадку, коли амперметр підключений до контактів BC:

$$I_1 = \frac{U_0}{R_{AC}}.$$

Звідси випливає, що опори між точками AC та BC – однакові, позначимо їх як R:

$$R_{AC} = R_{BC} = R = \frac{U_0}{I_1}. \qquad (1)$$

Тепер розглянемо третій випадок – коли амперметр послідовно з джерелом підключений до точок AB (див. рисунок справа). Із законів послідовного та паралельного з'єднань легко знайти струм через амперметр. Виходить

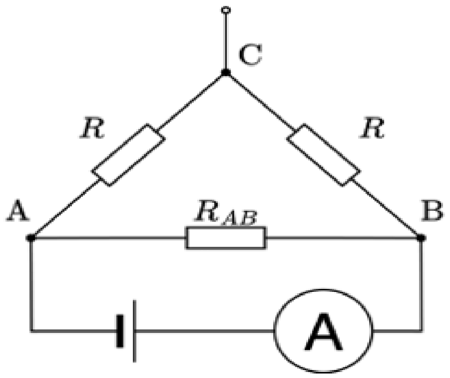


Рис.3

$$I_2 = \frac{U_0(2R + R_{AB})}{2RR_{AB}}.$$

На майбутнє виразимо з цього рівняння R_{AB}:

$$R_{AB} = \frac{U_0 2R}{2RI_2 - U_0},$$

підставляючи $R = \frac{U_0}{I_1}$, отримаємо

$$R_{AB} = \frac{2U_0}{2I_2 - I_1}. \qquad (2)$$

Разом рівняння (1) та (2) виражають всі три опори через напругу U_0 та струми I_1, I_2.

Тепер розглянемо останній випадок, в якому нам треба порахувати струм – коли амперметр послідовно з батарейкою підключений до контактів BC (див. рисунок 4). Використовуючи закони послідовного та паралельного з'єднання отримаємо формулу для струму через опори резисторів та напругу джерела: $I = \frac{U_0(2R+R_{AB})}{R(R+R_{AB})}$.

Підставимо в цю формулу, рівняння (1) та (2), отримаємо $I = \frac{U_0\left(2\frac{U_0}{I_1}+\frac{2U_0}{2I_2-I_1}\right)}{\frac{U_0}{I_1}\left(\frac{U_0}{I_1}+\frac{2U_0}{2I_2-I_1}\right)} = I_1\frac{2(2I_2-I_1)+2I_1}{2I_2-I_1+2I_1} = \frac{4I_1I_2}{2I_2+I_1}$.

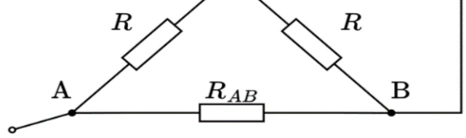


Рис.4

Відповідь: амперметр покаже струм $I = \frac{4I_1I_2}{2I_2+I_1}$, якщо його послідовно з джерелом підключити до контактів BC.

Спосіб 2

Клубок резисторів можна також замінити на зірку з резисторів. Позначимо їх r_A, r_B, r_C, відповідно до контактів до яких кожен резистор підключений. З перших двох вимірів ми знаємо, що коли джерело підключене до контактів АВ, амперметр підключений до контактів АС та ВС дає однакові покази. Це означає, що вся схема симетрична відносно контактів А та В, отже і опори біля цих контактів мають бути однаковими $r_A = r_B = r$.

З простих правил послідовного та паралельного з'єднання можна виразити струм I_1 через опори r, r_C та невідому напругу джерела U_0:

$$I_1 = \frac{U_0}{2r_C + r}.$$

Аналогічно, розглянувши третій вимір – випадок коли амперметр послідовно з джерелом підключений до точок АВ, вийде:

$$I_2 = \frac{U_0}{2r}.$$

З цього рівняння ми можемо виразити опір r:

$$r = \frac{U_0}{2I_2},$$

підставивши це у рівняння на I_1, можна виразити також опір r_C:

$$r_C = \frac{U_0}{2I_1} - \frac{U_0}{4I_2}.$$

Тепер, виразивши невідомі опори через напругу та струми, перейдемо до останнього випадку: амперметр послідовно з батарейкою підключений до контактів ВС. В цьому випадку струм виходить

$$I = \frac{U_0}{r + r_C},$$

або підставляючи r та r_C:

$$I = \frac{U_0}{\frac{U_0}{2I_2} + \frac{U_0}{2I_1} - \frac{U_0}{4I_2}} = \frac{1}{\frac{1}{4I_2} + \frac{1}{2I_1}} = \frac{4I_1I_2}{I_1 + 2I_2}.$$

Тобто, як і очікувалось, відповідь не залежить від того, як розглядати клубок: як еквівалентний трикутнику чи зірці.

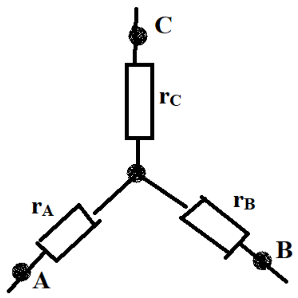


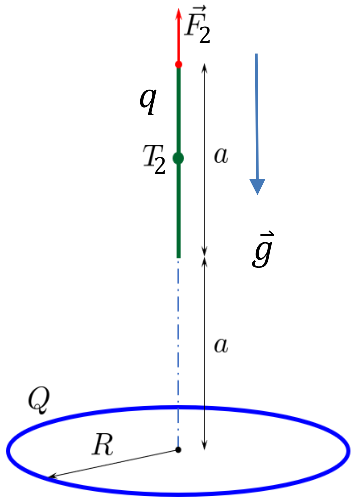
Рис.5

Критерії оцінювання

10.2. «Клубок ~~нервів~~ резисторів»

1.Запропона модель із трьох резисторів (схема трикутник, зірочка) 1.5
2.Зроблено коректні рисунки з поясненнями. 1.0
3. Правильно використано закон Ома для послідовного та паралельного з'єднань. Вірний хід задачі. 2.0
4. Пояснено перетворення та зроблено викладки 0.5
5. Отримано вірний результат 1.0

3. «Гумова електростатика»



Гумове кільце радіуса ***R***, рівномірно заряджене зарядом ***Q***, зафіксоване в горизонтальній площині. Діелектричний важкий стрижень довжини ***a***, рівномірно заряджений по довжині зарядом ***q*** протилежного знаку, знаходиться на осі кільця на великій відстані від нього. Щоб утримувати стрижень в рівновазі, до його верхнього кінця прикладають силу $\boldsymbol{F_1}$, а сила натягу в його середині дорівнює $\boldsymbol{T_1}$. У другому експерименті стрижень пересунули так, що його нижній кінець опинився на висоті ***a*** від кільця. При цьому необхідна для утримання сила, прикладена до верхнього кінця стрижня, становила $\boldsymbol{F_2}$, а сила натягу в середині стрижня дорівнювала $\boldsymbol{T_2}$ (див. рис.). У третьому експерименті стрижень ще додатково піднімають на відстань ***a*** вгору, а гумове кільце розтягають удвічі. **Якою силою** можна тепер утримувати стрижень в рівновазі? Поляризацією матеріалу стрижня та його деформацією знехтуйте.

Розв'язання.

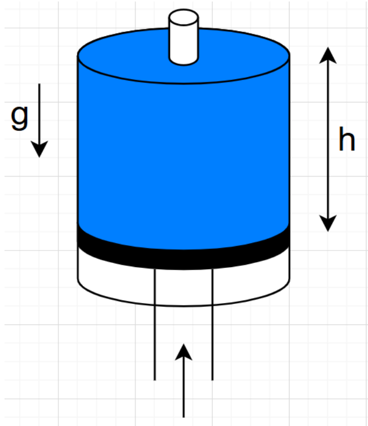
В першій ситуації сила, якою ми утримуємо стрижень, дорівнює силі тяжіння, що діє на стрижень,$F_1 = mg$. Розглянемо тепер умову рівноваги нижньої половинки стрижня: на неї діє вдвічі менша сила тяжіння, сила відштовхуванняF_e від верхньої половинки стрижня, направлена вниз, і сила натягу, направлена вгору. Отже,$T_1 = \frac{F_1}{2} + F_e$. В другій ситуації сила натягу в середній точці відрізняється від T_1 на величину сили притяганняF_rнижньої половини стрижня до кільця, $T_2 = T_1 + F_r$. Для аналізу третьої ситуації скористаємось методом подібності. Хоча ми і не можемо написати у явному вигляді вираз для сили взаємодії кільця зі стрижнем (це можна зробити лише інтегруванням по довжині стрижня!), але ми все ж можемо порівняти цю силу у другій та третій конфігурації. Коли ми збільшили відстань від стрижня до кільця і радіус кільця удвічі, вся система *майже* залишилася подібно збільшеною удвічі: незмінною залишилася лише довжина стрижня. Але можна уявити, що його наростили до вдвічі більшої довжини (і заряду!), так що сам він є половинкою такого вдвічі збільшеного стрижня. При збільшенні всіх розмірів системи вдвічі сила взаємодії зменшиться в чотири рази. Окрім того, заряд вдвічі збільшеного стрижня вдвічі більший, тому сила взаємодії з ним буде лише у два рази меншою, а значить сила притягання між кільцем і самим стрижнем буде $F_r/2$. Це означає, що сила натягу в середині стрижня з другої ситуації дозволяє знайти повну силу, що діє на весь стрижень в третій. Тобто шукана сила становить $\boldsymbol{F_3 = F_1 + \frac{F_r}{2} = F_1 + \frac{T_2 - T_1}{2}}$.

Критерії оцінювання

10.3. «Гумова електростатика»

1.	Встановлення зв'язку F_1з силою тяжіння	0.5 бала
2.	Встановлення зв'язку T_1з силами тяжіння та кулонівського відштовхування	1.0 бал
3.	Встановлення зв'язку T_2 та F_2з силами тяжіння та кулонівськими	1.5 бала
4.	Застосування міркувань подібності	2.5 бала
5.	Отримання кінцевого результату	0.5 бала
	РАЗОМ	**6,0 балів**

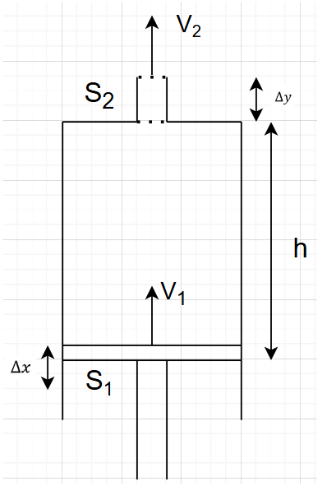
4. «Прискорений шприц»



Шприц з маленьким «носиком» повністю заповнили водою і утримують у вертикальному положенні з отвором від «носику» вгору, підтримуючи поршень шприца так, щоб вода не витікала. Висота води в шприці дорівнює ***h***, «носик» при цьому незаповнений, площа поперечного перерізу шприца дорівнює $\boldsymbol{S_1}$, площа перерізу «носика» $\boldsymbol{S_2}$ ($\boldsymbol{S_2}$ можна вважати набагато меншою за $\boldsymbol{S_1}$). На поршень почала діяти сила ***F***, спрямована вертикально вгору і більша за силу, потрібну для утримання його в нерухомому стані. Через деякий короткий час під її дією поршень починає рухатися з невеликим прискоренням. **Знайдіть величину цього прискорення, уважаючи його сталим.**

Поверхневими явищами, в'язкістю води та тертям між поршнем та стінками шприца знехтувати.

Розв'язання.



Застосуємо закон зміни енергії для води в шприці при зміщені поршня на невелику відстань Δx.

$$A_{\text{зовн}} = \Delta W_{\text{мех}},$$

де $A_{\text{зовн}} = F\Delta x$, а $\Delta W_{\text{мех}}$ – зміна механічної енергії води, яка складається із зміни потенціальної енергії води при підйомі води, та зміни кінетичної енергії внаслідок появи прискорення.

Закон зміни енергії вже для випадку, коли поршень підіймається в гору із певною швидкістю v_1 (при висоті стовпа рідини в шприці h´).

$$F\Delta x = \Delta x S_1 \rho h' g + \frac{\Delta x S_1 \rho v_2^2}{2} + \frac{(h' - \Delta x) S_1 \rho (v_1 + a\Delta t)^2}{2} - \frac{h' S_1 \rho v_1^2}{2}.$$

Перший доданок це зміна потенціальної енергії в полі сили тяжіння, другий доданок – кінетична енергія води в носику при витисканні в нього води зі шприца. Третій та четвертий доданки це різниця енергій всієї води у тубусі при зміщенні поршня на Δx. Будемо лишати лише доданки із першою ступінню малості. Тоді використаємо, що $\Delta x \approx v_1 \Delta t$.

$$F v_1 \Delta t = v_1 \Delta t S_1 \rho h' g + \frac{v_1 \Delta t S_1 \rho v_2^2}{2} + h' S_1 \rho v_1 a \Delta t - \frac{v_1 \Delta t S_1 \rho v_1^2}{2}.$$

Останній доданок в правій частині значно менший за другий ($v_1^2 \ll v_2^2$). Ним можна знехтувати. Скоротимо на $v_1 \Delta t$.

$$F = S_1 \rho h' g + \frac{S_1 \rho v_2^2}{2} + h' S_1 \rho a.$$

Використовуючи рівняння нерозривності $S_1 v_1 = S_2 v_2$, отримаємо

$$v_1^2 = \frac{2S_2^2}{S_1^2}\left(\frac{F}{\rho S_1} - h'(g + a)\right). \qquad (1)$$

Швидкість при рівноприскореному русі і прискорення пов'язані кінематичним співвідношенням

$$v_1^2 = v_0^2 + 2a(H - h'). \qquad (2)$$

Тут H – це висота ствопчика води, при якій можна стверджувати, що прискорення a вже встановилось. А швидкість v_0 – початкова швидкість в рівноприскореному русі:

$$v_0^2 = \frac{2S_2^2}{S_1^2}\left(\frac{F}{\rho S_1} - h' g\right).$$

Рівняння (1) та (2) містять змінну невідому величину h´. Кожне з рівнянь можна представити у вигляді

$$v_1^2 = A_1 - B_1 \cdot h' \text{ та } v_1^2 = A_2 - B_2 \cdot h'$$

Порівнюючи коефіцієнти B_1 та B_2 отримуємо

$$2a = \frac{2S_2^2}{S_1^2}(g + a).$$

А значить, $a = \frac{g}{\frac{S_1^2}{S_2^2}-1} \approx g\frac{S_2^2}{S_1^2}$.

Примітка: Варто відмітити, що перехідний процес між прискоренням з першої частини задачі, яке було рівне $\frac{F}{m} - g$, до прискорення $g\frac{S_2^2}{S_1^2}$ відбувається певний короткий час, за який швидкість доростає до V_0. Але нам розгляд самого перехідного процесу в даній задачі не потрібен.
Зверніть також увагу на те, що пряме застосування рівняння Бернуллі в цій задачі було б недоцільним, адже Бернуллі використовується лише для стаціонарних потоків і не враховує, для прикладу, зміну енергії води в середині між двома крайніми перерізами внаслідок наявності прискорення. В даній задачі це грає ключову роль.

Критерії оцінювання

<u>10. 4. Прискорений шприц»</u>

1.	Отримання рівняння руху (виразу для зв’язку сили і прискорення)	3,0
2.	Кінематичний зв’язок швидкості руху і прискорення	1,0
3.	Порівняння виразів для швидкості руху рідини, що отримані в 1 та 2 пунктах	1,5
4.	Отримання кінцевого результату	0,5
	Сума	6.0

5. «Титан»

370 років тому, 25 березня 1655 року, нідерландський вчений Християн Гюйгенс відкрив супутник Сатурна Титан. Титан – єдиний супутник планет Сонячної системи, що має щільну атмосферу. Більш того, атмосферний тиск на його поверхні перевищує земний майже в 1,5 рази і дорівнює $P = 146{,}7$ кПа.

А.У скільки разів маса атмосфери Титану менша за масу Титану без атмосфери?

Гравітаційна стала $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\,\text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$, прискорення вільного падіння на поверхні Титану 1,352 м/с^2.

20 років тому, 14 січня 2005 р. космічний зонд Гюйгенс Європейського космічного агентства здійснив м’яку посадку на поверхню Титану. На Рис. фрагмент відеоінтерпретації перших секунд після посадки зонду і падіння парашуту, розрахований на основі отриманих даних.

Б.Враховуючи, що сила опору повітря залежить від швидкості руху зонду, густини атмосфери і площі поперечного перерізу (безрозмірний коефіцієнт пропорційності у відповідному співвідношенні вважати рівним порядку одиниці), **оцініть швидкість зонду** перед зіткненням з поверхнею. Діаметр зонду $d = 1{,}3$ м, маса $m = 320$ кг. Атмосфера Титану (як і Землі) складається переважно з азоту N_2, але має температуру -180°С. Універсальна газова стала

R =8,3 Дж/(моль·К). Азот вважати ідеальним газом.

В. Титан зі швидкістю 5,6 км/с за 16 діб робить оберт навколо Сатурна в тому ж напряму, в якому Сатурн зі швидкістю 9,7 км/с за 29 років обертається навколо Сонця. Вважаючи, що орбіта Титану лежить в площині орбіти Сатурну, зобразіть у системі відліку Сонця **фрагмент траєкторії** Титану і визначте **мінімальний та максимальний радіуси** її кривизни.

