

*Міністерство освіти і науки України*

*Львівський фізико-математичний ліцей-інтернат  
при Львівському національному університеті  
імені Івана Франка*

**ВСЕУКРАЇНСЬКИЙ  
ФІЗИЧНИЙ  
КОНКУРС  
„ЛЕВЕНЯ – 2024”**

*Інформаційний вісник*



Львів  
Каменяр  
2024

*Інформаційний вісник підготовлено оргкомітетом за підсумками Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня–2024» – як один з призів учасникам цього творчого змагання. У виданні відображено результати конкурсу, вміщено статистичний звіт про нього. Вісник допоможе вчителям, учням та їх батькам у підготовці до наступного конкурсу, державної підсумкової ате-стації і незалежного тестування з фізики. Друга частина кни-жки адресована переможцям конкурсу, сподіваючись, що зіб-рані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікав-ляться різними видами інтелектуальних змагань (олімпіади, конкурси, турніри) з фізики, та для вчителів, які їх готувати-муть.*

Упорядник  
**Микола Петрунів**

Оргкомітет конкурсу “Левеня – 2024”:

*Микола Петрунів, Борис Кремінський,  
Ольга Петрунів, Сергій Зиков*

**Адреса оргкомітету:**

79054, Львів, вул. Караджича, 29

Львівський фізико-математичний ліцей

тел.: (032) 262-00-68

E-mail: [levenia.lviv@gmail.com](mailto:levenia.lviv@gmail.com)

[http:// levenia.com.ua](http://levenia.com.ua)

тел.: (096) 891 41 07,

(099) 622 98 86, (063) 656 13 07

Директор ліцею

**Мар’ян Добосевич**

**Благодійний фонд “Ліцей”:**

Філія АТ “Укресімбанк”

рахунок отримувача

IBAN: UA213223130000026003000028161

МФО 325718, код ЄДРПОУ 22360064

Виконавчий директор

благодійного фонду “Ліцей”

**Михайло Мурашук**

Автор логотипу **Орест Бурак**

Чого б ти не навчався, ти навчасяшся для себе.

Петроній

## Дорогі друзі, колеги, прихильники фізичного конкурсу “Левеня”!

З 8 по 12 квітня 2024 року, згідно з наказом Міністерства освіти і науки України № 553 від 07.05.2012 року, відбувся XX Всеукраїнський фізичний конкурс “Левеня-2024”.

Незважаючи на складну військово-політичну ситуацію на сході України, у конкурсі взяли участь **9831** учасників з **1 100** шкіл України. За цим стоїть велика організаційна робота координаторів, яким ми хочемо висловити вдячність за підтримку та поширення ідей конкурсу.

Область	2018	2019	2020	2021	2022/23	2024
АР Крим	-	-	-	-	-	-
м. Севастополь	-	-	-	-	-	-
Вінницька	4 027	2 750	2 200	170	1061	409
Волинська	2 469	1 836	1 584	536	1229	330
Дніпропетровська	10 187	8 599	8 320	3262	4943	1163
Донецька	3 296	2 638	2 062	493	940	75
Закарпатська	2 291	1 974	1 332	505	912	149
Житомирська	5 207	4 716	3 946	189	340	159
Запорізька	3 899	3 328	2 997	1017	1002	292
Івано-Франківська	1 541	935	719	297	754	426
м. Київ	930	765	807	934	1410	640
Київська	2 783	2 222	1 959	766	787	291
Кіровоградська	2 509	1 615	1 086	691	1202	357
Луганська	1 063	1 293	748	196	505	19
Львівська	8 928	7 346	4 163	2648	6681	1777
Миколаївська	3 063	2 456	1 944	382	1071	241
Одеська	2 011	1 719	1 454	677	733	210
Полтавська	4 757	4 650	3731	1837	4342	785
Рівненська	4 800	4 444	1 097	393	1323	156
Сумська	5 534	4 948	4 566	1817	1988	510
Тернопільська	2 323	1 696	1 310	420	437	233
Харківська	4 725	4 227	2 973	1005	1071	309
Херсонська	1 976	1 700	1 614	1008	415	127
Хмельницька	2 208	2 180	1 558	718	776	298
Черкаська	2 491	1 611	1 300	725	822	223
Чернівецька	2 463	2 647	2 004	474	1595	329
Чернігівська	658	473	487	276	991	323
<b>Усього учасників</b>	<b>86 139</b>	<b>72 768</b>	<b>35915</b>	<b>21429</b>	<b>37 317</b>	<b>9831</b>

Активними пропагандистами конкурсу в своїх областях стали:

**Анатолій Петрович Блащук** – Вінницька обл.,  
**Олена Федорівна Бурбела** – Волинська обл.,  
**Тетяна Віталіївна Потапова** – Дніпропетровська обл.,  
**Галина Миколаївна Кольчіба** – м.Кривий Ріг,  
**Людмила Віталіївна Чабаненко** – Криворізький район, Дніпропетровська обл.,  
**Олена Іванівна Боненко** – м. Маріуполь, Донецька обл.,  
**Оксана Миколаївна Омельченко** – м. Слов'янськ, Донецька обл.,  
**Людмила Іванівна Гайналії** – Закарпатська обл.,  
**Ірина Олексіївна Воробей** – м. Житомир,  
**Юрій Олексійович Скрипнюк** – Житомирська обл.,  
**Лілія Володимирівна Васильченко** – Запорізька обл.,  
**Наталя Олександрівна Куриндаш** – Івано-Франківська обл.,  
**Андрій Миколайович Березовський** – м. Київ,  
**Дмитро Андрійович Кравченко** – Київська обл.,  
**Дарія Олександрівна Гончаренко** - Київська обл.,  
**Лілія Борисівна Бойко, Олена Анатоліївна Гайдаєнко** – м. Біла Церква,  
**Андрій Анатолійович Дробін** – Кіровоградська обл.,  
**Олена Юріївна Бардаш** – Луганська обл.,  
**Галина Степанівна Коваль** – м. Львів,  
**Зоряна Юріївна Максимович** – Львівська обл.,  
**Олена Володимирівна Ліскович** – Миколаївська обл.,  
**Ольга Володимирівна Кривицька** – м. Одеса, Одеська обл.,  
**Олег Володимирович Кучеренко** – Полтавська обл.,  
**Анатолій Борисович Трофімчук** – Рівненська обл.,  
**Валентина Семенівна Лабудько** – Сумська обл.,  
**Василь Ярославович Гайда** – Тернопільська обл.,  
**Наталія Зіновіївна Бойко** – м.Тернопіль.,  
**Світлана Геннадіївна Федченко** – Харківська обл.,  
**Фаїна Яківна Божинова, Микола Валентинович Бондаренко** – м.Харків,  
**Ірина Іванівна Кисла** – Херсонська обл.,  
**Анна Сергіївна Яцишена** – Хмельницька обл.,  
**Алла Миколаївна Северинова** – Черкаська обл.,  
**Галина Іванівна Добрянська** - Чернівецька обл.,  
**Пауль Францович Пшенічка** – м.Чернівці,  
**Оксана Миколаївна Мухіна** – Чернігівська обл.