Розв’язання.

А. Масу атмосфери знайдемо з $m_a g = P_a \cdot 4\pi R^2$, масу Титану без атмосфери з виразу для прискорення вільного падіння на поверхні $g = \frac{Gm}{R^2}$. Звідси

$$\frac{m}{m_a} = \frac{g^2}{4\pi G P} \approx 14900.$$

Б. З розмірних міркувань сила опору повітря $F = k\rho S v^2$, де k – безрозмірний коефіцієнт, S– площа парашуту, діаметр якого згідно з рисунком удвічі більший за діаметр d самого зонду, а, отже, вважатимемо, що радіус парашуту дорівнює d.

Під час довгого падіння швидкість тіла встановлюється такою, що сила опору повітря компенсує силу тяжіння. Отже з $k\rho S v^2 = mg$ знаходимо

$$v \approx \sqrt{\frac{mg}{\rho S}}.$$

З рівняння стану ідеального газу знайдемо густину атмосфери поблизу поверхні. Навіть не знаючи цього рівняння, з аналізу розмірностей можна отримати

$$\rho = \frac{\mu P}{RT}.$$

Остаточно маємо

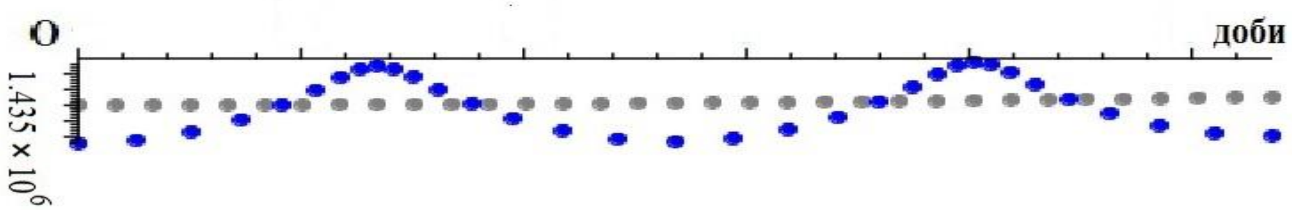
$$v \approx \sqrt{\frac{mgRT}{\pi d^2 \mu P}} \approx 3\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Швидкість зонду перед посадкою згідно даних з зонду була 4,4 м/с.
В. В обох системах відліку і «Сатурн», і «Сонце» в однаковому положенні на Титан діють однакові сили гравітації і викликають однакове прискорення $\frac{v_{\text{відн}}^2}{r_{\text{кр}}}$. Але внаслідок різної відносної швидкості $v_{\text{відн}}$ радіуси кривизни траєкторій будуть різними. За умовою Титан рухається відносно Сатурна зі швидкістю $v = 5{,}6$ км/с, і його траєкторію у цій системі відліку можна вважати колом, радіус якого і є радіусом кривизни $r = \frac{v}{\omega} = \frac{vT_{\text{тит}}}{2\pi}$ траєкторії в системі відліку «Сатурн». У системі відліку «Сонце» з рівності прискорень маємо $r_{\text{кр}} = r\frac{v_{\text{відн}}^2}{v^2}$.
Тоді для найближчої і найвіддаленішої від Сонця точок

$$r_{min} = r\frac{(V-v)^2}{v^2} = \frac{vT_{\text{тит}}}{2\pi}\left(\frac{V}{v}-1\right)^2 = 660 \text{ тис. км}.$$

$$r_{max} = r\frac{(V+v)^2}{v^2} = \frac{vT_{\text{тит}}}{2\pi}\left(\frac{V}{v}+1\right)^2 = 9{,}2 \text{ млн км}.$$

Насправді все дещо складніше, тому сприйматимемо це як деяке наближення. Зазначимо, що у системі відліку Сатурна траєкторія Титану дійсно може вважатися колом, оскільки сила, з якою Титан притягується до Сатурна більша за середню силу його притягання до Сонця приблизно в $\frac{GM_{\text{сат}}}{r^2}\Big/\frac{GM_{\text{сон}}}{R^2} = \frac{v^2}{r}\Big/\frac{V^2}{R} = \frac{v}{V}\frac{T_{\text{сат}}}{T_{\text{тит}}} \approx 380$ разів.



На рисунку зображені положення Сатурну й Титану відносно Сонця (відстані у тис. км, Сонце зліва)з інтервалом в одну земну добу. Бачимо, що траєкторія Титану вигинається в бік Сатурну у крайніх по відношенню до Сонця положеннях. Тому відносно Сонця обов'язково буде зміна опуклості на вгнутість траєкторії. У цих точках радіус кривизни траєкторії прямує до нескінченності, а рівнодійна сил тяжіння Титану до Сонця й Сатурну в цей момент спрямована вздовж дотичної до траєкторії і тому не викривляє її.
Тому остаточно: $r_{min} = 660$ тис. км, $r_{max} \to \infty$.

Критерії оцінювання

10.5 «Титан»

Пункт А: 1 БАЛ – правило округлення + співвідношення мас.

Пункт Б: 2.5 БАЛИ –
1 бал – правильний запис залежності сили опору від площі й швидкості;
1 бал – вказано, що швидкість залишається сталою;
0,5 бала – запис густини з рівняння стану.

Пункт В: 2.5 БАЛИ –
1 бал – правильно визначено максимальний й мінімальний радіуси;
1 бал – враховано, що впливом притягання Титана до Сонця можна знехтувати й тоді перераховано значення максимального радіуса;
0,5 бала – зображення траєкторії руху

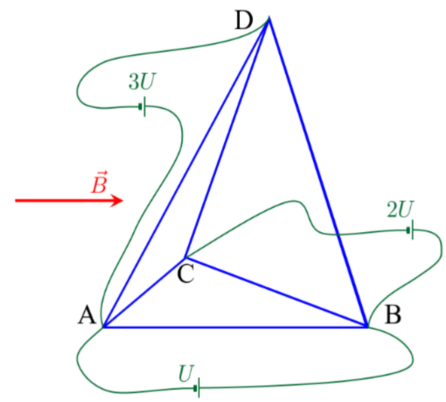
Задачі запропонували: 1. Орлянський О.Ю., 2. Рідкокаша І.П. 3.Майзеліс З.О., 4. Олійник А.О., 5. Орлянський О.Ю.

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Теоретичний тур, 11-й клас

Умови та розв'язки

1. «Електромагнітна стереометрія»

Правильний тетраедр ABCD з довжиною ребра l виготовлено з однорідного дроту так, що опір кожного ребра тетраедра R. Між точками A і B приєднують ідеальне джерело з напругою U, між точками B і C ще одне джерело з напругою $2U$, а між точками A і D - третє джерело з напругою $3U$. Тетраедр розташований у однорідному магнітному полі, вектор індукції якого $\boldsymbol{B}$ направлений вздовж ребра AB.



А. Знайдіть електричний опір тетраедра між двома його вершинами.
Б. Знайти струм у кожному ребрі тетраедра.
В. Доведіть, що сила Ампера, що діє на тетраедр, дорівнює силі Ампера, що діє на прямий провідник, що з'єднує точки підключення струму.
Г. Знайдіть силу, що діє на тетраедр з боку зовнішнього однорідного магнітного магнітного поля. Можете використати твердження з п.**В,** навіть якщо ви не змогли його довести.

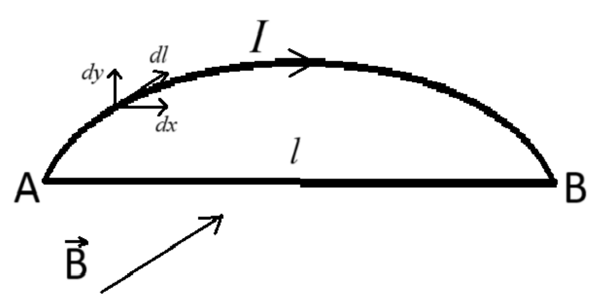
Розв'язання.

А) Опір тетраедра між двома його вершинами, скажімо A та B, легко знайти, помітивши що потенціали точок C і D будуть при цьому однаковими. Тоді ребро CD можна вилучити, не змінивши загального опору, так що схема зводиться до послідовних і паралельних з'єднань. Отже маємо сумарний опір $R_0 = \dfrac{R \cdot 2R/2}{R + 2R/2} = R/2$.

При цьому опір не залежить, до яку пару вершин слід розглядати, як точки підключення.

Б) Кожне з трьох джерел обумовлює струми, які розтікаються по тетраедру, так що на кожній ділянці кола струм представляє собою суму струмів, які створює кожне з джерел. Додавши відповідні струми, за принципом суперпозиції отримаємо I_{AB}=-1/2I_0 I_O=U/R I_{AC}=2I_0 I_{BC}=5/2I_0 IAD=5/2I_0 IBD=3I_0 I_{CD}=1/2I_0

В. Доведемо твердження в загальному вигляді. Хай маємо провідник довільної форми в однорідному магнітному полі. Сума сил, що діють на відрізки dy рівна 0, а сума сил , що діє на відрізки dx така ж, як сила, що діє на відрізок l



Г. Сила Ампера лінійно залежить від сили струму, отже сили взаємодії з магнітним полем можна врахувати незалежно для кожного з джерел. Для того, щоб це зробити, можна застосувати доведене раніше твердження, що сила, яка діє на струми у всій фігурі, дорівнює силі, що діє на уявний прямолінійний струм, що тече з однієї клеми у іншу. Розрахуємо кожну з трьох сил. Оскільки напрямок магнітного поля збігається з напрямком першого з таких уявних струмів, AB, то сумарна сила, що діє на струми, обумовлені першим джерелом, дорівнює нулю. Для другого джерела можемо розбити магнітне поле на дві компоненти, вздовж ребра BC (воно не створює сумарної сили на тетраедр) і перпендикулярної до BC, величина якої дорівнює $B\sqrt{3}/2$. Ця компонента створює силу $F_2 = I_2 Bl\sqrt{3}/2$, направлену вертикально вниз. Тут загальний струм $I_2 = 2U/(R/2) = 4U/R$. Найскладніше розібратися з струмами, що викликані третім джерелом. Міркуючи аналогічно, розуміємо, що сила в цьому випадку направлена перпендикулярної до грані ADB і дорівнює за величиною $F_3 = I_3 Bl\sqrt{3}/2$, де $I_3 = 3U/(R/2) = 6U/R$. Зручно розглянути отримані сили у площині CDH, де H – середина AB (див. рис.). Сила F_3 перпендикулярна до DH, і кут її нахилу до горизонту дорівнює куту HDO (тут O – основа висоти з вершини D на ABC). Тоді $\mathrm{OH} = \mathrm{CH}/3 = l/2\sqrt{3}$, $\mathrm{DO} = \sqrt{(l\sqrt{3}/2)^2 - (l/2\sqrt{3})^2} = l\sqrt{2/3}$. Тепер можемо розрахувати сумарну силу на тетраедр:

$$F = \sqrt{\left(F_2 + F_3\frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{HD}}\right)^2 + \left(F_3\frac{\mathrm{OD}}{\mathrm{HD}}\right)^2} = \frac{UBl\sqrt{3}}{R}\sqrt{\left(2 + 3\frac{1/2\sqrt{3}}{\sqrt{3}/2}\right)^2 + \left(3\frac{\sqrt{2/3}}{\sqrt{3}/2}\right)^2} = \frac{UBl\sqrt{51}}{R}.$$

Інший варіант розв’язку – розрахувати декартові компоненти сил Ампера, що діють на кожен з ребер.

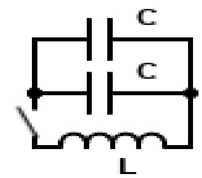
Критерії оцінювання задач 1 11 кл. (6 балів)

А. Знайдіть електричний опір тетраедра між двома його вершинами. **1 бал**
Б. Знайти струм у кожному ребрі тетраедра. **1 бал**

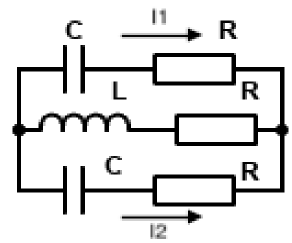
В. Доведіть, що сила Ампера, що діє на тетраедр, рівна силі Ампера, що діє на прямий провідник, що з’єднує точки підключення струму. **2 бала**

Г. Знайдіть силу, що діє на тетраедр з боку зовнішнього однорідного магнітного магнітного поля. Можете використати твердження з п. **В,** навіть якщо доведення не вдалося. **2 бала**

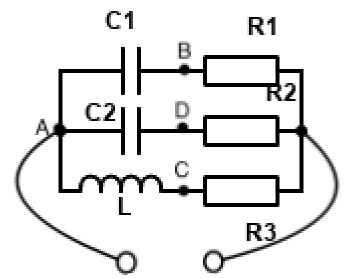
2. «Схематозне безумство»



А. Коливний контур, зображений на рисунку, складається з двох конденсаторів $\boldsymbol{C}=1000$ мкФ, котушки індуктивності $\boldsymbol{L}=0{,}1$ Гн та ключа. Спочатку ключ був розімкнутий, а заряд на кожному конденсаторі дорівнював $\boldsymbol{q}$. Знайти **максимальний струм** через котушку I_{max} після замикання ключа.



Б. Змінимо контур. Приєднаємо до кожного елемента коливного контуру резистор опором $\boldsymbol{R}=10$ Ом (дивись рисунок). У певний момент часу виконуються умови: $\frac{dI_L}{dt}=\boldsymbol{0}$, $I_1=10$ А та $I_2=12$ А. Обчислити яка максимальна **кількість теплоти $\boldsymbol{Q}$** може виділитися в системі починаючи з цього моменту часу.

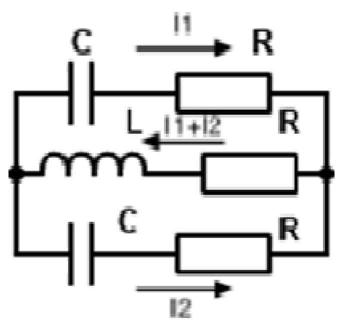


U(t)

В. Додатково модифікуємо контур. Замінимо резистори опором $\boldsymbol{R}=10$ Ом на резистори різного опору та під'єднаємо контур до джерела змінної напруги з відомим амплітудним значенням U_0 та циклічною частотою ω (дивись третій рисунок). Відомо, що параметри системи зв'язані між собою співвідношенням $\frac{1}{C_1\omega R_1}=\frac{\omega L}{R_3}=\sqrt{3}$. Виразити **амплітудні значення** U_{CA} та U_{BA} через U_0 після встановлення коливань.

Розв'язання.

А. Так як заряди на конденсаторах однакові, то у початковий момент не буде миттєвого перерозподілу зарядів. Так як конденсатори з'єднані паралельно, то можна їх замінити на один ємності $2C$ та початковим зарядом на обкладинках $2q$. Таким чином ми отримуємо новий коливальний контур і знаючи що струм через котушку максимальний коли заряд на конденсаторі 0, з закону збереження енергії маємо:



$$\frac{(2q)^2}{2*2C}=\frac{LI_{max}^2}{2}=>I_{max}=\sqrt{\frac{2q^2}{LC}}=140q$$

Б. Так як в даний момент часу струм через котушку $I_L=I_1+I_2$ (перше правило Кірхгофа) максимальний, то маємо:

$$\frac{dI_L}{dt}=0=>\ \varepsilon_{\text{інд}}=-L\frac{dI_L}{dt}=0$$

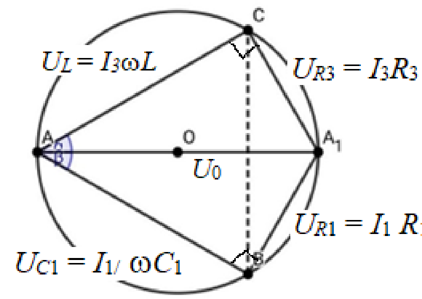
Таким чином стає зрозуміло що в даний момент часу заряди на конденсаторах не нульові, бо інакше 2-ге правило Кірхгофа не буде виконуватись. **Отже за наявності активного опору в колі в момент часу коли струм через котушку максимальний, заряд конденсаторів не нульовий.** Таким чином приймаючи заряд на першому конденсаторі за q_1, а на другому за q_2 записуємо наступні рівняння Кірхгофа та після нескладних алгебраїчних перетворень отримуємо:

$$\left.\begin{aligned}\frac{q_1}{C} &= -(I_2+I_1)R - I_1R = -R(I_2+2I_1)\\ \frac{q_2}{C} &= -(I_2+I_1)R - I_2R = -R(2I_2+I_1)\end{aligned}\right\} => \begin{aligned}W_1 &= \frac{q_1^2}{2C} = \frac{R^2C}{2}(2I_1+I_2)^2\\ W_2 &= \frac{q_2^2}{2C} = \frac{R^2C}{2}(2I_2+I_1)^2\end{aligned} =>$$

$$W_{\text{заг}=} = W_1 + W_2 + \frac{LI^2}{2} = \frac{R^2C}{2}(2I_1+I_2)^2 + \frac{R^2C}{2}(2I_2+I_1)^2 + \frac{L(I_1+I_2)^2}{2} \approx 133 \text{ Дж.}$$

Це і є шукана кількість теплоти Q.