Висловлюємо вдячність дирекціям та педагогічним колективам тих шкіл, які перетворили конкурс у справжнє свято фізики для своїх учнів, залучивши до участі в ньому максимальну кількість школярів.

Вітаємо всіх учасників конкурсу, сподіваємось, що участь у ньому дозволить глибше зрозуміти закономірності законів розвитку Природи, здобути ґрунтовні знання з фізики та добре підготуватися до незалежного тестування, успішної професійної кар'єри в конкурентному середовищі.

Усіх, кого цікавить фізика, хто хоче перевірити своє вміння розв'язувати нестандартні цікаві задачі, запрошуємо до участі в наступному конкурсі, який відбудеться орієнтовно у **квітні 2025 року**.

# УМОВИ ЗАДАЧ ВСЕУКРАЇНСЬКОГО ФІЗИЧНОГО КОНКУРСУ “ЛЕВЕНЯ – 2024”

## 7 К Л А С

**Любий друже! Перед тим, як приступити до розв’язування задач, пам’ятай:**

- за кожну задачу можна отримати від трьох до п’яти балів;
- за неправильну відповідь знімається 25% від кількості балів, передбачених за правильну відповідь;
- на старті ти отримувеш авансом 30 балів;
- серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- користуватися калькулятором дозволено;
- **категорично заборонено** користуватися фізичними довідниками чи іншою допоміжною літературою;
- термін виконання завдань – 75 хв.

**Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді!**

**Часу обмаль, тож поспішай! Бажаємо успіху!**

### Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами.

1. Місяць постійно повернутий до Землі однією стороною. Скільки обертів він здійснює навколо своєї осі за час повного оберту навколо Землі? ( $r$  – радіус Місяця,  $R$  – радіус Землі).



А: 1;    Б: 2;    В:  $R/r$ ;    Г: неможливо відповісти.

2. Яке з приведених нижче слів відноситься до поняття «речовина»?

А: веселка;    Б: м’яч;    В: мед;    Г: годинник;    Д: час.

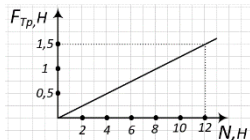
3. При однаковій температурі дифузія проходить швидше....

А: в твердих тілах;    Б: в рідинах;    В: в газах;  
Г: швидкість дифузії постійна і не залежить від агрегатного стану речовини;  
Д: швидкість дифузії залежить тільки від температури речовини.

4. Переведіть у систему СІ {кг, м, с} 54 км/год; 5 см<sup>2</sup>; 0,5 т?

А: 15 м/с; 0,0005 м<sup>2</sup>; 500 кг;    Б: 1,5 м/с; 0,05 м<sup>2</sup>; 50 кг;  
В: 150 м/с; 0,0005 м<sup>2</sup>; 5000 кг;    Г: 15 м/с; 0,05 м<sup>2</sup>; 500 кг;    Д: 15 м/с; 0,05 м<sup>2</sup>; 5 кг;

5. На графіку подана залежність модуля сили тертя ковзання від модуля сили нормальної реакції опори? Знайдіть коефіцієнт тертя.



А: 0,5;      Б: 0,12;      В: 0,125;      Г: 0.

6. Дві зірки однакової маси  $m$  притягуються одна до одної з силами рівними  $F$ . Чому рівний модуль сили притягання між іншими двома зірками, якщо відстань між їх центрами така ж, як і в першому випадку, а маси зірок рівні  $3m$  і  $4m$ . Сила гравітаційного притягання між зірками масою  $m_1$  та  $m_2$  задається виразом:  $F_{пр} = G \frac{m_1 * m_2}{r^2}$ , де  $r$  - відстань між центрами зірок,  $G$  - константа.

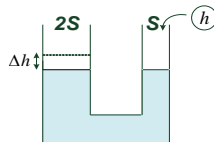
А: 7 F;      Б: 9 F;      В: 12 F;      Г: 16 F.

7. Повітряна куля масою 1,5 кг та об'ємом  $2 \text{ м}^3$  через деякий час досягла постійної швидкості руху вгору. Чому дорівнює сила опору повітря в цей момент? ( $\rho_{пов}=1,3 \text{ кг/м}^3$ ;  $g=10 \text{ м/с}^2$ )



А: 9 Н;      Б: 11 Н;  
В: 26 Н;      Г: 13 Н.

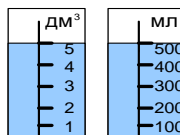
8. У циліндричних трубках, з'єднаних між собою, міститься вода. В праву трубку доливають стовпчик води висотою  $h$ . На скільки підніметься рівень води у лівій трубці?



А:  $\frac{h}{4}$ ;      Б:  $\frac{h}{3}$ ;      В:  $\frac{h}{2}$ ;      Г:  $h$ ;      Д:  $2h$ .

9. На скільки відрізняються об'єми рідин в посудинах, що зображені на малюнку?

А: 4,5 л;      Б: 450 мл;      В: 495 мл;      Г: 0;      Д: 450 мм<sup>3</sup>.



10. В яких одиницях у міжнародній системі одиниць (SI) вимірюють: а) масу; б) час? 1 – міліграм; 2 – центнер; 3 – грам; 4 – кілограм; 5 – доба; 6 – секунда; 7 – година; 8 – хвилина.

А: а – 3, б – 7;      Б: а – 4, б – 6;      В: а – 2, б – 5;

Г: а – 1, б – 8;      Д: а – 4, б – 7.

## Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

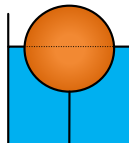
- 11.** Всі ви чули відому байку Л.Глібова «Лебідь, Рак та Щука». Кожен з персонажів байки намагається зрушити віз масою 1 кг з місця. Лебідь прикладає силу 50 Н угору, Рак тягне воза ліворуч із силою 30 Н, Щука прикладає силу 30 Н праворуч. Визначити напрям та модуль рівнодіючої усіх сил, що діють на віз ( $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$ ).

**А:** ліворуч, 30 Н;  
**Г:** вгору 40 Н;

**Б:** праворуч, 50 Н;  
**Д:** вгору, 50 Н.

**В:** донизу, 50 Н;

- 12.** Сталева порожниста куля ( $\rho_{\text{ст}} = 8000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ) об'ємом  $2 \text{ м}^3$ , наполовину занурена у воду, мотузкою прив'язана до дна. Об'єм сталевій оболонки кулі  $0,1 \text{ м}^3$ . Яка сила натягу мотузки? (масою мотузки можна знехтувати,  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ,  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ )



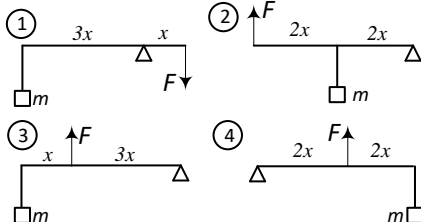
**А:** 1000 Н;

**Б:** 2000 Н;

**В:** 800 Н;

**Г:** 8000 Н.

- 13.** У якому випадку до невагомого стержня потрібно прикласти більшу силу, щоб втримати його в горизонтальному положенні?



**А:** 1;

**Б:** 2;

**В:** 3;

**Г:** 4.

- 14.** Зустрілись Левеня, Кенгуру, Бобер та Тигрєня і вирішили позмагатись. Кожен з них пробіг однакову дистанцію. Після чого судді встановили, що  $v_{\text{т}} = 2000 \text{ см/с}$ ,  $v_{\text{к}} = 36 \text{ км/год}$ ,  $v_{\text{б}} = 6000 \text{ мм/хв}$ ,  $v_{\text{м}} = 25 \text{ дм/с}$ . Хто з цих звірят переміг у змаганні?

**А:** Левеня;

**Б:** Кенгуру;

**В:** Бобер;

**Г:** Тигрєня.

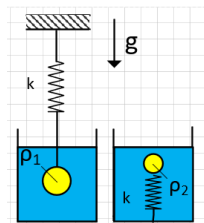
- 15.** Порівняйте зміну довжини двох пружин зображених на малюнку  $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$ , якщо  $\rho_1 = \rho$ ,  $\rho_2 = 3\rho$ , а густина рідини  $\rho_{\text{рід}} = 2\rho$ . Маси кульок рівні.

**А:** 1;

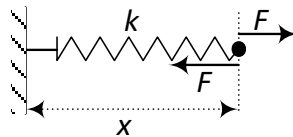
**Б:** 2;

**В:** 3;

**Г:** 6.

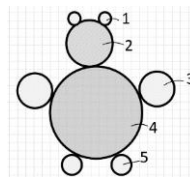


16. До кінця недеформованої пружини жорсткістю  $k$  приклали почергово силу  $F$  в різних напрямках (див. мал.). При цьому довжина пружини змінюється в діапазоні від  $\frac{a}{2}$  до  $a$ . Довжина пружини у недеформованому стані рівна:



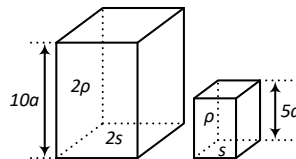
А:  $a$ ;      Б:  $\frac{a}{2}$ ;      В:  $\frac{3a}{4}$ ;      Г:  $\frac{2a}{5}$ .

17. З пластилінових кульок різного об'єму зіпили фігуру, зображену на малюнку. Об'єми симетрично розміщених кульок рівні, причому:  $V_1=V$ ;  $V_2=2V$ ;  $V_3=3V$ ;  $V_4=4V$ ;  $V_5=1,5V$ ;  $\rho_{\text{паст}} = \rho$ . Маса утвореної фігури рівна:



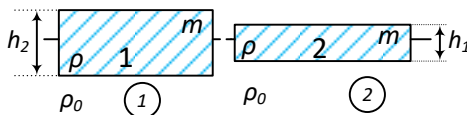
А:  $17\rho V$ ;      Б:  $12\rho V$ ;      В:  $10\rho V$ ;      Г:  $8\rho$ .

18. Дві невагомні посудини повністю заповнили рідиною густиною  $2\rho$  і  $\rho$ , геометричні розміри яких представлено на малюнках. Маса першої посудини з рідиною  $m_1 = 2$  кг. Знайти масу другої посудини.  $S$  та  $2S$  – площі дна посудин.



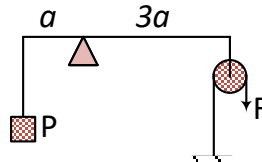
А: 0,25 кг;      Б: 2 кг;      В: 3 кг;      Г: 5 кг.

19. Як зміниться маса витісненої брусом води ( $M$ ) і сила Архімеда ( $F_A$ ), що діє на нього, якщо брусом 1 замінити на брусом 2? ( $h_1 < h$ ),  $m$  - маса брусків.



А:  $M \uparrow$ ;  $F_A \uparrow$ ;      Б:  $M \leftrightarrow$ ;  $F_A \downarrow$ ;  
В:  $M \downarrow$ ;  $F_A \leftrightarrow$ ;      Г:  $M \uparrow$ ;  $F_A \downarrow$ ;      Д:  $M \leftrightarrow$ ;  $F_A \leftrightarrow$ .

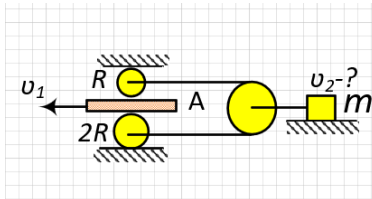
20. За допомогою конструкції, що зображена на малюнку, отримали виграш в силі у  $n$  разів, причому  $n$  рівне ... (важіль невагомий,  $P$  – вага тіла).



А: 3;      Б: 5;      В: 6;      Г: 8.

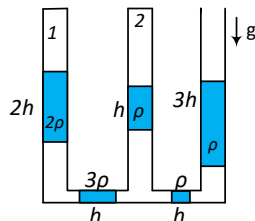
## Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21. У системі тіл, зображених на малюнку, дошка A та тіло  $m$  можуть рухатись горизонтально. Визначити швидкість тіла  $m$  ( $v_2$ ), якщо дошка рухається зі швидкістю  $v_1 = v$  так, як показано на малюнку. Проковзування відсутнє.



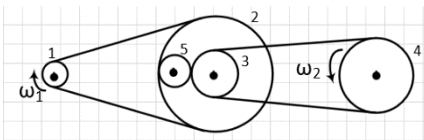
- А:  $v$ ;      Б:  $2v$ ;      В:  $\frac{v}{2}$ ;      Г: 0.

22. У сполучених посудинах знаходяться стовпчики рідини, розділені повітряними проміжками (див. мал.). У якій ділянці (1) чи (2) тиск більший? На скільки?



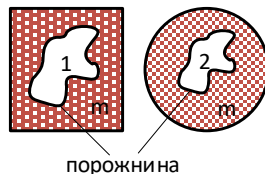
- А: 1,  $6\rho gh$ ;      Б: 1,  $3\rho gh$ ;  
В: 2,  $3\rho gh$ ;      Г: 2,  $6\rho gh$ .