В. Враховуючи умови задачі з векторної діаграми для напруги видно , що $\text{tg}\beta = C_1\omega R_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{R_3}{\omega L} = \text{tg}\alpha => \alpha = \beta = 30°$. Також під час побудови векторної діаграми було використано той факт, що зсув фаз між коливанням рівний 90°. З цього ми отримуємо що трикутник ABC рівносторонній. Тоді з прямокутних трикутників ACA_1 та ABA_1 отримуємо що $U_{CA} = U_{BA} = \frac{\sqrt{3}}{2}U_0$.



Критерії оцінювання

А. 1. Батарея конденсаторів замінено на один ємністю 2С – 0,5 б

2. Заряд цього конденсатора 2q – 0,5 б

3. Обчислено максимальний струм – 1 б

Б. 1. Використання першого правила Кірхгофа – 0,5 б

2. Запис рівнянь першого правила Кірхгофа – 1 б

3. Обчислено кількість теплоти – 0,5 б

В. 1. Визначити зсув фаз між напругами на котушці, конденсаторі та відповідних резисторах – 0,5 б

2. Накреслити загальну векторну діаграму напруг – 1 б

3. Визначити шукані напруги – 0,5 б

3. «Інопланетний диск»

Космічна станція інопланетян, що має форму тонкого плаского диску, готується до подорожі деякою галактикою.

А. Штучна гравітація. Маючи великі запаси енергії, інопланетяни вирішили проблему відсутності гравітації, розганяючи свою станцію так, щоб на ній відчувалось прискорення $a = 15\ \text{м}/\text{с}^2$. Вважаючи, що станція стартує біля центру галактики, знайти **яку швидкість** вона набере відносно цього центру галактики, коли за галактичним годинником пройде $t = 2 \times 10^7\ с$? Швидкість світла у вакуумі $c = 3 \times 10^8\ \text{м/с}$.

Б. Зіткнення. Безпосередньо перед стартом, коли станція ще не оберталась, інопланетяни помічають поблизу астероїд маси m, що летить в їхній бік. Уважаючи, що удар астероїда був абсолютно непружним, а безпосередньо перед зіткненням астероїд знаходився на відстані b від центру станції і мав невелику швидкість v, спрямовану перпендикулярно площині її диску, знайдіть, **в яких місцях** на станції не відчувалось прискорення від удару. Маса станції M. Момент інерції однорідного диску відносно осі, що проходить крізь центр мас і лежить в площині диску, дорівнює $MR^2/4$.

Примітка. Вам може знадобитись інтеграл $\int (1-x^2)^{-3/2}\, dx = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C$.

Розв'язання.

А. За тривіальним розрахунком $v_{\text{кінц.}} = at = 3 \times 10^8 \text{м/с}$, що є швидкістю світла. Необхідно врахувати ефекти Спеціальної теорії відносності.

Розглянемо прискорення станції в системі відліку, яка моментально має таку саму швидкість, як і сама станція – v. Тоді гамма-фактор $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

Нехай за годинником в цій системі відліку пройшов малий час $d\tau$. За цей час станція прискориться на $du = a_{\text{станції}} \cdot d\tau$. Таку саму швидкість отримає і будь-який предмет, нерухомий відносно неї. Відповідно, $a_{\text{станції}}$ і є прискоренням, що буде відчуватись, тобто $a_{\text{станції}} = a$. Знайдемо нову швидкість станції відносно нерухомого спостерігача за релятивістською формулою додавання швидкостей:

$$v' = \frac{v + du}{1 + v \cdot du/c^2} = (v + du) \cdot (1 + \frac{v du}{c^2})^{-1} \approx (v + du) \cdot (1 - \frac{v du}{c^2})$$
$$= v + du - \frac{v^2 du}{c^2} - \frac{v\, du^2}{c^2}$$
$$\approx v + (1 - \frac{v^2}{c^2}) du = v + \frac{du}{\gamma^2} = v + \frac{a\, d\tau}{\gamma^2}$$

Зміна швидкості $dv = v' - v = \frac{a\, d\tau}{\gamma^2}$

Нерухомий відносно галактики спостерігач виміряє час $dt = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma\, d\tau$ (релятивістське уповільнення часу – будь-який рухомий годинник ходить повільніше за такий самий нерухомий, у γ разів). Тоді прискорення, виміряне в СВ галактики, це

$\frac{dv}{dt} = \frac{a\,d\tau}{\gamma^2} \cdot \frac{1}{\gamma\,d\tau} = \frac{a}{\gamma^3} = a \cdot (1 - v^2/c^2)^{3/2}.$

Розділимо змінні:

$$\frac{dv}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} = a\,dt$$

Зробивши заміну $v = \beta \cdot c$, цей вираз можна проінтегрувати.

$$\int_0^{\beta_{\text{кінц.}}} \frac{d\beta}{(1 - \beta^2)^{3/2}} = \frac{a}{c} \int_0^{t_{\text{кінц.}}} dt$$

$$\frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{0}{\sqrt{1 - 0^2}} = \frac{a}{c}(t - 0)$$

$$\frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{at}{c}$$

$$\beta^2 = (at/c)^2 \cdot (1 - \beta^2)$$

$$\beta^2 \cdot (1 + (at/c)^2) = (at/c)^2$$

$$\beta = \frac{at/c}{\sqrt{1 + (at/c)^2}}$$

$$v_{\text{кінц.}} = \beta \cdot c = \frac{at}{\sqrt{1 + (\frac{at}{c})^2}}$$

$$v_{\text{ кінц.}} \approx\ 2.12 \times 10^8 \text{ м/с}$$

Це становить близько 71% швидкості світла.

Б) Прискорення від удару не буде відчуватись в таких точках станції, які не змінюють своєї швидкості. Проаналізуємо удар і знайдемо їх. Найпростіше перейти в систему відліку центра мас.

Відстань центру мас від центру станції:

$$r_c = \frac{m}{m + M} b$$

Швидкість центру мас:

$$u = \frac{m}{m + M} v$$

В системі відліку центра мас до удару мас станція і астероїд рухаються один на одного зі швидкостями $u = \frac{m}{m+M} v$ і $v - u = \frac{M}{m+M} v$ відповідно, при чому лінійний імпульс кожного з них $p = Mu = m(v - u) = \frac{mM}{m+M} v$.

Тоді момент імпульсу системи відносно центру мас:

$$L = L_{\text{ст.}} + L_{\text{аст.}} = pr_c + p(b - r_c) = \frac{m^2M + mM^2}{(m+M)^2} bv = \frac{mM}{m+M} bv$$

На відміну від енергії, він зберігається: $L = L'$. Після удару планета і астероїд будуть обертатись як одне ціле навколо свого центра мас.

$$L' = I' \cdot \omega$$

Момент інерції станції відносно центру мас (теорема Штейнера):

$$I'_{\text{ст.}} = \frac{1}{4} MR^2 + Mr_c{}^2 = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{mM^2}{(m+M)^2} b^2$$

Астероїда:

$$I'_{\text{аст.}} = m(b - r_c)^2 = \frac{m^2M}{(m+M)^2} b^2$$

Загальний момент інерції після удару:

$$I' = I'_{\text{ст.}} + I'_{\text{аст.}} = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{m^2M + mM^2}{(m+M)^2} b^2 = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{mM}{m+M} b^2$$

Ми шукаємо таку точку, яка відразу після удару обертається навколо центру мас з такою самою швидкістю, яка була у неї до удару (x – відстань від точки оберaтння (центру мас)).

$$\omega x = u$$

$$x = \frac{uI'}{L} = \frac{mv}{m+M} \frac{m+M}{mMbv} \cdot \left(\frac{1}{4} MR^2 + \frac{mM}{m+M} b^2\right) = \frac{R^2}{4b} + \frac{m}{m+M} b$$

Ця точка лежить по інший бік від сторони падіння астероїда. Відстань від неї до центру диску тоді:

$$x' = x - r_c = \frac{R^2}{4b} + \frac{m}{m+M} b - \frac{m}{m+M} b = \frac{R^2}{4b}$$

Всі такі точки утворюють смужку на поверхні станції.

Критерії до задачі «Інопланетний диск»

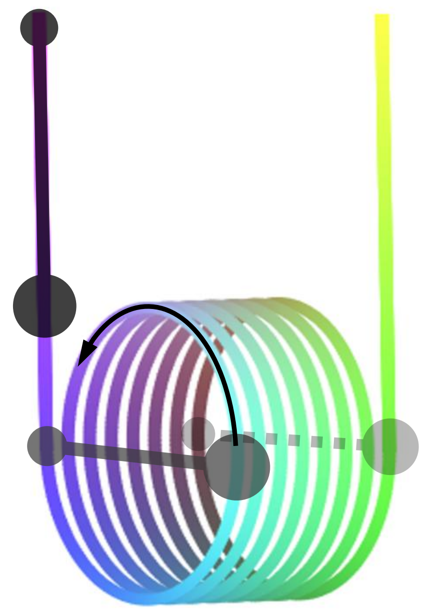
Пункт А

1) Правильне розуміння кінематики у власній та лабораторній системах – 1 б
2) Правильно застосований закон додавання швидкостей - 1 б
3) Правильно отримана відповідь – 0.5 б

Пункт Б

1) Аналіз умов нерухомості точок на диску та аналіз законів фізики, що працюють у даній системі – 1 б
2) Правильно записаний закон збереження імпульсу – 1 б
3) Правильно записаний закон збереження моменту імпульсу – 1 б
4) Правильно отримана відповідь – 0.5 б

4. «Від гвинта!»



На рисунку зображений жорсткий дріт у вигляді фрагменту гвинтової лінії з розпрямленими вертикальними кінцями. На дріт надіті дві кульки, шарнірно з'єднані легким стержнем максимально можливої довжини, що дозволяє цій «гантелі» рухатись вздовж гвинтової лінії. У початковому положенні нижня кулька (більша на рис.) утримувалась на рівні верхніх частин витків дроту. Кульки відпускають. Силами тертя, опору повітря, розміром кульок знехтувати. Прискорення вільного падіння $g = 9{,}8$ м/с^2, радіус гвинтової лінії $R = 20$ см. Наведений рисунок є схематичним, але кількість витків на ньому вказана точно.

А. Знайдіть час руху цієї «гантелі» вздовж дуг гвинтової лінії, тобто від одного крайнього горизонтального положення стержня до іншого (див. рис.). Уважайте, що маси кульок однакові, а відстань між витками гвинтової лінії набагато менша за її радіус.

Далі розглядаємо випадки, коли більша за розміром кулька має втричі більшу масу, а відстань між витками $h = 18$ см. Не забудьте врахувати відповідну зміну довжини «гантелі».

Б. На яку максимальну висоту підніметься більша кулька після проходження гвинтової лінії?

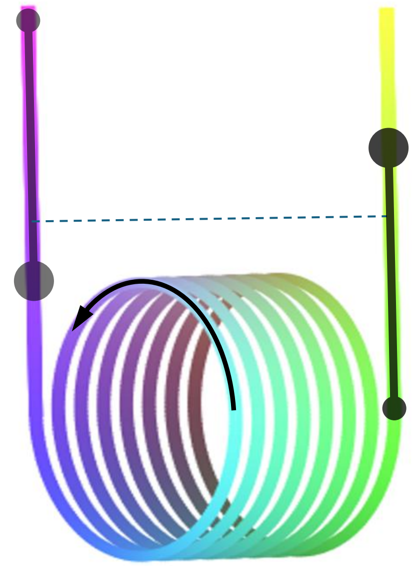
В. Внаслідок малих сил тертя й опору рух кульок поступово сповільнюється. Визначте період малих коливань кульок через великий проміжок часу.

Зазначимо, що відстань між витками $h = 18$ см *вимірюється вздовж осі симетрії гвинтової лінії, а радіус R – у перпендикулярному напрямку.*

Розв'язання.

А. Довжина стержня $2R$. З закону збереження енергії $4mgR = 2\frac{mv^2}{2}$ (рівень відліку потенціальної енергії проходить через вісь симетрії гвинтової лінії, m – маса малої кульки) знаходимо швидкість руху кульок $v = 2\sqrt{gR}$. З рисунку видно, що кульки проходять $N = 7$ повних обертів, отже повний шлях кожної $2\pi RN = 14\pi R$. Тоді час руху

$$t = \frac{14\pi R}{2\sqrt{gR}} = 7\pi\sqrt{\frac{R}{g}} = \pi \text{ с} \approx 3{,}14 \text{ с}.$$



Б. З закону збереження енергії центр мас системи (ділить стержень у співвідношенні 1:3 або $L/4 : 3L/4$) у момент зупинки підніметься на початкову висоту, тоді більша кулька підніметься на $L/2$ над рівнем верхніх частин витків якщо припустити, що гантеля вертикальна (див. Рис.).

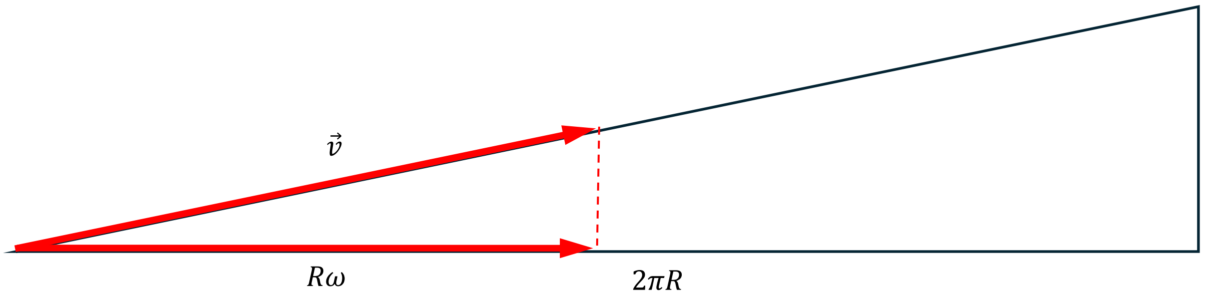
Довжина стержня L тепер більша за $2R$ (розмірами кульок за умовою нехтуємо). Її можна отримати з теореми Піфагора розглянувши пів витка, в крайніх точках якого перебувають з'єднані стержнем кульки:

$L = \sqrt{(2R)^2 + (h/2)^2} = 41$ см. Отже, більша кулька підніметься на $41/2$ см $= 20{,}5$ см на рівнем верхніх частин витків. Але тоді менша кулька має опинитися на 20,5 см нижче рівня верхніх частин витків, або на 0,5 см нижче прямолінійної частини дроту. За умови $R = 20$ см, це відповідає куту в радіанах $\beta = \frac{0{,}5}{20} = 0{,}025$. За такого кута відхилення від вертикалі стержня буде $R(1 - cos\beta) \approx R\frac{\beta^2}{2} = 62{,}5$ мкм. За довжини стержня 41 см такою величиною можна знехтувати і вважати максимальною висотою підняття більшої кульки 20,5 см над рівнем верхніх частин витків.

В. Розглянемо малі коливання навколо положення стійкої рівноваги, коли гантель перебуває між якимись сусідніми витками гвинтової лінії (легша кулька вгорі, важча – внизу). Позначимо через φ кут відхилення від положення рівноваги проекції стержня на вертикальну площину, перпендикулярну осі симетрії гвинтової лінії. Нехтуючи втратами на одному коливанні, запишемо закон збереження повної механічної енергії:

$$E = \frac{4mv^2}{2} + (-2mgRcos\varphi) = Const,$$

де m – маса меншої кульки. Виразимо швидкість v через кут φ. Проекція швидкості v



на площину кута φ дорівнює $R\omega$ і знаходиться з розгортки дуги гвинтової лінії:

$$\frac{v}{R\omega} = \frac{\sqrt{(2\pi R)^2 + h^2}}{2\pi R} = \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2}.$$

Підставимо v в закон збереження енергії

$$2mR^2\left(1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2\right)\omega^2 - 2mgR\cos\varphi = Const.$$

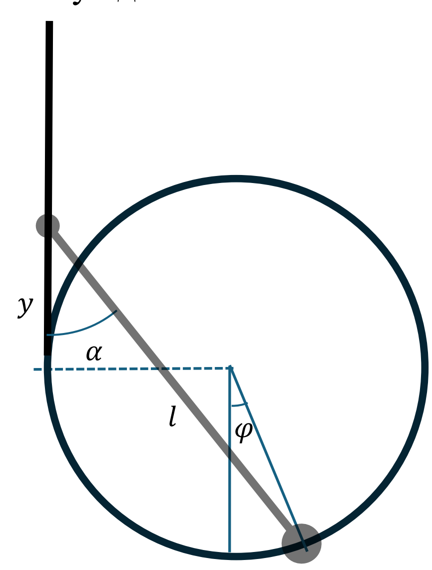
Таке ж рівняння (тільки коефіцієнти інші) отримували раніше для малих коливань нитяного маятника. Продиференціюємо рівняння за часом, врахувавши, що $\omega = \dot{\varphi}$ і після скорочення маємо:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{2R\left(1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2\right)}\sin\varphi = 0.$$

Для малих кутів $\sin\varphi \approx \varphi$ маємо рівняння гармонічних коливань з періодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}\left(1 + \left(\frac{h}{2\pi R}\right)^2\right)} = \sqrt{\frac{2}{gR}\left((2\pi R)^2 + h^2\right)} \approx 1{,}28 \text{ с.}$$

Також можливо положення стійкої рівноваги не між сусідніми витками гвинтової лінії, а з краю, коли менша кулька знаходиться на вертикальній частині дроту, а більша – на дузі гвинтової лінії. Не зрозуміло, де саме зупиниться гантелька, тому взагалі можливими є 7 положень стійкої рівноваги, які ми вже розглянули, й ще одне на краю.