23. Рух від шківів 1 до шківів 2, та від шківів 4 до шківів 3, передається за допомогою двох пасових передач (див. мал.). Між шківівми 2 та 3 знаходиться циліндр 5, який може обертатись між ними, не проковзуючи. З якою кутовою швидкістю обертається циліндр 5, якщо:  $R_1 = R_5 = R$ ,  $R_2 = 3,5R$ ,  $R_4 = 2R$ ,  $R_3 = 1,5R$ ,  $\omega_1 = 6\omega$ ,  $\omega_2 = 3\omega$ ?



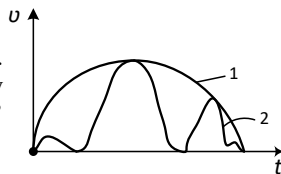
- А:  $3\omega$ ;      Б:  $2\omega$ ;      В:  $\omega$ ;      Г:  $6\omega$ ;      Д: 0.

24. Два тіла однакової маси з порожнинами, об'єми яких:  $V_{пор1} = \frac{V}{3}$ ,  $V_{пор2} = \frac{V}{6}$  занурюють у рідину ( $\rho_r > \rho_{тіл}$ ). Порівняйте об'єми занурених частин тіл ( $\frac{V_1}{V_2}$ ).



- А:  $\frac{1}{3}$ ;      Б:  $\frac{2}{3}$ ;      В: 1;      Г:  $\frac{3}{2}$ .

25. На графіку зображено залежність швидкостей двох тіл, що рухаються прямолінійно, від часу. Тіла рухаються протягом одного проміжку часу. Яке з тіл має більшу середню швидкість?



- А: 1;      Б: 2;  
В: їхні середні швидкості однакові;      Г: неможливо визначити.



2. Яке з наведених слів належить до поняття «фізичне тіло»?

- A:** блискавка;      **Б:** олія;      **В:** олівець;  
**Г:** маса;      **Д:** всі наведені слова.

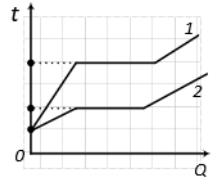
3. Опіки парюю небезпечніші за опіки окропом, тому що при попаданні однакової кількості пари та окропу, за рахунок... пари виділиться більше тепла, ніж за рахунок..... окропу:

- A:** випаровування; охолодження;      **Б:** конденсації; охолодження.  
**В:** випаровування; нагрівання;      **Г:** конденсації; нагрівання.

4. Який колір водяної пари?

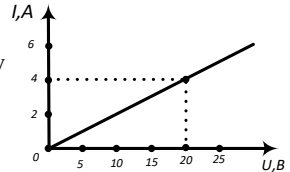
- A:** білий;      **Б:** сірий;      **В:** немає кольору;      **Г:** світлосірий.

5. На рисунку зображені графіки залежності температури  $t$  двох тіл однакової маси від наданої їм кількості теплоти  $Q$ . Спочатку тіла знаходились у твердому стані. У скільки разів температура плавлення тіла 1 більша ніж у другого тіла?



- A:**  $\frac{3}{2}$ ;      **Б:** 2;      **В:** 3;      **Г:**  $\frac{4}{3}$ .

6. На графіку зображена залежність сили струму в провіднику від напруги на його кінцях. Чому дорівнює опір провідника?

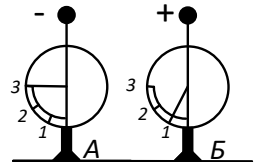


- A:** 5 Ом;      **Б:** 4 Ом;      **В:** 0,25 Ом;  
**Г:** 20 Ом;      **Д:** 0,2 Ом.

7. Пилінка, що має від'ємний заряд  $-2e$ , втратила один електрон. Яким став заряд пилінки?

- A:**  $+3e$ ;      **Б:**  $-e$ ;      **В:**  $-3e$ ;      **Г:**  $+e$ .

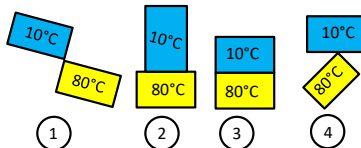
8. На рисунку зображені два однакові електрометри, кулі яких мають заряди протилежних знаків. Якщо їх кулі з'єднати провідником, то покази обох електрометрів:



- A:** не зміняться;      **Б:** стануть рівними 1;  
**В:** стануть рівними 2;      **Г:** стануть рівними 0.

9. Однакові тіла, нагріті до різної температури, привели в дотик трьома різними способами (див. мал.). В якому випадку теплопередача відбуватиметься найбільш інтенсивно?

А: 1;      Б: 2;      В: 3;      Г: 4.



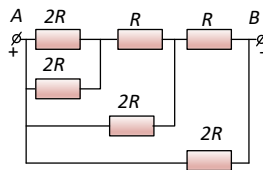
10. При передачі твердому тілу масою  $m$  кількості теплоти  $Q$  температура тіла підвищилась на  $\Delta T$ . Яке з наведених нижче тверджень визначає питому теплоємність речовини цього тіла?

А:  $\frac{Q}{m}$ ;      Б:  $\frac{Q}{m\Delta T}$ ;      В:  $\frac{Q}{\Delta T}$ ;      Г:  $Qm\Delta T$ .

### Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

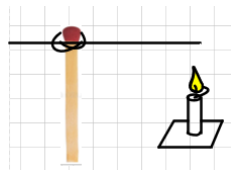
11. Загальний опір схеми, що зображена на малюнку між точками А і В рівний:

А:  $R$ ;      Б:  $R/2$ ;      В:  $2R$ ;      Г:  $R/3$ .



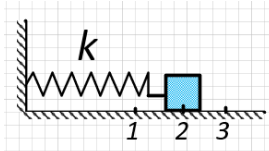
12. Якщо головку сірника обмотати мідною дротинкою, яку після цього внести в полум'я свічки, то сірник загориться. Це можливо завдяки явищу...

А: випромінювання;      Б: теплопровідності;  
В: конвекції;      Г: кристалізації.



13. Вантаж, зображеного на малюнку пружинного маятника, здійснює гармонічні коливання між точками 1 і 3. Як змінюються потенціальна енергія і жорсткість пружини при русі вантажу маятника від точки 2 до точки 3? (↑- збільшиться, ↓- зменшиться, ↔ - не зміниться).

А: ↑, ↓;      Б: ↓, ↑;      В: ↔, ↑;      Г: ↑, ↔.

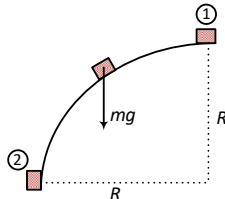


14. М'яч випустили з рук на висоті 10 м з нульовою початковою швидкістю. Його кінетична енергія при падінні на землю рівна 50 Дж. Втрата енергії на подолання опору повітря становить 10 Дж. Яка маса м'яча?

А: 100 г;      Б: 200 г;      В: 400 г;      Г: 500 г;      Д: 600 г.

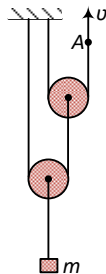
15. Тіло масою  $m$  зісковзує з гірки, яка має форму дуги кола (див. мал.). Яку роботу при русі з положення 1 у положення 2 при цьому виконує сила тяжіння ( $mg$ )?

А:  $mg\pi R$ ;    Б:  $\sqrt{2}mgR$ ;    В:  $mgR$ ;    Г:  $\frac{\sqrt{3}}{2}mgR$ .



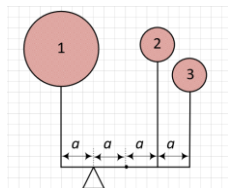
16. На малюнку зображено систему тіл, що складається з бруска масою  $m$  та двох невагомих блоків. Вільний кінець нитки (т.А) рухається рівномірно вгору з швидкістю  $v$ . Визначіть модуль швидкості з якою рухається тіло  $m$ .

А:  $v$ ;                      Б:  $2v$ ;                      В:  $\frac{v}{4}$ ;                      Г:  $\frac{v}{2}$ .



17. Система тіл, зображених на малюнку, перебуває в положенні рівноваги. Кульки 1, 2 та 3 виготовлені з однакового матеріалу:  $\rho_k = \frac{\rho}{2}$ , де  $\rho$  – густина повітря. Якою є маса другої кульки, якщо маса важеля рівна  $m$ ?  $V_1=3V$ ,  $V_2=V_3=V$ .

А:  $m$ ;                      Б:  $2m$ ;                      В:  $3m$ ;                      Г:  $\frac{m}{2}$ .



18. Чи матиме місце зміна дня і ночі на Землі, якщо вона перестане обертатися навколо своєї осі?

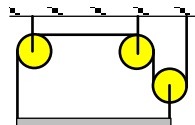
А: так;                      Б: ні;                      В: залежить від пори року.

19. У скільки разів кутова швидкість кінця годинної стрілки  $\omega_c$  відрізняється від кутової швидкості добового обертання Землі  $\omega_z$ ?

А:  $\omega_c = 2 \omega_z$ ;    Б:  $\omega_c = 3 \omega_z$ ;    В:  $\omega_z = 3 \omega_c$ ;    Г:  $\omega_z = \omega_c$ ;    Д:  $\omega_z = 2 \omega_c$ .

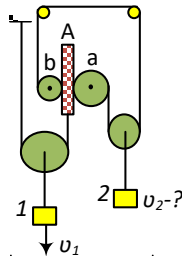
20. Стержень масою 16 кг зрівноважений на блоках (див. мал.). Яка маса рухомого блоку, якщо нитки можна вважати невагомими?

А: 1 кг;                      Б: 2 кг;                      В: 3,2 кг;  
Г: 8 кг;                      Д: немає вірної відповіді.



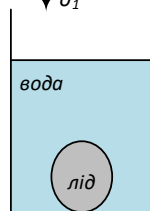
## Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21. У системі тіл, зображених на малюнку, дошка А та тіла 1 і 2 можуть рухатись вертикально. Визначити швидкість 2 тіла, якщо перше рухається зі швидкістю  $v_1 = v$  так, як показано на малюнку. Осі блоків а та b нерухомі. Дошка А не проковзує.



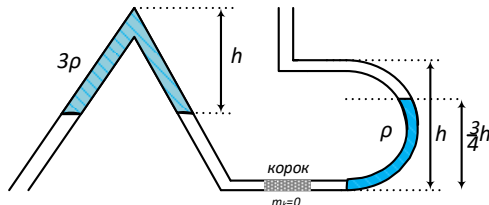
А:  $v$ ;                      Б:  $2v$ ;                      В:  $\frac{v}{2}$ ;                      Г: 0.

22. До дна посудини з водою примерзла льодяна кулька. Як зміниться рівень води в посудині, коли лід розтане?



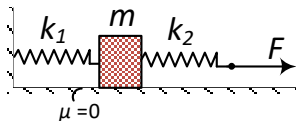
А: понизиться;                      Б: підвищиться;  
В: не зміниться;                      Г: цей процес передбачити неможливо.

23. У трубці перерізом  $S$  містяться два нерухомих стовпчики рідини  $\rho$  і  $3\rho$  і нерухомий легкий поршень ( $m=0$ ), розділені стовпчиками газу. Як напрямлена і чому рівна сила тертя, що діє на корок? ( $\rightarrow$  - вправо,  $\leftarrow$  - вліво).



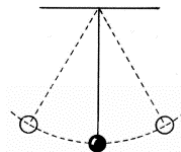
А:  $\rightarrow, F_{\text{тр}} = 0$ ;                      Б:  $\leftarrow, F_{\text{тр}} = \frac{3}{4}\rho ghS$ ;                      В:  $\rightarrow, F_{\text{тр}} = \frac{3}{4}\rho ghS$ ;  
Г:  $\leftarrow, F_{\text{тр}} = \rho ghS$ .

24. До системи тіл, зображеної на малюнку, приклали силу  $F$ . Порівняйте максимальне видовження обох пружин ( $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$ ), якщо  $k_1 = k$ ,  $k_2 = 3k$ ?



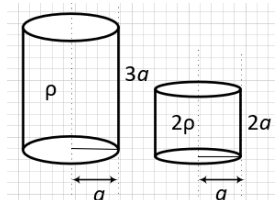
А: 3;                      Б:  $\frac{3}{2}$ ;                      В: 2;                      Г:  $\frac{1}{3}$ .

25. Математичний маятник з періодом коливань  $T$  відхилили на невеликий кут від положення рівноваги і відпустили з початковою швидкістю рівною нулю (див.рис.). Через який час після цього потенціальна енергія маятника в перший раз знову досягне максимуму?



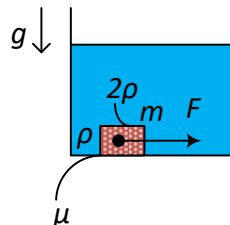
А:  $T$ ;                      Б:  $\frac{T}{4}$ ;                      В:  $\frac{T}{2}$ ;                      Г:  $\frac{T}{8}$ .

26. У легких посудинах знаходяться рідини з густинами  $\rho$  та  $2\rho$ . Розміри посудин представлені на малюнках. Маса першої посудини  $m_1=6$  кг. Знайти масу другої посудини  $m_2$ ? Об'єм циліндра рівний добутку площі основи на висоту.



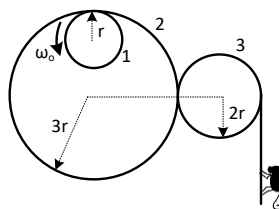
А: 4 кг;      Б: 3 кг;      В: 5 кг;      Г: 8 кг.