Цей випадок є доволі складним. Наведемо наступні фізичні міркування.

Позначимо через φ кут відхилення від вертикального положення проекції стержня l на вертикальну площину, перпендикулярну осі симетрії гвинтової лінії. Зазначимо, що l залежить від φ під час коливань внаслідок того, що нижня кулька зміщуватиметься вздовж гвинтової лінії в напрямку осі симетрії, а верхня – ні. Це зміщення пропорційне куту $\frac{\pi}{2}+\varphi$ (див. Рис.) і дорівнює

$$h_{\parallel}=\frac{h}{2\pi}\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right).$$

З теореми Піфагора

$$l=\sqrt{L^2-h_{\parallel}^2}=\sqrt{L^2-h^2\left(\frac{1}{4}+\frac{\varphi}{2\pi}\right)^2}.$$

Тепер закон збереження повної механічної енергії має вигляд:

$$E=\frac{mu^2}{2}+\frac{3m\left(R^2\dot{\varphi}^2+\dot{h}_{\parallel}^2\right)}{2}+U=Const,$$

де u – швидкість кульки масою m (швидкість $u=\dot{y}$ є похідною за часом від вертикальної координати кульки $y=lcos\alpha-Rcos\varphi$), U – потенціальна енергія, що відносно рівня осі симетрії гвинтової лінії дорівнює

$$U=mgy-3mgRcos\varphi.$$

З рисунку знаходимо зв’язок кутів $lsin\alpha=R(1+sin\varphi)$, звідки
$lcos\alpha=\sqrt{l^2-R^2(1+sin\varphi)^2}$ і

$$y=\sqrt{l^2-R^2(1+sin\varphi)^2}-Rcos\varphi.$$

Як вже бачимо, точний розв’язок є математично складним і не очікувався від учасників олімпіади. Зазначимо, що рівноважний кут, навколо якого будуть спостерігатися у цьому випадку малі коливання, дорівнює φ_0 ≈0,18≈10°. Враховуючи малість φ_0, задачу можна розв'язати наближено.

КРИТЕРІЇ Задача 4.

А. 1,5 бали
Обґрунтування руху кульок зі сталою за величиною швидкістю вздовж гвинтової лінії та правильно визначена відстань (0,5 б). Закон збереження енергії і вірний вираз швидкості руху (0,5 б). Правильна відповідь (0,5 б).
Б. 1,5 бали
Правильне визначення довжини стержня (0,5 б). Закон збереження енергії (0,5 б). Правильна відповідь з аналізом наближення (0,5 б).
В. 3 бали
Обґрунтування геометрії коливань (0,5). Знаходження швидкості вздовж гвинтової лінії (0,5 б). Закон збереження або динамічні рівняння і отримання рівнянь коливань (1 б). Наближення малих кутів і правильна відповідь (0,5 б). Аналіз особливостей коливання на краю (0,5 б).

5. «День/ніч»

Космічна експедиція дісталася зоряної системи, що складається з центральної масивної зорі (З), однієї планети (П) та її супутника (С). Радіус планети дорівнює 6000 км, радіус супутника – 1000 км. Супутник рухається по коловій орбіті радіусом 400000 км. Середня густина планети та супутника однакова: $\rho = 5000$ кг/м^3. Відстань від планети до зорі становить кілька сотень мільйонів кілометрів. Доба на планеті триває 12 земних годин, вісь добового обертання утворює прямий кут з площиною А орбіти планети навколо зорі.

Експедиція вимірює прискорення вільного падіння на планеті.

Гравітаційна стала дорівнює $6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$.

А. На скільки відсотків відрізняються прискорення вільного падіння на полюсі та на екваторі внаслідок добового обертання планети?

Б. Оцініть, на скільки відсотків *можуть* відрізнятися прискорення вільного падіння в різних точках екватора внаслідок гравітаційного впливу супутника планети.

В. Супутник є кулею без атмосфери, кожна маленька ділянка поверхні якої поглинає 40 % енергії падаючого світла в будь-якому діапазоні довжин хвиль, а решту відбиває в усіх напрямах таким чином, що всі освітлені частини «диску» супутника здалеку виглядають однаково яскравими. Нехай кут α – це кут між напрямами «супутник–зоря» (С–З) і «супутник-планета» (С–П). Площина орбіти руху супутника навколо планети збігається з площиною А, можливість затемнень не враховуйте.

Експедиція також спостерігає за змінами освітленості E точки екватора планети протягом тривалого часу. **Визначте залежність** відношення $\frac{E_{\text{ніч}}}{E_{\text{день}}}$ від α ($E_{\text{ніч}}$, $E_{\text{день}}$ – освітленості відповідно опівночі та опівдні за однакового значення кута α), накресліть схематичний графік цієї залежності.

Розв’язання.

А. Сила тяжіння надає всім тілам біля поверхні планети прискорення $g_0 = G\frac{M_{\text{пл}}}{R_{\text{пл}}^2} = \frac{4\pi}{3}G\rho R_{\text{пл}} = 8{,}38$ м/с^2. Спостерігач на полюсі отримає саме такий результат вимірювання. А спостерігач на екваторі сам має відцентрове прискорення $a = \omega^2 R_{\text{пл}} = \frac{4\pi^2}{T^2}R_{\text{пл}} = 0{,}13$ м/с^2. Тому він отримає менше значення прискорення вільного падіння: $g_1 = g_0 - a = 8{,}25$ м/с^2.

Відносне зменшення становить $\boldsymbol{\frac{a}{g_0} = \frac{3\pi}{G\rho T^2} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} = 1{,}5}$ **%**. Воно не залежить від радіуса планети.

Б. Гравітаційний вплив супутника зумовлює припливні прискорення, тобто векторну різницю «абсолютного» гравітаційного прискорення в певній точці та в центрі планети. «Абсолютним» ми називаємо тут прискорення відносно інерціальної системи відліку. З умови випливає, що траєкторія обертання супутника відносно планети лежить в площині екватора. У точках екватора, що лежать на прямій центр планети – центр супутника, припливні прискорення напрямлені *від* центра планети, тобто *зменшують* значення g на величину

$$\Delta g_1 = G\frac{M_{\text{суп}}}{r^2} - G\frac{M_{\text{суп}}}{(r - R_{\text{пл}})^2} \approx -2G\frac{M_{\text{суп}}R_{\text{пл}}}{r^3}.$$

Ми вивели це значення для точки екватора, найближчої до супутника; для найдальшої це значення таке саме. Тут $r = 4 \cdot 10^8$ м; ми врахували, що $R_{\text{пл}} \ll r$. Звідси

$$\boldsymbol{\frac{\Delta g_1}{g_0} = -2\frac{M_{\text{суп}} R_{\text{пл}}^3}{M_{\text{пл}} r^3} = -2\frac{R_{\text{суп}}^3}{r^3} = -3,1 \cdot 10^{-8}}.$$

Точки екватора планети, які лежать на діаметрі, перпендикулярному до лінії СП, розташовані на відстані $\sqrt{r^2 + R_{\text{пл}}^2}$ від центра супутника. У цих точках екватора на одиничну масу діє майже така сама сила тяжіння супутника, як на відстані r, тобто в центрі планети (у цьому легко переконатися). Але напрям цієї сили відрізняється на кут $\alpha = \frac{R_{\text{пл}}}{r}$. Через це виникає різниця векторів прискорень, модуль якої дорівнює

$$\Delta g_2 = \alpha a_{\text{пл}} = \frac{R_{\text{пл}}}{r} \cdot G\frac{M_{\text{суп}}}{r^2} = \frac{R_{\text{пл}}}{r} \cdot G\frac{M_{\text{пл}}}{r^2} \cdot \frac{R_{\text{суп}}^3}{R_{\text{пл}}^3} = g_0\frac{R_{\text{суп}}^3}{r^3}.$$

Тут $a_{\text{пл}}$ – прискорення планети під дією притягання до супутника. Додаткове прискорення Δg_2 *збільшує* прискорення вільного падіння, відповідне відносне збільшення

$$\boldsymbol{\frac{\Delta g_2}{g_0} = \frac{R_{\text{суп}}^3}{r^3} = 1,6 \cdot 10^{-8}}.$$

Отже: шукану **максимальну** відносну різницю можна вважати рівною

$$\boldsymbol{\frac{\Delta g_2 - \Delta g_1}{g_0} \approx 4,7 \cdot 10^{-8}}, \text{ тобто } \boldsymbol{4,7 \cdot 10^{-6}\ \%}.$$

Планету розтягує в напрямку лінії С-П і стискає в перпендикулярному до цієї лінії напрямку. Як бачимо, отримане тут значення на 6 порядків менше від значення, отриманого в пункті А.

В. Очевидно, що опівночі освітленість зумовлена тільки світлом зорі, розсіяним поверхнею супутника. Легко переконатися, що ця освітленість набагато менша від освітленості E_0, яку забезпечують прямі промені від зорі за нормального падіння. Оскільки світло від зорі йде практично паралельним пучком, ця величина однакова для планети та супутника. Тоді на супутник падає світловий потік $\Phi_{\text{суп}} = \pi E_0 r_{\text{суп}}^2$ (див. рис.1), а максимальна освітленість на поверхні планети від розсіювання цього потоку буде порядку $\frac{\Phi_{\text{суп}}}{R^2}$ або $E_0\frac{r_{\text{суп}}^2}{R^2}$, де $R = 0{,}4$ млн км. Як бачимо, ця величина має порядок $10^{-5}E_0$. Тому немає сенсу враховувати її внесок у $E_{\text{день}}$, можна вважати $E_{\text{день}} = E_0$.

Розглядатимемо значення кута $0 \le \alpha \le \pi$. Очевидно, значення $E_{\text{ніч}}$ відмінне від нуля тільки за умови $0 \le \alpha < \frac{\pi}{2}$ (див. рис. 2). На цьому рисунку жовтим зафарбовано частину поверхні супутника, на яку падає світло від зорі; червоним – частину освітленої поверхні, розсіяне від якої світло спричиняє освітленість на планеті опівночі. Проєкція «червоної» частини супутника на площину поперечного перерізу пучка світла від зорі складається (див. рис. 3) з півкола та півеліпса, мала піввісь якого становить $r_{\text{суп}}\cos\alpha$. Отже, площа цієї проєкції $\frac{\pi r_{\text{суп}}^2}{2}(1+\cos\alpha)$, на неї падає світловий потік $\Phi_{\text{черв}} = E_0\frac{\pi r_{\text{суп}}^2}{2}(1+\cos\alpha)$; кожна маленька ділянка «червоної зони» рівномірно розсіює частину цього світла ($\eta = 60\ \%$) в півпростір. Врахуємо також, що кут падіння розсіяного світла на поверхню екватора планети опівночі дорівнює α.

Отримуємо формулу $E_{\text{ніч}} = \eta E_0\frac{r_{\text{суп}}^2}{4R^2}\cos\alpha(1+\cos\alpha)$,

тобто $\frac{E_{\text{ніч}}}{E_{\text{день}}} = \frac{\eta r_{\text{суп}}^2}{4R^2}\cos\alpha(1+\cos\alpha)$. Відповідний графік показано на рис. 4.

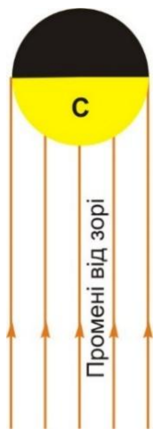


Рис. 1

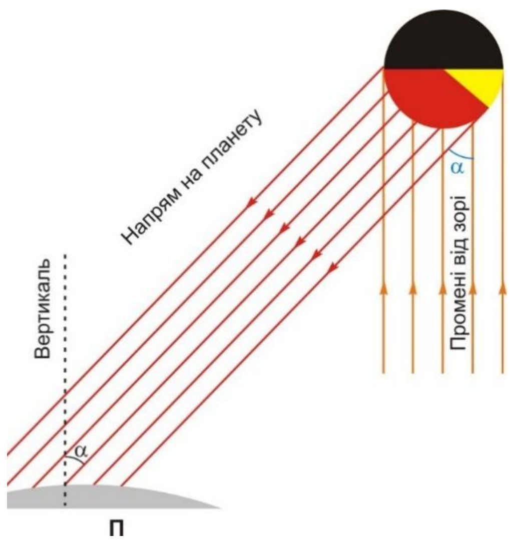


Рис. 2

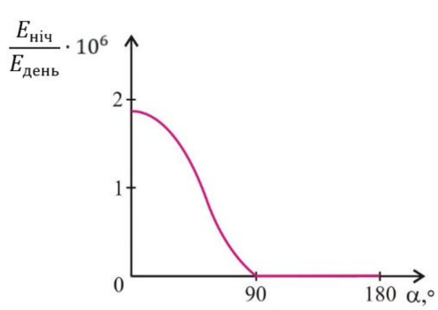


Рис. 4

Рис. 3

Критерії оцінювання:

1. Повний розв'язок пункту А – **1 бал**.
2. Запис аналітичного виразу для точок, які лежать на прямій центр планети – центр супутника – **0,5 бала.**
3. Відносне значення результату п. 2 в одиницях незбуреного значення прискорення вільного падіння – **0,5 бала.**
4. Запис аналітичного виразу для точок, які лежать на діаметрі, перпендикулярному до лінії С-П – **0,5 бала.**
5. Відносне значення результату п. 4 в одиницях незбуреного значення прискорення вільного падіння – **0,5 бала.**
6. Обчислення оцінки значення максимальної відносної різниці – **0,5 бала.**
   Разом за п. Б – 2,5 бала.
7. Обчислення долі освітленості від супутника в загальній максимальній освітленості – **1,0 бал.**
8. Аналітичний запис фазової функції супутника – **1,0 бал.**
9. Вираз для залежності відношення $\frac{E_{\text{ніч}}}{E_{\text{день}}}$ від α та графік цієї залежності – **0,5 бала.**
   Разом за п. В – 2,5 бала.
   Разом за задачу – 6 балів.

Задачі запропонували: 1. Майзеліс З.О., 2. Абдулханов А.М., Пашко М.І., 3. Прасолов О.К., Пашко М.І., 4. Орлянский О.Ю., 5. Гельфгат І.М.

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Експериментальний тур, 8-й клас

Умови та розв'язки

1. «Ручка-стрибунець»

Обладнання: ручка з кнопкою на пружинці, лінійка, дошка, одна сторона якої вкрита шліфувальним папером.

Завдання:

- Запропонуйте спосіб, при якому ручка підстрибує на максимальну висоту за рахунок пружини.

- Запропонуйте спосіб визначення коефіцієнта тертя між бічною поверхнею ручки та шліфувальним папером, розташувавши дошку зі шліфувальним папером горизонтально з використанням наданого обладнання. Визначте коефіцієнт тертя цим способом.

1. Дошку використовувати виключно в горизонтальному положенні.

2. Відривати шліфувальний папір від дошки забороняється.

3. Ручку, надану в обладнанні, розбирати забороняється.

У звіті наведіть

- опис запропонованих способів,
- рисунки та пояснення до них,
- результати вимірювань та обчислень.

Опишіть, що було Вами зроблено для покращення точності.

Розв'язання.

Визначаємо положення стержня ручки при якому вона підстрибує на максимальну висоту.

Проводимо дослід з підстрибуванням ручки вертикально вгору багато разів, щоразу фіксуючи висоту підняття. Вибираємо з результатів вимірювань N найбільших значень висоти та обчислюємо середнє значення, яке і будемо вважати шуканою величиною.

Для визначення коефіцієнта тертя потрібно провести експеримент, аналогічний підстрибуванню, але спрямовувати ручку горизонтально, щоб вона ковзала по шліфувальному папері.

Енергія, накопичена пружиною дорівнює потенціальній енергії ручки на максимальній висоті підняття при стрибку вгору:

$E = mgh$ (1)

Ця енергія також рівна роботі сили тертя при русі ручки до зупинки:

$E = \mu mgl$ (2)

Прирівнюючи праві частини формул (1) і (2)

$mgh = \mu mgl$,

отримаємо формулу для визначення коефіцієнту тертя

$\boldsymbol{\mu = h/l}$.

Знаючи максимальну висоту підстрибування ручки h та визначивши середнє значення пройденого шляху при ковзанні ручки по шліфувальному папері l визначаємо μ.

При проведенні дослідів частина енергії пружини витрачається на подолання тертя ручки об пальці. Щоб мінімізувати це, потрібно відпускати ручку швидко. Оскільки це вдається не кожного разу, то експерименти слід повторювати багато разів, знаходячи середнє з найбільших значень.

Ручку слід намагатися розташовувати перпендикулярно поверхні від якої вона відштовхується.

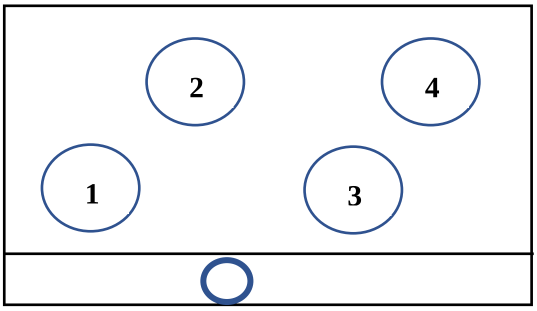
Критерії оцінювання задачі №1

1. Опис способу проведення досліду при якому ручка підстрибує на найбільшу висоту та визначення цієї висоти.   1 бал
2. Теоретичне обґрунтування методу визначення коефіцієнту тертя. 1 бал
3. Визначення коефіцієнту тертя з максимальною точністю. 2 бали
4. Аналіз факторів, що впливають на точність проведених вимірювань, шляхи підвищення точності. 1 бал
5. Культура оформлення експерименту – 0,5 бали

Усього: 5,5 балів

2. «Чорна скринька з ілюмінацією».