27. Під дією сили  $F = \frac{mg}{3}$ , тіло  $m$  повільно переміщують по дну посудини (див. мал). Яким є коефіцієнт тертя між тілом та поверхнею, якщо рідина підтікає під тіло?



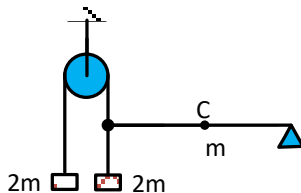
А: 1/3;      Б: 2/3;      В: 1/2;      Г: 1.

28. На малюнку зображено зубчасті колеса (1, 2 та 3). Колесо 1, радіус якого  $r = 1$  м починає обертатись з кутовою швидкістю  $\omega_0 = 9 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}}\right)$ . З якою швидкістю при цьому починає рухатись мавпа, яка вчепилась за канат?



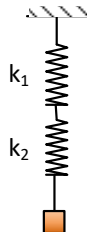
А:  $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;      Б:  $2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;      В:  $3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;      Г:  $9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

29. Чи може важіль, зображений на малюнку, перебувати в положенні рівноваги? С – центр мас важеля, маса якого  $m$ . Тертя відсутнє.



А : так;      Б: ні;      В: неможливо відповісти.

30. Дві легкі пружини, жорсткості  $k_1 = 0,2$  кН/м, та  $k_2 = 0,6$  кН/м з'єднали послідовно. До них підвісили вантаж. При цьому друга пружина набула видовження 2 см. Яким є видовження першої пружини, а також відношення потенціальних енергій деформації першої та другої пружини ( $\frac{E_1}{E_2} - ?$ ).



А: 4 см, 2;      Б: 5 см, 4 ;      В: 6 см,  $\frac{3}{4}$ ;      Г: 6 см, 3 .

## 9 К Л А С

### Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

1. Зображення точкового джерела світла, що перебуває на дуже великій відстані від збиральної лінзи, знаходиться... ( $F$  – фокус лінзи).

А: у  $F$ ;

Б: між  $F$  і  $2F$ ;

В: у  $2F$ ;

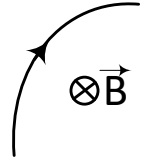
Г: будь-де.

2. На малюнку зображена ділянка траєкторії частинки, що рухається у магнітному полі. Який знак заряду цієї частинки?

А: позитивний;

Б: негативний;

В: нейтральний.



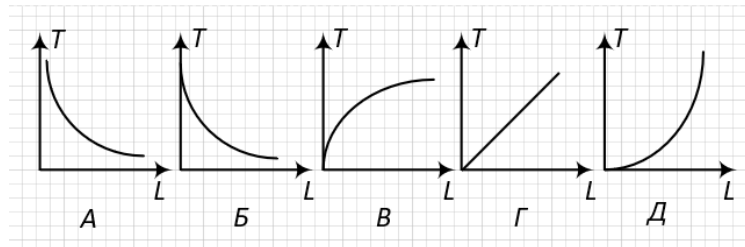
3. Як зміниться висота польоту повітряної кулі, якщо вона влітку попаде в тінь від хмари?

А: збільшиться;

Б: зменшиться;

В: не зміниться.

4. Який з нижче наведених графіків відображає залежність періоду коливань математичного маятника від його довжини нитки?



5. Учень провів експеримент: помістив два однакові куски льоду на тарілку при кімнатній температурі. Перший обгорнутий мокрою газетою (1), другий (2) – ні. Який з цих кусків льоду розтане пізніше?

А: 1;

Б: 2;

В: обидва одночасно;

Г: жодний не розтане.

6. Щоб вивести жирну пляму, тканину прасують гарячою праскою, підклавши під неї лист паперу. В основі цього методу лежать...

А: електричні явища;

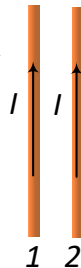
Б: магнітні явища;

В: капілярні явища;

Г: оптичні явища;

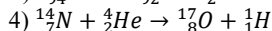
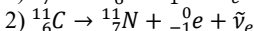
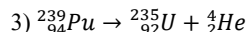
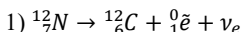
Д: теплові явища.

7. По двом прямим тонким довгим провідникам, які розміщені паралельно одне до одного, течуть струми  $I$  (див. рисунок). Як напрямлена відносно рисунка (вправо, вліво, вгору, вниз, до спостерігача, від спостерігача) сила Ампера, що діє на провідник 2 зі сторони провідника 1?



- А: вниз;                      Б: вгору;                      В: ліворуч;  
Г: праворуч;                Д: до спостерігача.

8. Вкажіть з поданого нижче переліку рівнянь радіоактивного розпаду електронний бета-розпад та альфа-розпад.



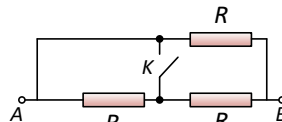
- А: 1 і 2;                      Б: 2 і 3;                      В: 1 і 4;                      Г: 2 і 4;                      Д: 1 і 3.

9. Куди напрямлене прискорення снаряду після вильоту зі ствола зброї, якщо опором повітря можна знехтувати.

- А: за напрямком руху;            Б: проти напрямку руху;  
В: вертикально вгору;            Г: вертикально вниз.



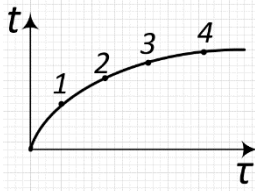
10. На скільки зменшиться опір ділянки кола АВ, зображеної на рисунку, після замикання ключа К, якщо опір кожного резистора  $R=6$  Ом?



- А: 1 Ом;                      Б: 2 Ом;                      В: 3 Ом;                      Г: 4 Ом.

### Завдання 11 – 20 оцінюються чотирма балами

11. В посудину з водою поставили електронагрівник незмінної потужності та почали вимірювати температуру  $t$  через рівні проміжки часу ( $\tau$ ). Виберіть правильне твердження щодо швидкості нагрівання рідини та потужності теплових втрат в різних точках графіка:



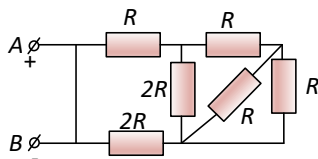
А:  $\frac{\Delta t_1}{\Delta \tau} > \frac{\Delta t_2}{\Delta \tau} > \frac{\Delta t_3}{\Delta \tau} > \frac{\Delta t_4}{\Delta \tau}$ ;  $p_1 > p_2 > p_3 > p_4$ ;

Б:  $\frac{\Delta t_1}{\Delta \tau} > \frac{\Delta t_2}{\Delta \tau} > \frac{\Delta t_3}{\Delta \tau} > \frac{\Delta t_4}{\Delta \tau}$ ;  $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$ ;