Обладнання: джерело живлення, чорна скринька, всередині якої знаходяться 2 однакових резистори, лампа, за яскравістю якої можна спостерігати, та сполучні дроти нехтовно малого опору; назовні зі скриньки виходять 4 контакти.



Для опису експерименту поверніть чорну скриньку так, щоб ви бачили світіння лампочки та пронумеруйте виводи схеми зліва направо 1,2,3,4 (дивись рисунок).

Завдання: відтворити схему, яка знаходиться в скриньці.
У звіті навести:

- методику проведення експерименту,

- результати спостережень та висновки з них;

- відтворену Вами схему, яка знаходиться в скриньці.

Увага! Батарейка під час тривалої експлуатації (особливо при короткому замиканні) доволі швидко розряджається, тому всі контакти замикати на короткий час.

Розв'язання.

Підключаємо батарейку до всіх можливих пар контактів

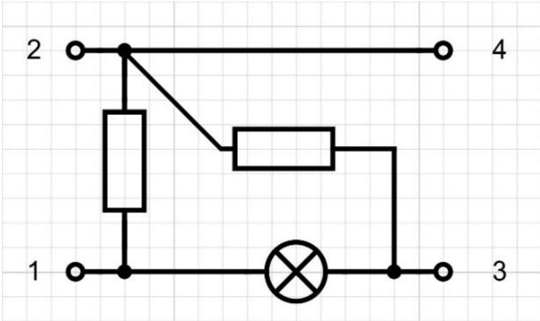
1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4. Для кожної пари засвідчуємо один з трьох варіантів: лампочка на «чорній» скриньці» а) не світиться,
б) світиться тьмяно, в) світиться яскраво.

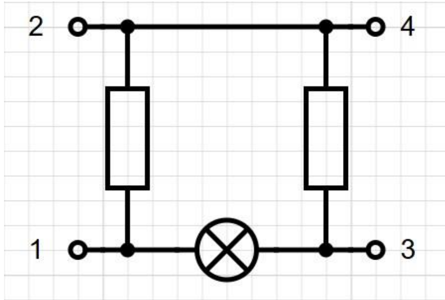
контакти	1	2	3	4
1		$\pm$	+	$\pm$
2	$\pm$		$\pm$	−
3	+	$\pm$		$\pm$
4	$\pm$	−	$\pm$	

« +» світиться яскраво; « $\pm$ » світиться тьмяно;

«− » не світиться,

Відтворюємо схему, яка реалізує отриманий розподіл варіантів.





Критерії оцінювання задачі №2

1. Опис методики проведення експерименту. Теоретичні обґрунтування (0,5 б).

2. Результати проведення експерименту з визначення яскравості світіння (чи несвітіння) лампи при підключенні джерела до різних контактів (2 б).

3.Схема з’єднання елементів у чорній скриньці (2,5 б).

4. Аналіз результатів експерименту (0,5 б).

Усього 5,5 балів.

3. «Губка-шприц»

Обладнання: Індивідуальне – кухонна губка (суха), шприц відомого об'єму без голки; групове – посудина з водою, нитка, скотч.

Завдання: для сухої кухонної губки визначте

1) масу;
2) об'єм;
3) середню густину.

У звіті наведіть:

- методику проведення експериментів;
- необхідні рисунки, теоретичну модель, результати вимірювань та розрахунки;
- остаточні результати.

Опишіть, що було Вами зроблено для покращення точності.

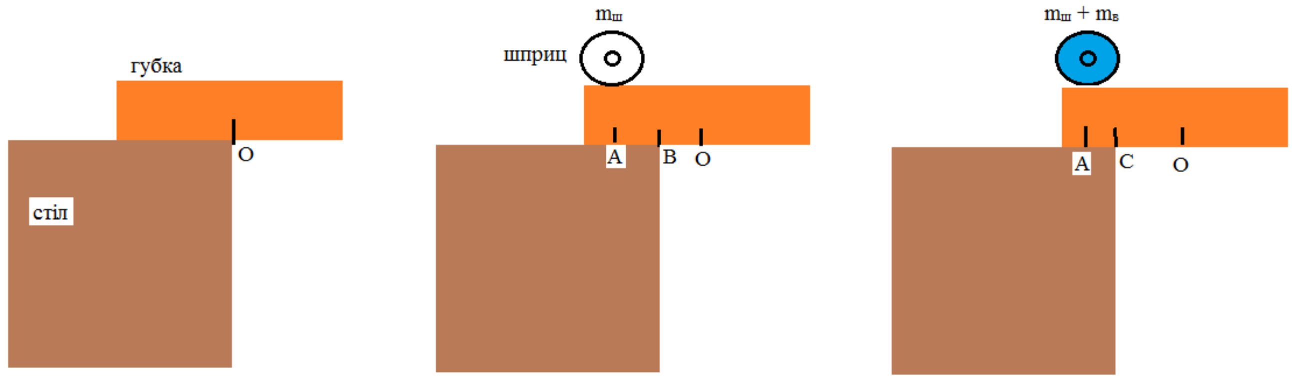
Примітка: Протягом усього експерименту губка має залишатися сухою. Набирати та зливати воду зі шприца можна довільну кількість разів. На губці за потреби можна робити позначки ручкою.

Розв'язання.

1. Визначення маси.

Кладемо губку на край парти і визначаємо точку, що відповідає перетину перпендикуляра з центру мас.

На край губки кладемо пустий шприц, а потім і наповнений деякою кількістю води. Знаходимо критичний момент стійкої рівноваги.



В прикладі губки, що була, і шприца на 5 мл: у момент втрати рівноваги знаходимо відстані AB, BO, AC та CO в поділках шприца. Переводити в см необов'язково.

Рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} m_г \cdot BO = m_ш \cdot AB \\ m_г \cdot CO = m_ш \cdot AC + m_в \cdot AC \end{cases}$$

Знаючи масу води (яку ви можете обрати самостійно), з системи рівнянь знаходимо масу губки.

Маса губки – 5,7 г

2. Визначення об'єму. Шкала на шприці нестандартна. Потрібно визначити ціну її поділки в см. Хоча це не обов'язково.

Дістаємо поршень і вимірюємо діаметр в поділках шприца. Для прикладу взято шприц 5 мл. Довжина шкали, що відповідає 5 мл складає 25 поділок. Діаметр поршня (внутрішнього діаметру колби шприца) дорівнює 7 под.

Тоді об'єм 5 мл = 5 см^3 складає $\frac{3.14\cdot 7^2}{4}\cdot 25 = 962$ под^3 .

Вимірюємо розміри та об'єм губки в кубічних поділках (под^3), а потім по пропорції і об'єм губки в см^3.

Об'єм губки – 260 см^3

3. Визначення густини.

Для визначення густини скористаємось формулою $\rho = \frac{m}{V}$, в г/см^3.

Густина губки – 0,022 г/см^3

Для збільшення точності варто ручкою ставити поділки на губці і декілька разів перевірити втрату рівноваги при зміщенні губки до поділок.

Для збільшення точності визначення плеча сили тяжіння, що діє на шприц, його можна підвісити ниткою до губки.

Скотч за потреби можна використати для фіксації губки на столі або з іншою метою.

Критерії оцінювання задачі №3

- Описана методика визначення маси, визначено масу губки – 2 бали
- Описана методика визначення об'єму, визначено об'єм губки – 1,5 бали
- Визначено густину – 0,5 бали
- Записано кінцеві результати, описано способи покращення точності – 1 бал
- Культура оформлення експерименту – 0,5 бали

Усього – 5,5 балів

<u>УВАГА! Обладнання з однієї задачі не може бути використане для розв’язання інших задач! Псувати обладнання забороняється.</u>

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Експериментальний тур, 9-й клас

Умови та розв'язки

1. <u>«Дзеркалізація в просторі»</u>

Обладнання. Невеличке дзеркало, тіло у формі паралелепіпеду, лінійка, маленький шматочок пластиліну (тільки для можливої фіксації).

Завдання. Запропонуйте метод визначення висоти кімнати та визначте цю висоту.

У звіті навести:

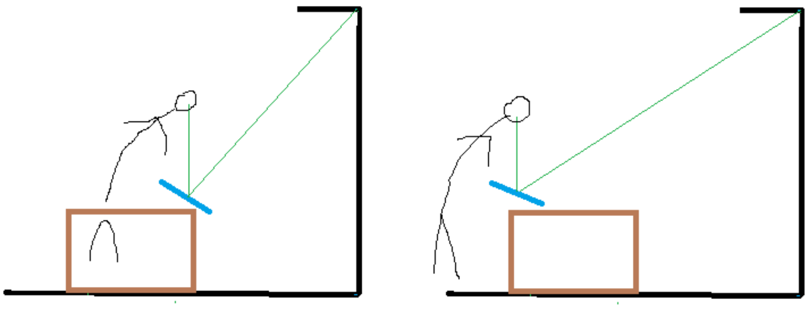
- методику проведення експерименту та її обґрунтування, необхідні рисунки;
- результати безпосередніх вимірювань;
- розрахунок остаточного результату та похибки;
- опишіть, що Ви зробили для покращення точності результату.

Примітка. Роботу з дзеркальцем виконувати ***ВИКЛЮЧНО*** в межах робочого місця (парти).

Розв'язання

Перший варіант рішення.

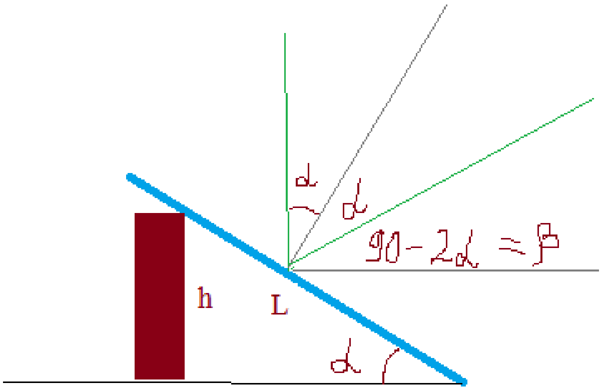
На різних кінцях парти розташувати дзеркало так, щоб побачити один і той же верхній кут кімнати (чи щось фіксоване на стелі).
В даному розв'язку розглядається варіант, коли спостерігач дивиться вертикально на дзеркальце і змінюючи кут нахилу знаходить положення, коли потрібний елемент на стелі не буде видно в певній точці дзеркальця (наприклад, на одному з країв дзеркала). За допомогою доміно можна точніше встановити кут нахилу, а отже кут падіння «променів» в двох випадках.

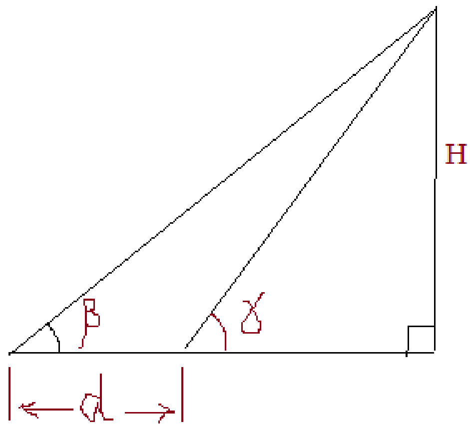


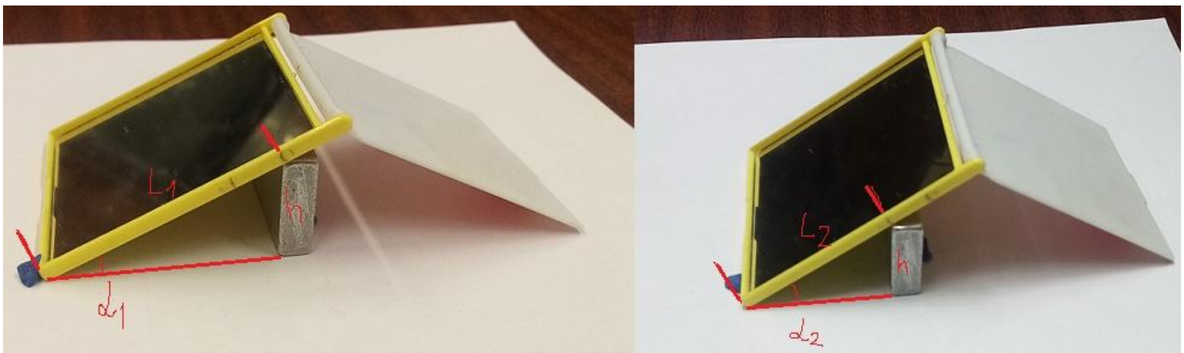
Отриманий кут нахилу дзеркала α, який визначемо за допомогою розв’язку геометричної задачі (рис. ліворуч):

$$\alpha_1 = arcsin\left(\frac{h}{L}\right).$$

Встановимо кут нахилу променя $\beta = 90° - 2\alpha$, який йде від кута кімнати (об’єкта на стелі) на дзеркало. Позначимо всі величини згідно до рисунків.







Знаходження висоти.

Два кути між променями та горизонтом (β і γ) і відстань між ними d.

Маємо

$$|H \cdot ctg\beta - H \cdot ctg\gamma| = d \Rightarrow H = \frac{d}{|ctg\beta - ctg\gamma|}.$$

Оскільки H визначається відносно столу, то потрібно додати до отриманого значення висоту стола, отже:

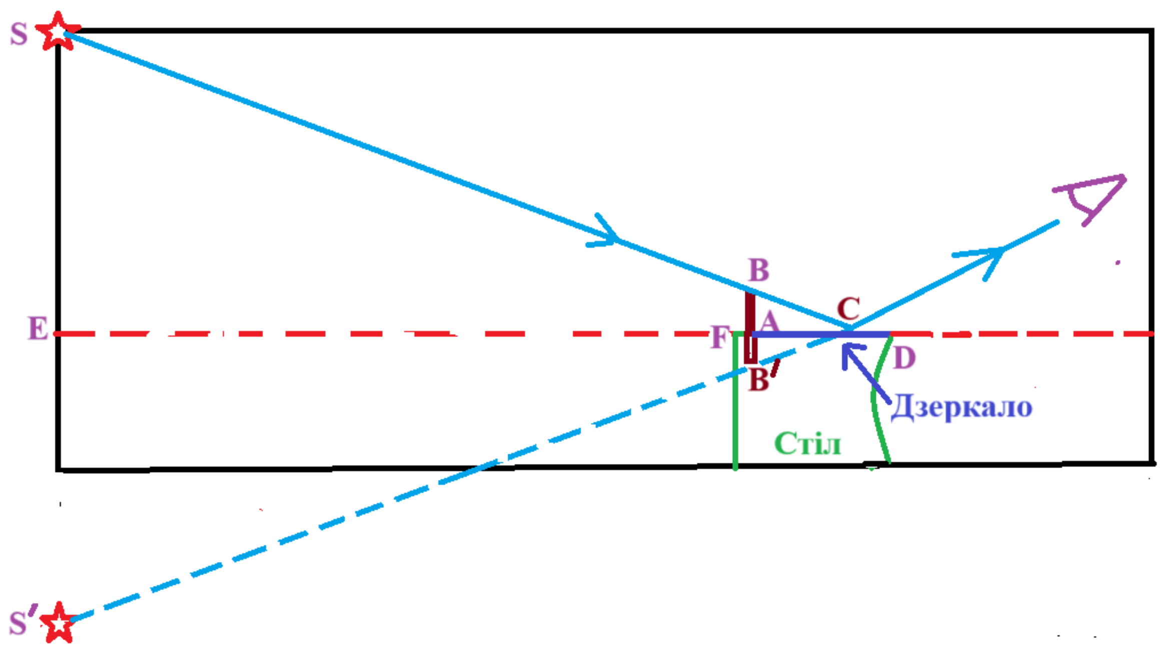
$$H_{кімнати} = H_{столу} + \frac{d}{|ctg\beta - ctg\gamma|}.$$

Другий варіант рішення.

На горизонтальному дзеркалі закріпимо доміно у вертикальному положенні на одному з країв дзеркала.

Суть методу полягає в тому, щоб знайти кут, при якому зображення верхньої грані доміно та зображення певного предмету на стелі збігалося (див.рис.).

При кожному фіксованому положенні дзеркала будемо робити на ньому позначку, де положення доміно і предмету на стелі збігаються. Позначимо відстань від краю парти до стіни $FE = L_0$, $SE = H_1$, відстань від краю парти до дзеркала $FA = y$, відстань до зображення верхньої грані доміно $AC = x$, висота доміно $AB = h$.



З подібності трикутників ABC та ESC маємо: $\frac{ES}{AB} = \frac{CE}{AC}$, або використовуючи позначення введені раніше, можемо записати: $\frac{H_1}{h} = \frac{L_0+y+x}{x}$.

Враховуючи що $\frac{L_0+y+x}{x} = \frac{L_0}{x} + \frac{y}{x} + 1$, можемо записати $\frac{H_1}{h} = \frac{L_0}{x} + \frac{y}{x} + 1$.

Помноживши останню рівність на x і згрупувавши доданки отримаємо робочу формулу: $y = \left(\frac{H_1}{h} - 1\right) x - L_0$, яка відповідає лінійній залежності виду $y = kx + b$.

Будуючи графічно $y = y(x)$, можемо знайти параметри цієї залежності, зокрема кутовий коефіцієнт k. Після цього можемо знайти висоту стелі над партою:

$$H_1 = (k+1)h. \ (1)$$

Вимірявши висоту парти H_0 лінійкою, можемо знайти загальну висоту кімнати як

$$H = H_1 + H_0. \ (2)$$

Приклади обчислень

Виміряна висота парти $H_0 = 75$ см.

Для двох тіл на стелі проведено серія дослідів, результати вимірювань представлені у таблиці 1.

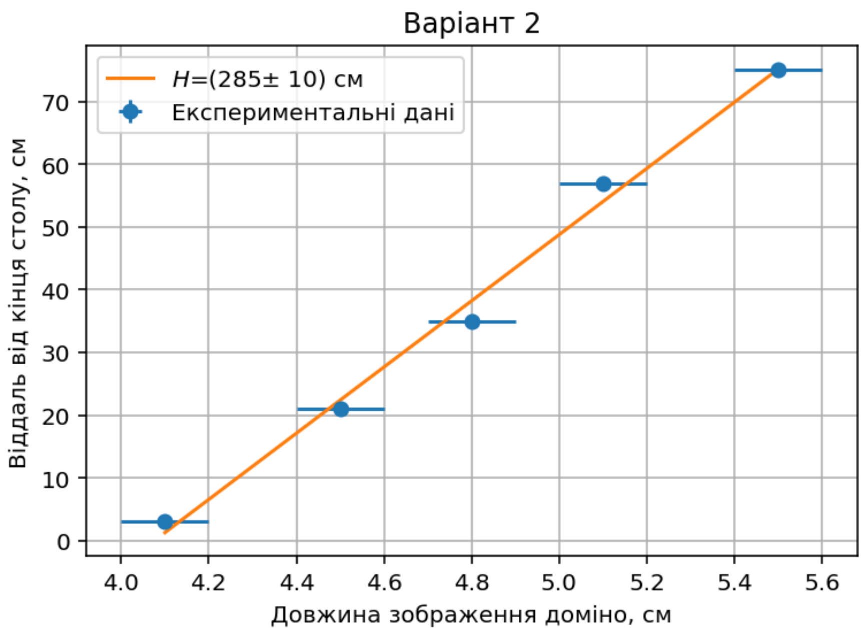
Таблиця 1

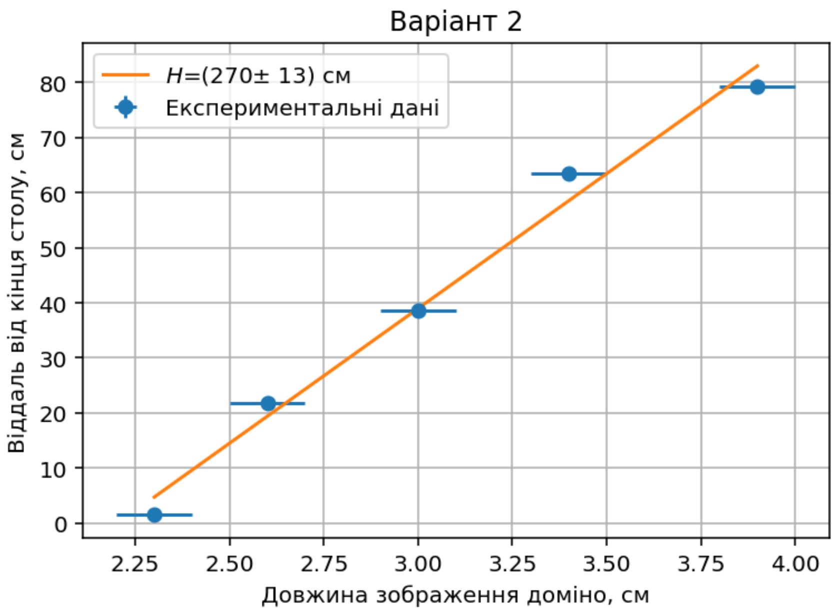
№ досліду	y, см	x, см
1	3	4.1
2	21	4.5
3	35	4.8
4	57	5.1
5	75	5.5

№ досліду	y, см	x, см
1	1.5	2.3
2	21.7	2.6
3	38.6	3.0
4	63.5	3.4
5	79.3	3.9

Користуючись даними (табл 1), побудуємо графік залежності $y(x)$ (див. рис.) і за допомогою МНК визначимо кутовий коефіцієнт k.

Використавши (1) та (2) визначемо висоту стелі H.





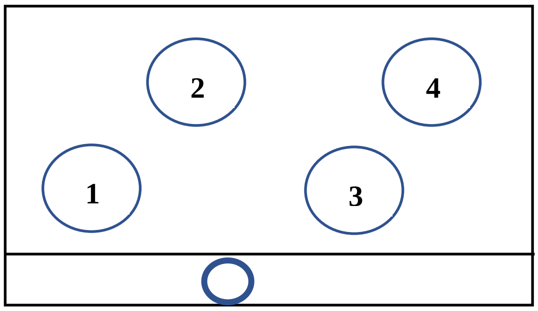
Критерії оцінювання задачі № 1 «Дзеркалізація в просторі»

1. Теоретична модель та методика експерименту 2,0 бали
2. Результати експерименту (таблиця даних) 1,0 бал
3. Результати розрахунків (числове значення, похибки) 1,0 бал
4. Висновки. Оцінка точності отриманих результатів, методики покращення точності результату 1,0 бал.

ЗАГАЛОМ 5,0 балів

2. «Чорна скринька з ілюмінацією».

Обладнання: джерело живлення, чорна скринька, всередині якої знаходяться 2 однакових резистори, лампочка, за яскравістю якої можна спостерігати, та сполучні дроти нехтовно малого опору; назовні зі скриньки виходять 4 контакти.



Для опису експерименту поверніть чорну скриньку так, щоб Ви бачили світіння лампочки та пронумеруйте виводи схеми зліва направо 1,2,3,4 (дивись рисунок).

Завдання: відтворити схему, яка знаходиться в скриньці.

У звіті навести:

- методику проведення експерименту,
- результати спостережень та висновки з них;
- відтворену Вами схему, яка знаходиться в скриньці.

Увага! Батарейка під час тривалої експлуатації (особливо при короткому замиканні) доволі швидко розряджається, тому всі контакти замикати на короткий час.

Розв'язання.

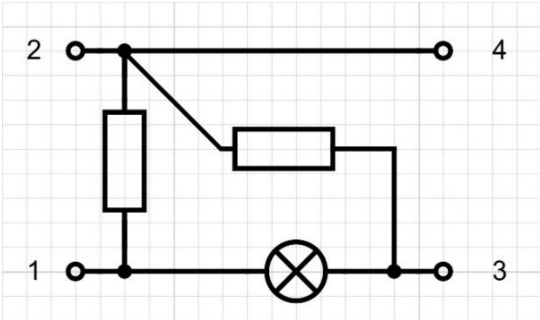
Підключаємо батарейку до всіх можливих пар контактів

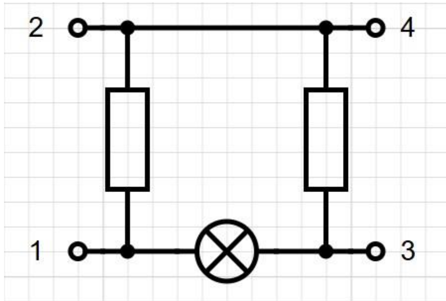
1-2, 1-3, 1-4, 2-3, 2-4, 3-4. Для кожної пари засвідчуємо один з трьох варіантів: лампочка на «чорній» скринці» а) не світиться, б) світиться тьмяно, в) світиться яскраво. Відтворюємо схему, яка реалізує отриманий розподіл варіантів.

контакти	1	2	3	4
1		±	+	±
2	±		±	–
3	+	±		±
4	±	–	±	

« +» світиться яскраво; « ± » світиться тьмяно;

«−» не світиться,





Критерії оцінювання задачі № 2 «Чорна скринька з ілюмінацією»

1. Опис методики проведення експерименту. Теоретичні обгрунтування 0,5 балів
2. Результати проведення експерименту з визначення яскравості світіння (чи несвітіння) лампи при підключенні джерела до різних контактів 2 бали
3. Схема з'єднання елементів у чорній скринці 2 бали
4. Аналіз результатів експерименту 0,5 балів

ЗАГАЛОМ 5,0 балів

<u>*3. «Слінкі»*</u>

<u>*Увага. У кожного з вас персональний набір різного за характеристиками обладнання, тому на початку Вашої роботи вкажіть номер комплекту, написаний на внутрішній частині коробки.*</u>

Обладнання: вантаж відомої маси, штатив з лапкою та кільцем, металева пружина-слінкі.

Завдання: Визначте якомога точніше масу наданої пружини-слінкі.

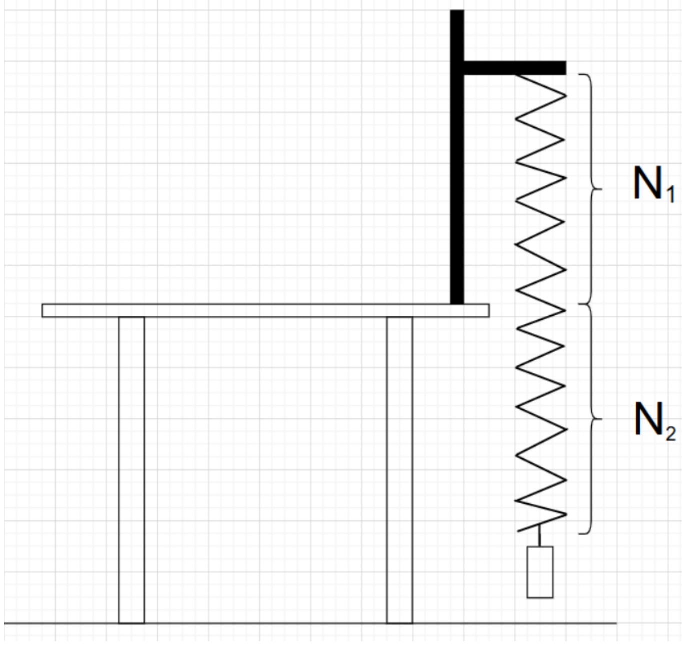
Зауваження: В цій роботі не передбачено вимірювання довжини.

У звіті навести методику проведення експерименту та її обґрунтування, необхідні креслення, розрахунки та результати. Опишіть, що Ви зробили для покращення точності результату. Які фактори впливали на точність результату?

<u>*УВАГА! Обладнання з однієї задачі не може бути використане для розв'язання інших задач!*</u>

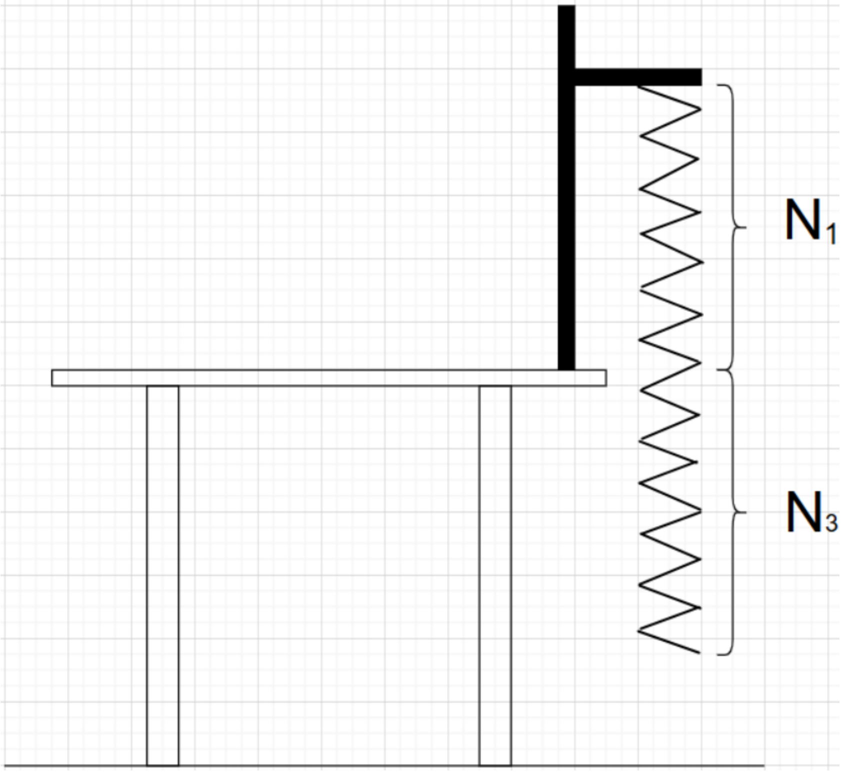
<u>***Розв'язання***</u>

Спосіб 1. Перший етап. Кріпимо до кінця пружини-слінкі вантажок відомої маси та підвішуємо слінкі на штативі таким чином, щоб вантажок був біля самої підлоги, але не торкався її. Для того щоб це зробити доведеться кріпити на лапку штативу слінкі не за останній виток, а певну кількість витків залишити нерозтягненими. Після цього треба порахувати скільки витків N_1 висить між точкою підвісу та рівнем столу, а також кількість витків N_2, що висить під рівнем столу.



Другий етап. Прибираємо вантажок і підвішуємо слінкі таким чином, щоб вище рівня столу до точки підвісу все так само висів N_1 виток. Рахуємо скільки для цього знадобилось витків N_3 під рівнем столу.

В обох випадках кількість витків N_1 над рівнем столу розтягнені однаково, а отже, маса N_2 витків та вантажка рівна масі N_3 витків. Порахувавши повну кількість витків в пружинці-слінкі легко отримати тепер повну масу пружини.



При закріпленні пружини на штативі важливо стежити щоб верхні витки біля точки підвісу були в однакових початкових умовах в обох етапах експерименту.

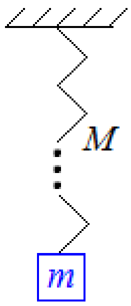


Рис. 1

Спосіб 2. Спочатку виведемо формулу для розтягнення пружини під власною вагою та під вантажем, див. рис. 1. Побудуємо теоретичну модель небезмасової пружини, розбивши її на дуже багато дуже маленьких частин N ? 1, див. рис. 2 (***увага, рис.1 та рис.2 схематичні, насправді верхні частини пружини розтягнуті значно сильніше за нижні!***). Кожна частина пружини має масу $\Delta M = M/N$ і жорсткість $\kappa = kN$, де k – жорсткість всієї пружини. Перша зверху частина пружини розтягнута вагою $(N\Delta M + m)g$, друга зверху частина пружини розтягнута вагою $((N-1)\Delta M + m)g$, і так далі, тож:

$$\begin{cases} (N\Delta M + m)g = \kappa \Delta l_1 \\ ((N-1)\Delta M + m)g = \kappa \Delta l_2 \\ \text{M} \\ (\Delta M + m)g = \kappa \Delta l_N \end{cases} \Rightarrow$$

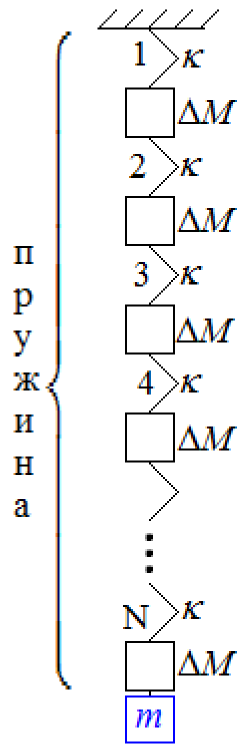


Рис. 2

$\Rightarrow \kappa\Delta l = \left(\left(1+2+\ldots+N\right)\Delta M + mN\right)g$, де $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \ldots + \Delta l_N$ – видовження всієї пружини. Обчислимо суму $S = 1+2+\ldots+N$:

$$\begin{cases} S = 1+2+\ldots+N \\ S = N+\left(N-1\right)+\ldots+1 \end{cases} \Rightarrow 2S = \left(N+1\right)+\left(N-1+2\right)+\left(N-2+3\right)+\ldots+\left(1+N\right) =$$

$$= \underbrace{\left(N+1\right)+\left(N+1\right)+\ldots+\left(N+1\right)}_{N\text{разів}} = N\left(N+1\right) \Rightarrow S = \frac{N\left(N+1\right)}{2}.$$

Тож, $\kappa\Delta l = \left(\frac{N\left(N+1\right)}{2}\Delta M + mN\right)g$, з урахуванням того, що $\Delta M = \frac{M}{N}$ та $\kappa = kN$ маємо $kN\Delta l = \left(\frac{N\left(N+1\right)}{2}\Delta M + mN\right)g \Rightarrow k\Delta l = \frac{M}{2}\left(1+\frac{1}{N}\right)g + mg$, і через те, що N ? 1 виразом $1/N$ можна знехтувати, та $\boxed{\Delta l = \frac{Mg}{2k} + \frac{mg}{k}}$. У випадку, коли вантаж відсутній, та пружина розтягується просто під власною вагою, $\Delta l = \frac{Mg}{2k}$.