В:  $\frac{\Delta \tau}{\Delta t_1} < \frac{\Delta \tau}{\Delta t_2} < \frac{\Delta \tau}{\Delta t_3} < \frac{\Delta \tau}{\Delta t_4}$ ;  $p_1 > p_2 > p_3 > p_4$ ;

Г:  $\frac{\Delta t_1}{\Delta \tau} < \frac{\Delta t_2}{\Delta \tau} < \frac{\Delta t_3}{\Delta \tau} < \frac{\Delta t_4}{\Delta \tau}$ ;  $p_1 < p_2 < p_3 < p_4$ ;

12. Загальний опір схеми, що зображена на рисунку між точками А і В рівний:



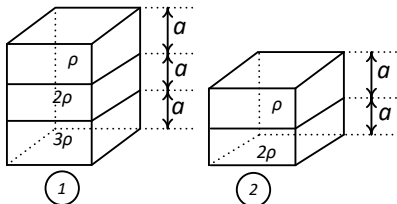
- А:  $3R$ ;    Б:  $\frac{27}{7}R$ ;    В:  $\frac{25}{6}R$ ;    Г: 0.

13. Виберіть правильні твердження:

- 1) Сонце передає тепло на Землю шляхом конвекції;
- 2) Тіло, що знаходиться у вакуумі, завжди охолоджується;
- 3) Між стінками термоса створюють вакуум для зменшення теплопровідності;
- 4) Якщо у посудині з розрідженим газом зробити малий отвір, через який він витікатиме у вакуум, то температура газу всередині посудини буде зменшуватись.

- А: 1 і 2;    Б: 2 і 3;    В: 1 і 4;    Г: 3 і 4;    Д: 1 і 3.

14. У легких посудинах знаходяться рідини, густини яких  $\rho$ ,  $2\rho$  та  $3\rho$  (див.рисунки), які не перемішуються. Маса першої посудини  $m_1 = 6$  кг. Яка маса ( $m_2$ ) другої посудини? Площі основ однакові.



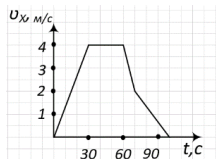
- А: 2 кг;    Б: 3 кг;    В: 6 кг;    Г: 9 кг.

15. Скляну лінзу (показник заломлення скла  $n = 1,54$ ), яку зображено на рисунку, перенесли з повітря ( $n_{\text{повітря}} = 1$ ) у воду ( $n_{\text{води}} = 1,33$ ). Як змінилась при цьому фокусна відстань (1) і оптична сила лінзи (2)?



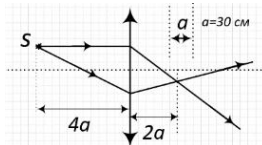
- А: 1 ↓, 2 ↑;    Б: 1 ↑, 2 ↓;    В: 1 ↑, 2 ↑;    Г: 1 ↓, 2 ↓.

16. В інерціальній системі відліку вздовж осі  $Ox$  рухається тіло масою 20 кг. На малюнку наведений графік залежності проекції швидкості  $v_x$  цього тіла від часу  $t$ . Скільки часу рівнодійна сила, що діє на тіло була рівна нулю?



- А: 10 с;    Б: 30 с;    В: 40 с;    Г: 100 с.

17. На рисунку зображено хід двох променів від точкового джерела світла  $S$  через тонку лінзу. Яка фокусна відстань цієї лінзи?

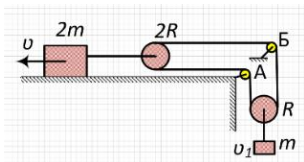


А: 20 см;      Б: 30 см;      В: 40 см;      Г: 50 см.

18. Половина льодяної поверхні озера (1) з початку зими була покрита товстим шаром снігу, а інша половина (2) розчищена для катання на ковзанах. На якій половині товщина льоду є більшою?

А: 1;      Б: 2;      В: однакова;      Г: неможливо предбачити.

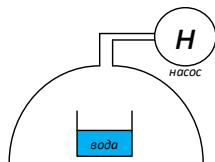
19. Невагомі циліндри  $R$  та  $2R$  з'єднані суцільною ниткою, що перекинута через нерухомі блоки  $A$  та  $B$ . До осей циліндрів прикріплені тіла  $m$  та  $2m$ . Тіло масою  $2m$  рухається зі швидкістю  $v$ , так як показано на малюнку. З якою швидкістю  $v_1$  рухається тіло масою  $m$ ?



А:  $v$ ;      Б:  $2v$ ;      В:  $\frac{v}{4}$ ;      Г:  $\frac{v}{2}$ .

20. Склянку з невеликою кількістю води поставили під дзвін повітряного насоса і почали відкачувати повітря. Вода спочатку..., а потім - ...

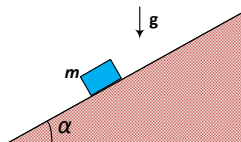
А: нагрівається; випарується;  
 Б: закипить; замерзне;  
 В: замерзне; розтане;  
 Г: випарується; конденсується.



### Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

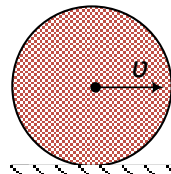
21. На похилій площині з кутом  $\alpha$  знаходиться в стані спокою монета масою  $m$ . Вага монети та сила тертя між монетою та площиною відповідно рівні:

А:  $mg\cos\alpha$ ,  $mg\sin\alpha$ ;      Б:  $mg$ ,  $mg\sin\alpha$ ;      В:  $mg$ ,  $mg$ ;  
 Г:  $mg\sin\alpha$ ,  $mg$ .

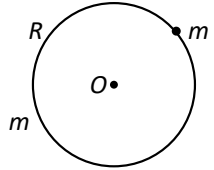


22. Суцільний диск котиться без проковзування по горизонтальній ділянці з постійною швидкістю  $v$ . Лінія, що з'єднує на диску точки, які відносно Землі мають таку ж по модулю швидкість, що і центр диска, має форму:

А: прямої;      Б: дуги кола;      В: спіралі;  
 Г: таких точок більше нема.

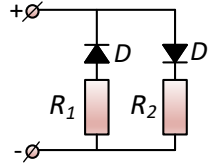


23. На гладкій горизонтальній поверхні лежить кільце  $R$  масою  $m$ , на якому сидить жук масою  $m$ . Жук починає повзти по кільцю. Які траєкторії відносно стола описують: 1) жук, 2) центр кільця  $O$ ?



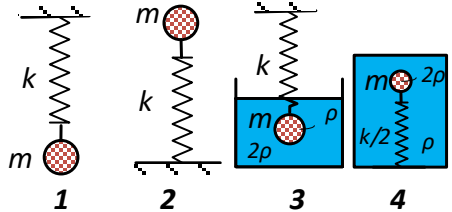
- А: 1 і 2 – коло  $R/2$ ;                      Б: 1 – коло  $R$ , 2 – точка;  
 В: 1 – коло  $R$ , 2 – пряма;              Г: 1 – коло  $R/2$ , 2 – точка.