Перекинемо через «лапку» штатива пружину слінкі таким чином, як зображено на рис. 3: до лівої частини пружини прикріплено вантаж, нижній рівень обох частин пружини співпадає (його не можна вимірювати, але можна помітити, що він однаковий!). ***Увага: рис. 3 схематичний, насправді верхні витки частин пружини розтягнуті значно сильніше за нижні!***

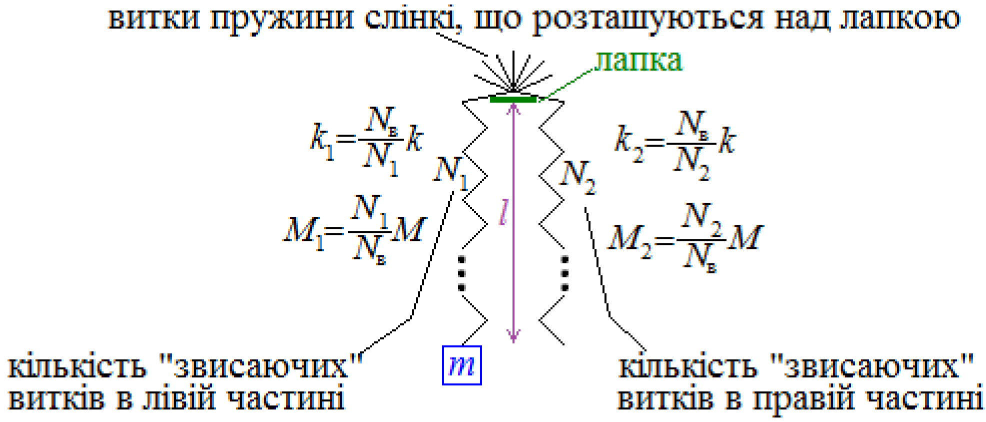


Рис. 3

Фактично, ліва частина пружини є пружиною N_1 витків, права частина пружини є пружиною з N_2 витків (мова йде саме про «звисаючі» частини пружин, частину пружини над лапкою штатива не рахуємо).

Згідно вище виведеної формули для розтягування пружини випишемо:

$$\begin{cases} l - l_1 = \dfrac{M_1 g}{2k_1} + \dfrac{mg}{k_1} \\ l - l_2 = \dfrac{M_2 g}{2k_2} \end{cases}$$
, де довжина l зображена на рисунку, та l_1, l_2 – довжини нерозтягнутих (навіть під власною вагою) лівої та правої частин, відповідно. Через те, що $l_1 = l$ та $l_2 = l$, знехтуємо величинами l_1, l_2, та матимемо: $\begin{cases} l = \dfrac{M_1 g}{2k_1} + \dfrac{mg}{k_1} \\ l = \dfrac{M_2 g}{2k_2} \end{cases}$, звідки $\dfrac{M_1}{2k_1} + \dfrac{m}{k_1} = \dfrac{M_2}{2k_2}$.

Нехай $N_в$ – загальна кількість витків в пружині (в лівій частині, правій частині та тих, що над лапкою).

Тоді з урахуванням виразів $M_1 = \dfrac{N_1}{N_в} M$, $M_2 = \dfrac{N_2}{N_в} M$, $k_1 = \dfrac{N_в}{N_1} k$, $k_2 = \dfrac{N_в}{N_2} k$ остаточно отримаємо: $\left(\dfrac{N_1}{N_в}\right)^2 \dfrac{M}{2k} + \dfrac{N_1}{N_в}\dfrac{m}{k} = \left(\dfrac{N_2}{N_в}\right)^2 \dfrac{M}{2k} \Rightarrow \boxed{M = \dfrac{2N_1 N_в}{N_2^2 - N_1^2} m}$.

Наприклад, для одного з наборів, в якому $m = 51{,}2$г; $N_в = 78$; у журі вийшло $N_1 = 26$, $N_2 = 42$, та знайдена маса пружини $M \approx 190{,}87$г, що дуже добре співпадає з реальною масою пружини, яка дорівнює $M = 189{,}32$г.

Примітка: окрім нехтування довжинами l_1, l_2 нерозтягнутих частин, тут також нехтувалось тим фактом, що вантаж, «зачіплений» за низ лівої частини пружини, дещо «перекошує» її нижні витки. Також нехтувалось можливою «початковою деформацією» виготовленої пружини в положенні, коли її витки розташовані впритул (при наявності «початкової деформації» у пружини нижні витки можуть бути стиснутими впритул один до одного у «висячому» стані). Однак вище описані факти не завадили отримати адекватний результат. Ймовірно, вище описані два способи є не єдиними можливими.

Критерії оцінювання задачі № 3 «Слінкі»

1. Опис методики експерименту 3бали.
2. Проведення кількох вимірювань, таблиця результатів та її аналіз 1бал.
3. Фактори, що впливають на точність експерменту та обчислення похибок 1 бал

ЗАГАЛОМ 5,0 балів

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Експериментальний тур, 10-й клас

Умови та розв'язки

1. «***Бронеплита з пінопласту***»

Обладнання: пластинка з пінопласту, електронні ваги, металева кулька, гвинтик, штангенциркуль, лінійка 30 см, ручка, олівець.

Завдання:

- **Знайдіть мінімальний тиск**, який потрібно чинити на пінопласт, щоб зробити у ньому отвір.
- **Оцініть мінімальну швидкість**, яку повинна мати металева кулька, щоб пробити пінопластову пластинку (ви можете скористатися отриманим у попередньому пункті результатом).

У звіті наведіть методику проведення експерименту та її обґрунтування, необхідні креслення та розрахунки, результати та оцінку їх точності.

УВАГА! Обладнання з однієї задачі не може бути використане для розв'язання інших задач, якщо воно не прописане в переліку обладнання!

Розв'язання.

1. Для знаходження межі міцності пінопласту будемо вимірювати силу, яку необхідно прикласти до гвинтика, щоб продавити пінопласт. Оскільки ця сила більша, ніж межа вимірювання вагів, застосуємо важіль, як показано на фото. Поділивши силу на площу гвинтика, дізнаємося межу міцності

$\sigma = F/S_{гвинт}$

2. Кулька, що пробиває пінопласт витрачає свою енергію на подолання сили опору (цей дослід робити не треба, рахуємо теоретично)

$Mv^2/2 = \sigma S_{кулі}\ d = \pi R^2 \sigma d$ (d – товщина пінопласту)

Зважуючи кулю M, вимірюючи її радіус та товщину пінопласту, дізнаємося мінімальну швидкість кулі, необхідну для пробиття пінопласту

$v = \sqrt{(2\pi R^2 \sigma d/M)}$

В цій задачі буде ще опір шарів пінопласту, які куля має розігнати до певної швидкості, пробиваючи пінопласт, тобто передати їм частину кінетичної енергії. Але оскільки ми рахуємо мінімальну швидкість кулі, то кінцеву швидкість шарів пінопласту можна вважати нульовою і відповідну енергію не враховувати.

10 клас. Критерії оцінювання задачі 1 експериментального туру

1. Опис методики вимірювання сили, що потрібна для створення отвору, її обґрунтування 1,5 бали
2. Результати вимірювань сили тиску 1,0 бал
3. Обчислення мінімального тиску, оцінка похибки 1,0 бал
4. Опис методики оцінки, розрахунок мінімальної швидкості кульки 1,5 бали
РАЗОМ **5,0 балів**

2. «Дизайнерський термометр»

Завдання: визначити температуру повітря в приміщенні.

У звіті наведіть

- план проведення експерименту,
- результати вимірювань та обчислень.
- фактори, що впливають на точність, та Ваші дії для її покращення.

Обладнання: пробірка, корок з герметично припасованою трубкою, електронні терези, суміш води з льодом, дві порожні посудини.

Примітки:

1. Суміш води з льодом вам буде видано за вашим проханням, але можливість отримати лід ви маєте лише двічі: приблизно об 11.30 та о 13.00. Льоду буде надано близько 300-400 грамів. Тому перед тим, як просити його видати, необхідно спланувати експеримент.
2. В цій задачі не передбачено вимірювання розмірів.
3. Зверніть увагу, що для зручності електронні терези мають функцію TARE. Ця кнопка скидає покази навантажених терезів до позначки 0.
4. **УВАГА!** Будьте обережними з пробкою, адже з неї стирчить вістря голки шприца.
5. **УВАГА!** Не витягайте голку з пробки, адже це розцінюватиметься як псування обладнання. В такому разі нове обладнання видаватись не буде.

Розв'язання:

1. Зважуємо порожню пробірку з корком та трубкою (m_0)
2. Занурюємо порожню пробірку при кімнатній температурі, закриту корком з трубкою, у суміш води з льодом. При цьому важливо спочатку занурити відкритий кінець трубки, а потім все інше. Повітря стискається і у трубку набирається вода. Затискаємо відкритий кінець трубки під водою та перенесемо всю конструкцію у порожню посудину, яка заздалегідь встановлена на терезах (перед перенесенням, тримаючи трубку вертикально, протираємо її та пробірку серветкою). Зважуємо пробірку з корком, трубкою та набраною водою (m_1).
3. Набираємо повну пробірку та трубку води та зважуємо все разом (m_2). Для того щоб набрати у трубку воду можна, дійсно, просто її всмоктати, але це не гігієнічно. Краще нагріти пробірку руками та повторити дослід. В цьому випадку трубка наповниться водою повністю.

З $m_2 - m_0$ дізнаємося початковий об'єм повітря в пробірці та трубці, з $m_1 - m_0$ зміну об'єму при охолодженні. З цих даних розраховуємо температуру в приміщенні.

Тиск газу в пробірці в ході експерименту залишається сталим. Тому, з рівняння ізобари:

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_1}{T_1}$$

V_0, T_0 – до занурення пробірки в льодяну воду. Тобто T_0 – температура повітря в кімнаті.
V_1, T_1 – після занурення пробірки в льодяну воду. Тобто $T_1 = 0$ °C.

$V_0 = \frac{m_2 - m_0}{\rho_в}$, $V_1 = V_0 - \frac{m_1 - m_0}{\rho_в}$

Підставляємо V_0, V_1 у рівняння ізобари та отримуємо:

$$T_0 = T_1 \frac{m_2 - m_0}{(m_2 - m_0) - (m_1 - m_0)} = T_1 \frac{m_2 - m_0}{m_2 - m_1}$$

Запропонований спосіб дає досить точний результат, але є багато факторів, що можуть привести до похибок. Спочатку треба виконувати всі вимірювання для сухої трубки та пробірки. Температура пробірки може бути вища за температуру повітря в кімнаті внаслідок контакту з руками. Після того, як вставили корок у пробірку, треба залишити пробірку на столі на декілька хвилин для встановлення теплової рівноваги. Пробірку бажано після цього тримати за корок, щоб не нагріти її, й відповідно повітря в ній. При проведенні досліду пробірка має бути повністю занурена у воду, дослід треба проводити не менше ніж 4-5 хвилин періодично перемішуючи суміш води з льодом для встановлення теплової рівноваги. На зовнішніх поверхнях конструкції можуть залишатися каплі рідини, а враховуючи, що маса води в трубці біля 2 грамів, внесок таких крапель є суттєвим. При перенесенні конструкції після проведення досліду перед зважуванням пробірку та трубку треба зовні протирати серветкою. Під час проведення експерименту в посудині накопичується вода, тому перед кожним зважуванням рекомендується використовувати кнопку TARE.

Критерії оцінювання задачі № 2 «Дизайнерський термометр»

1. Сформульовано план проведення експерименту. -1,5 бали
2. Побудована математична модель. – 1 бал
3. Виконані необхідні вимірювання та визначена температура в кімнаті. 1,5 бали.
4. Визначено фактори, що впливають на точність, та дії для її покращення. 1 бал.

3. «Тюль».

Обладнання: шматок москітної сітки в картонній оправі, листок міліметрового паперу.

Завдання: знайти товщину нитки сітки.
У звіті:
- описати методику проведення експерименту;
- надати необхідні креслення та результати вимірювань;
- вказати фактори, які вплинули на точність кінцевого результату.

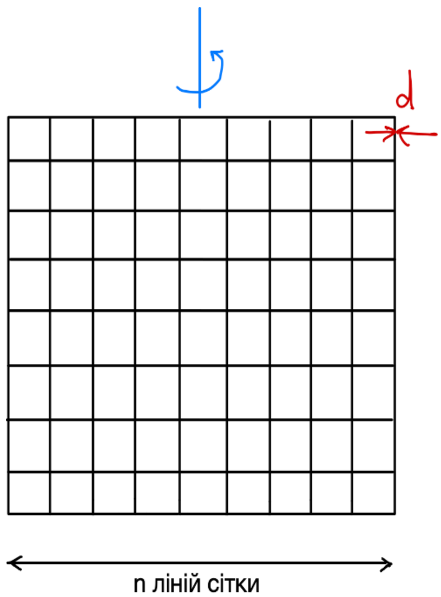
Будьте обережні при роботі із москітною сіткою, не допускайте її вигинів, інакше результати можуть бути суттєво неточними. Рамка зроблена спеціально для того, аби сітка була настільки плоскою, наскільки це можливо. Зверніть увагу, що псувати експериментальне обладнання суворо заборонено. Нове обладнання замість зіпсованого видаватись не буде.

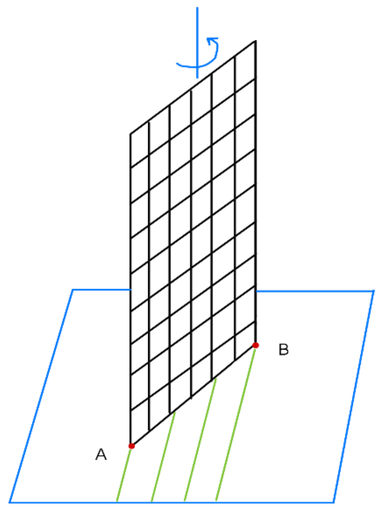
УВАГА! Обладнання з однієї задачі не може бути використане для розв'язання інших задач, якщо воно не прописане в переліку обладнання!

Розв'язання:

1. Взяти в руку рамку із сіткою, розмістити площину із сіткою перпендикулярно до площини міліметрового паперу.

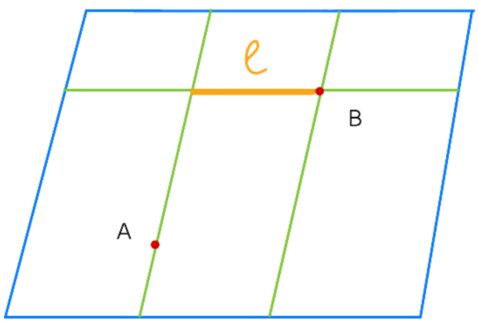
2. Подивитись паралельно лініям міліметрового паперу (на рисунку позначені зеленим кольором) та повертати рамку до моменту, поки просвіт у сітці не зникне.





3. Відмітити на міліметровому папері точки A та B кінців рамки.

4. Виміряти відстань l, зображену на рисунку (вздовж лінії, перпендикулярної до ліній сітки, вздовж яких ми дивились).



Товщина сітки: $d = \frac{l}{n}$.

Вимірювання проводити як мінімум 10 разів, аби, в тому числі зменшити вплив людського фактора.

Критерії оцінювання задачі 3 «**Тюль**»

1 Опис методики – 1,5 бала

2 Креслення та схеми – 1,0 бал

3 Вибір формули та її фізичне обґрунтування – 1,0 бал

4 Обробка даних вимірювань – 1,0 бал

5 Основні фактори, що вплинули на точність – 0,5 бала

Міністерство освіти і науки України
Національний центр «Мала академія наук України»
LIX Всеукраїнська учнівська олімпіада з фізики, м. Львів, 2025
Експериментальний тур, 11-й клас

Умови та розв'язки

1. «Криптоніт»

Обладнання: штангенциркуль пластиковий, магнітометр з мультиметром та джерелом живлення (інструкція з використання магнітометра додається), магніт (південний полюс позначений синьою точкою), викрутка, підкладки для регулювання висоти, два аркуші міліметрового паперу, досліджуваний зразок – криптоніт, шматок двостороннього скотчу для кріплення криптоніту та ножиці (групове).

Вказівка: *Запропоновані для дослідження зразки криптоніту, мабуть, були завезені на Землю прибульцями, оскільки матеріали з такими магнітними властивостями ніколи не траплялись дослідникам раніше. Криптоніт буває двох видів: «північний» і «південний» («північним» називають той, до якого з обох боків (полюсів) притягається південний кінець стрілки компаса). Зразки одного виду відштовхуються, а різних видів притягуються, незалежно від того, якими поверхнями прикладати один до одного. Деякі дослідники висловили припущення, що криптоніт містить магнітні монополі (магнітні заряди), «північний» – одного знаку, а «південний» – протилежного, і вони взаємодіють аналогічно до точкових електричних зарядів.*

Завдання: вивчити магнітні властивості досліджуваного зразка криптоніту.

А) Складіть установку та установіть нуль на шкалі магнітометра. Проградуюйте магнітометр (встановіть коефіцієнт пропорційності між індукцією магнітного поля та показами мультиметра), використовуючи наявний магніт (уважайте, що на відстані 4,2 см від полюсу магніта вздовж його осі індукція магнітного поля становить 1 мТл).

Б) Визначіть вид досліджуваного вами зразка криптоніту («північний» чи «південний»).

В) Встановіть залежність індукції магнітного поля **магніта** від відстані між центром магніта та магнітометром. Уважаючи цю залежність степеневою, визначіть показник степеня.

Порівняйте залежність від відстані індукції магнітного поля даного магніту з теоретичною залежністю напруженості поля електричного диполя.
До уваги: звичайний магніт можна розглядати як диполь, бо він має два полюси аналогічно до електричного диполя.

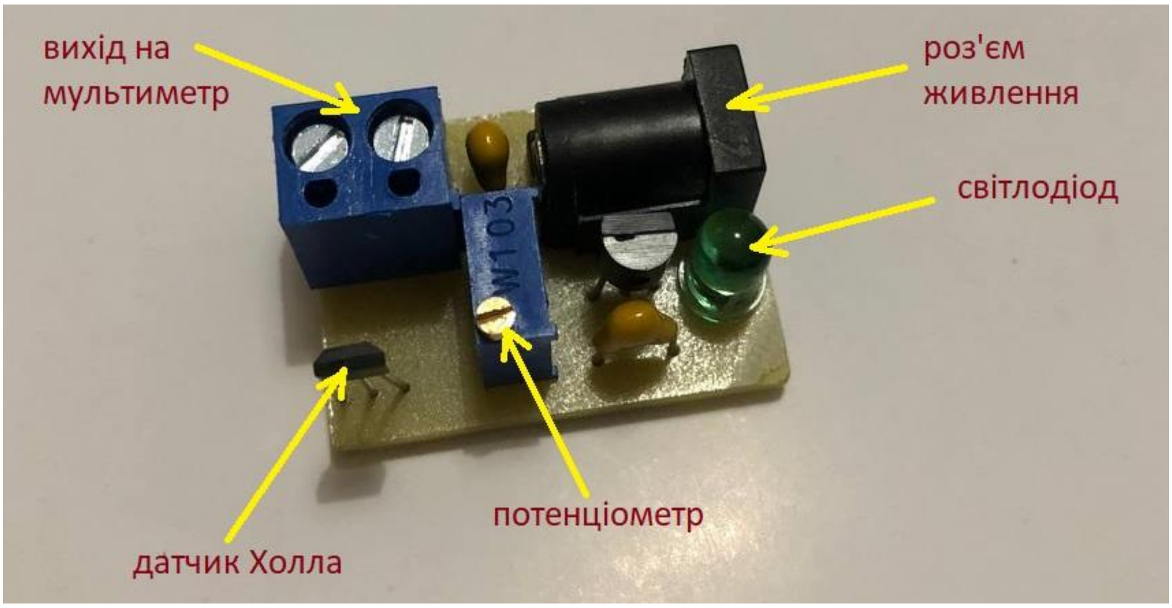
Г) Встановіть залежність індукції магнітного поля криптоніту від відстані до магнітометра та визначіть показник цієї залежності також вважаючи її степеневою.

Д) Спираючись на результати попереднього пункту, перевірте припущення, що зразок криптоніту містить магнітний монополь.

Е) Запропонуйте гіпотезу щодо внутрішньої структури зразка криптоніту.

Магнітометр

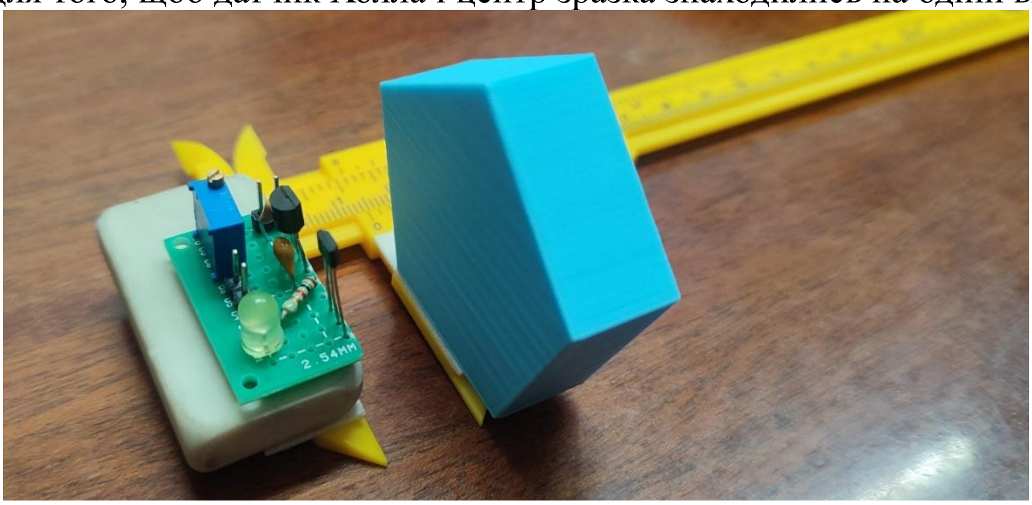
Використаний в задачі магнітометр побудований на основі датчика Холла. Принцип його роботи полягає у відхиленні носіїв заряду (електронів або дірок) силою Лоренца при проходженні струму крізь напівпровідник при наявності перпендикулярного магнітного поля. Внаслідок такого відхилення виникає поперечна різниця потенціалів, пропорційна індукції магнітного поля. Мікросхема 49E містить такий датчик і підсилювач напруги. Чутливий до магнітного поля елемент знаходиться в центрі корпусу датчика Холла.



Для роботи магнітометра на нього потрібно подати напругу живлення 6-15 В, а до вихідного конектора (синього кольору) за допомогою викрутки під'єднати щупи мультиметра. (**УВАГА! Затискаючи гвинти надмірних зусиль не прикладати! Надійний контакт забезпечується при легкій фіксації щупів**.) Мультиметр працює в режимі вольтметра. Необхідний діапазон вимірювання вибираємо залежно від величини магнітного поля. Наявність напруги живлення показує світлодіод.

За допомогою потенціометра та викрутки встановлюється нульова вихідна напруга при відсутності магнітного поля.

Для виконання вимірювань магнітометр і досліджуваний зразок закріплюємо до губок штангенциркуля за допомогою двостороннього скотчу. Використовуємо додаткові підкладки для того, щоб датчик Холла і центр зразка знаходились на одній висоті.



Розв'язання.

1) Підключаємо магнітометр до батарейки і до мультиметра, закріплюємо на одній з губок штангенциркуля так як описано в описі магнітометра.
2) Прибираємо магніт і «криптоніт» подалі від магнітометра. За допомогою викрутки встановлюємо нульову напругу на виході.
3) До другої губки штангенциркуля закріплюємо постійний магніт. Використовуємо додаткові підкладки так, щоб центр магніта був на рівні датчика Холла.
4) Встановлюємо магніт на такій відстані, для якої в умові вказана величина магнітної індукції. Записуємо напругу. Визначаємо коефіцієнт пропорційності між індукцією магнітного поля і вихідною напругою магнітометра.
5) Повертаємо магніт на 180^o, переконуємось що при зміні напрямку магнітного поля вихідна напруга магнітометра змінює знак.
6) Змінюючи відстань між магнітом і магнітометром визначаємо діапазон зміни вихідної напруги до насичення.
7) Прибираємо магніт, до губки штангенциркуля закріплюємо досліджуваний зразок «криптоніту».
8) За знаком вихідної напруги визначаємо тип «криптоніту».
9) Вимірюємо залежність поля криптоніту від відстані. При визначенні відстані враховуємо товщину зразка і датчика Холла.
10) Визначаємо, якою функцією описується залежність індукції магнітного поля від відстані. (Це можна зробити, побудувавши графік у подвійному логарифмічному масштабі, або послідовно пробуючи різні степені r до тих пір, поки не отримуємо лінійну залежність.)
11) Якщо вийде $1/r^2$ – значить це магнітний монополь (хороші шанси отримати Нобеля :). Якщо $1/r^3$ – магнітний диполь (як звичайний магніт), але це навряд, бо він створює з двох боків поле протилежного знаку, а наш зразок – однакового. Якщо $1/r^4$ – два диполі, орієнтовані назустріч (це – підходить!)

«Криптоніт». Критерії.

А) Складіть установку та встановіть нуль приладу. Проградуювати магнітометр (встановити коефіцієнт пропорційності між індукцією магнітного поля та показами мультиметра), використовуючи магніт з обладнання (уважати, що на відстані 4,2 см від полюсу магніта на його осі індукція магнітного поля 1 мТл). **1,0 б**

Б) Визначити вид Вашого зразка криптоніту («північний» чи «південний»). **0,5 б**

В) Встановіть залежність індукції магнітного поля **магніта** від відстані між центром магніта та магнітометром. Уважаючи цю залежність степеневою, визначить показник степеня. **3,5 б**

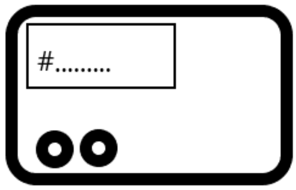
Порівняйте залежність від відстані індукції магнітного поля даного магніту з теоретичною залежністю напруженості поля електричного диполя. **1,0 б**

Г) Зняти залежність індукції магнітного поля криптоніту від відстані до магнітометру та визначити показник цієї залежності, також вважаючи її степеневою. **2,5 б**

Д) Спираючись на результати попереднього пункту, перевірити припущення, що криптоніт містить магнітний монополь. **0,5 б**

Е) Запропонувати гіпотезу про внутрішню структуру криптоніту. **1,0 б**

2. «Конденсаторна чорна скринька»



Обладнання: чорна скринька, що має 2 виводи і містить резистор і конденсатор, батарейка, резистор, з'єднувальні провідники, мультиметр, секундомір.

Визначити:

А) Як з'єднані між собою в скринці резистор та конденсатор (послідовно чи паралельно);

Б) Внутрішній опір мультиметра в режимі вольтметра в діапазоні до 20 В;

В) Ємність конденсатора,

Г) Опір резистора (того що в чорній скриньці).

У звіті навести застосовану методику експерименту, оцінку її ефективності, рисунки, результати вимірювань, розрахунок результату, та описати, що саме ви зробили для покращення точності результату.

Мультиметр

Мультиметр **DT-9208A** – це багатофункціональний електровимірювальний прилад, за допомогою якого можна вимірювати силу струму, напругу (як постійні, так і змінні), опір, ємність, частоту. Також можна перевіряти справність напівпровідникових діодів і біполярних транзисторів, а з допомогою зовнішньої термопари вимірювати температуру. Потрібний тип вимірювання задається обертовим перемикачем в центрі передньої панелі. Мультиметр вмикається і вимикається жовтою клавішею "**ON/OFF**" в лівому верхньому кутку. Один щуп підключають до клеми "**COM**" – загальний, мінус, а другий до клеми позначеної:

- "**V Ω Hz**" – при вимірюванні напруги, опору чи частоти;
- "**mA**", "**20A**" – для вимірювання сили струму (в залежності від його величини).

Якщо полярність напруги або струму виявиться протилежною до описаної вище, на екрані з'являється знак "**-**" перед виміряною величиною. Якщо вимірювана величина перевищує межі вибраного діапазону вимірювання, то на екрані з'являється "**OL**". Це відбувається, наприклад, у випадку, коли мультиметр перевели в режим вимірювання опору («зелені» положення перемикача в лівому верхньому секторі, позначені символом "**Ω**"), а вимірюваний опір не під'єднали, або коли величина опору виходить за межі вибраного діапазону.

Мультиметр має захист від неправильного приєднання або перевищення діапазону вимірювання в розумних межах, окрім режимів вимірювання сили струму. Тому, при вимірюванні сили струму подбайте, щоб вона не перевищувала встановлений діапазон вимірювання. Наприклад, не можна вмикати мультиметр в режимі вимірювання сили струму до батарейки без обмежувального опору, бо при цьому він вийде з ладу, і ви не зможете більше вимірювати ним силу струму.

Похибка при вимірюванні мультиметром згідно інформації від виробника складає 1-2 одиниці найменшого розряду індикації (для різних діапазонів вимірювання).

При розв'язуванні задачі ви можете використовувати всі можливості виданого мультиметра, але звертаємо увагу, що вольтметр і амперметр в мультиметрі є неідеальними, тобто мають певний внутрішній опір, який може залежати від діапазону вимірювання.

Розв’язання

1) Вимірюємо опір виданого нам резистора за допомогою мультиметра в режимі омметра.

2) Визначаємо внутрішній опір мультиметра в режимі вольтметра. Для цього підключаємо мультиметр до батарейки, вимірюємо напругу. Повторюємо вимір, підключивши послідовно з мультиметром резистор з відомим опором. За результатами цих двох вимірів розраховуємо опір вольтметра. Слід зауважити, що опір мультиметра в режимі вольтметра може бути різним на різних діапазонах вимірювання. Тому в подальших вимірах слід використовувати той же діапазон вимірювання напруг, для якого був визначений опір.

3) Досліджуємо чорну скриньку за допомогою мультиметра в режимі омметра. Він показує великий опір (мегоми), який повільно збільшується. На підставі цього вже можна зробити висновок, що конденсатор і резистор в чорній скриньці ввімкнуті послідовно (конденсатор повільно заряджається струмом омметра, напруга на ньому зростає, на резисторі падає, отже, струм через резистор зменшується, покази омметра зростають).

4) Інший спосіб визначення схеми з’єднання: підключаємо чорну скриньку до батарейки на деякий час (секунди – хвилини), а потім до вольтметра. Напруга, яку показує вольтметр, помітно менша, ніж напруга батарейки, виміряна в попередніх пунктах, і повільно зменшується. Це означає, що конденсатор і резистор з’єднані послідовно, тому за час підключення скриньки до батарейки конденсатор не встиг зарядитись до е.р.с. батарейки.

5) Визначаємо ємність конденсатора і опір резистора в чорній скриньці. Для цього підключаємо її до батарейки на кілька хвилин, щоб конденсатор зарядився, а потім відключаємо від батарейки і підключаємо до вольтметра.

6) Вимірюємо динаміку зміни показів вольтметра з часом (записуємо покази вольтметра кожні 10 секунд або кожну хвилину, так щоб зміни напруги були невеликі – менше 10%). Розраховуємо сталу часу розряду – добуток $C*(R+R_v)$, де C – ємність конденсатора, R – опір резистора, R_v – опір вольтметра.

7) Повторюємо п.5-6, ввімкнувши послідовно з вольтметром відомий резистор. Визначаємо добуток $C*(R+R_v+R_0)$, де R_0 – опір відомого резистора.

8) Розв’язавши систему двох рівнянь, знаходимо R і C.

Критерії оцінювання задачі 2 експериментального туру (11 клас).

1) Обґрунтування типу з’єднання конденсатора і резистора у чорній скриньці: 2 **бали.**

2) Вимірювання опору виданого додаткового резистора за допомогою мультиметра в режимі омметра: **1 бал**.

3) Визначення внутрішнього опору мультиметра в режимі вольтметра: **2 бали** (методика – 1 бал, чисельне значення – 1 бал).

4) Визначення ємності конденсатора і опору резистора в чорній скриньці: **4.5 балів**.

   а) схема вимірювань – 1 бал;

   б) таблиця вимірювань – 1.5 балів;

   в) графік або пропорція для знаходження сталої часу розряду – 0.5 балів;

   г) розрахунки і чисельні результати – 1.5 балів.

5) Аналіз ефективності і рекомендації щодо покращення точності – **0.5 балів**.

І н ф о р м а ц і й н е   в и д а н н я

Міністерство освіти і науки України

Львівський фізико-математичний ліцей-інтернат
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка

ВСЕУКРАЇНСЬКИЙ ФІЗИЧНИЙ КОНКУРС “ЛЕВЕНЯ–2025”

Інформаційний вісник

Упорядник ***П е т р у н і в*** *Микола Іванович*

Редактор і коректор *Владислав* ***Ляшко****, Владислав* ***Ткачук***

Підписано до друку з готових діапозитивів 12.11.2025.
Формат 60 x 84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times.
Друк офсетний. Умов. друк. арк 3,72.
Обл.- вид. арк. 4,п. Наклад 5000 прим.

Видавництво “Каменяр”, 79008, Львів, Підвальна, 3.
Свідоцтво Держ. реєстру: серія ДК, № 462.
Ел. адреса: vyd@kamenyar.com.ua

Віддруковано ТЗОВ “Видавничий Дім ІНБУК”
79070 Львів, Г. Хоткевича, 14/117

В85 Всеукраїнський фізичний конкурс «Левеня – 2025» [текст]: Інформаційний вісник/ Упорядник М.І.Петрунів ; Міністерство освіти і науки України; Львівський фізико-математичний ліцей-інтернат при Львівському національному університеті ім. І. Франка. – Львів: Каменяр, 2025. – 79 с: іл.

ISBN 978-966-607-591-2

Інформаційний вісник підготовлено оргкомітетом за підсумками Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня–2025» – як один з призів учасникам цього творчого змагання. У виданні відображено результати конкурсу, вміщено статистичний звіт про нього. Вісник допоможе вчителям, учням та їх батькам у підготовці до наступного конкурсу, державної підсумкової атестації і незалежного тестування з фізики. Друга частина книжки адресована переможцям конкурсу, сподіваючись, що зібрані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікавляться різними видами інтелектуальних змагань (олімпіади, конкурси, турніри) з фізики, та для вчителів, які їх готуватимуть.

УДК 372.853