24. На якому резисторі виділиться більша кількість теплоти за однаковий час? ( $R_1 = R, R_2 = 2R$ )



- А:  $R_1$ ;                      Б:  $R_2$ ;                      В: однаково на обох;  
 Г: неможливо відповісти.

25. На рисунку зображено кульки на пружині у повітрі (1) і (2); у рідині (3) і (4). Порівняйте деформації пружин у випадках, зображених на малюнку:



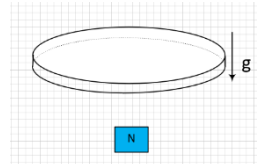
- А:  $\Delta x_1 = \Delta x_2 > \Delta x_3 > \Delta x_4$ ;                      Б:  $\Delta x_1 < \Delta x_2 < \Delta x_3 = \Delta x_4$ ;  
 В:  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = \Delta x_4$ ;                      Г:  $\Delta x_1 > \Delta x_2 > \Delta x_3 > \Delta x_4$ .

26. Чому птахи можуть безпечно сідати на провідники, що знаходяться під високою напругою?

( $R$  – опір птаха,  $R_0$  – опір частини лінії між місцями, де лапки птаха тримаються за дріт)

- А: лапки птаха покриті ізоляційною плівкою;  
 Б:  $R = R_0$ ;                      В:  $R \ll R_0$ ;                      Г:  $R \gg R_0$ .

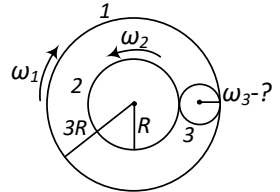
27. Надпровідне кільце зависло над магнітом (див. мал.). В якому напрямку тече струм по кільцю, якщо дивитись згори так, як показано на малюнку:



- А: за напрямком руху стрілки годинника;  
 Б: проти напрямку руху стрілки годинника;  
 В: неможливо передбачити;  
 Г: струм не тече.

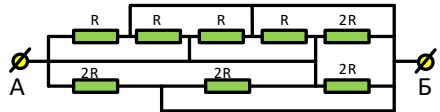
28. Чому на фотографіях Місяця поряд з Землею, отриманих з борту міжпланетних станцій, Земля виглядає дуже яскравою, а Місяць – достатньо темним?  
**А:** поверхня Землі більш гладка;  
**Б:** Земля відбиває близько 40% падаючого на неї світла, а Місяць – 9%;  
**В:** атмосфера Місяця поглинає світло;  
**Г:** серед варіантів А - В немає правильної відповіді.

29. Між двома колесами (1 та 2), що обертаються в протилежних напрямках з кутовими швидкостями  $\omega_1$  та  $\omega_2$  затиснуто третє колесо так, як показано на малюнку. Яка кутова швидкість обертання цього колеса (3) навколо власної осі, якщо  $\omega_1 = \omega$ ,  $\omega_2 = 2\omega$ . Проконструювання немає.



- А:**  $\omega_3 = 2,5\omega$ ;    **Б:**  $\omega_3 = 1,5\omega$ ;    **В:**  $\omega_3 = \omega$ ;    **Г:**  $\omega_3 = 2\omega$ ;    **Д:**  $\omega_3 = 5\omega$ .

30. Знайдіть опір на ділянці АВ в електричній схемі, що зображена на малюнку:



- А:**  $\frac{3}{14}R$ ;    **Б:**  $\frac{5}{12}R$ ;    **В:**  $\frac{1}{6}R$ ;    **Г:**  $2R$ .

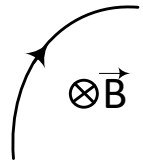
## 10 К Л А С

### Оцінювання завдань

**Н е с п е ц і а л і з о в а н і к л а с и:** завдання 1–10 – три бали;  
 11–20 – чотири бали; 21–30 – п'ять балів.

**С п е ц і а л і з о в а н і к л а с и:** завдання 11–20 – три бали;  
 21–30 – чотири бали; 31–40 – п'ять балів.

1. На малюнку стрілкою зображено напрям руху частинки вздовж траєкторії у магнітному полі. Який знак заряду цієї частинки?  
**А:** позитивний;    **Б:** негативний;    **В:** нейтральний.



2. Для того, щоб дирижабль (повітроплав) зміг взлетіти, його наповнюють газом, який легший за повітря. Чи можна досягнути ще кращого ефекту, відкачавши з нього весь газ, зробивши легшим?



- А:** так;    **Б:** ні;    **В:** неможливо відповісти.

3. У якому випадку гвинтівка набуде більшої швидкості, ніж куля, що вилітає з неї? Маса гвинтівки та кулі відповідно рівні  $m_z$  і  $m_k$ .

А:  $m_z > m_k$ ;

Б:  $m_z < m_k$ ;

В:  $m_z = m_k$ ;

Г: таке неможливо.

4. Визначіть максимальне значення коефіцієнта корисної дії теплової машини, якщо температура нагрівника  $127^\circ\text{C}$ , а температура холодильника  $27^\circ\text{C}$ .

А: 25,0%;

Б: 75,0%;

В: 78,7%;

Г: 21,3%;

Д: 50%.

5. Дифузія відбувається швидше при підвищенні температури речовини, тому що:

А: зростає швидкість руху частинок;

Б: зростає взаємодія частинок;

В: тіло розширюється;

Г: частинки зменшуються;

Д: зменшується швидкість руху частинок.

6. Намагнічена сталевна пластинка, опущена в посудину із соляною кислотою, розчинилася. Магнітна енергія пластинки перейшла у:

А: внутрішню енергію розчину;

Б: електричну енергію;

В: світлову енергію

Г: енергію магнітного поля Землі.

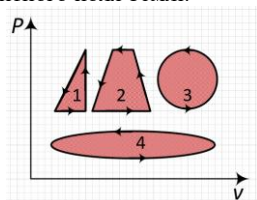
7. Під час якого процесу робота газу від'ємна?

А: 1, 2;

Б: 3, 4;

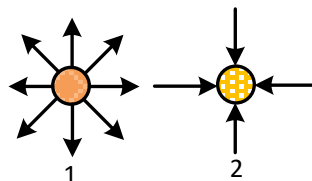
В: 1, 2, 3;

Г: усіх.



8. На рисунку зображені дві заряджені кульки та силові лінії електричного поля біля кожної з них. Визначіть знак заряду кожної кульки.

(+ - позитивний заряд, - - негативний заряд)



А: 1+, 2 -;

Б: 1-, 2 +;

В: 1+, 2+;

Г: 1-, 2-.

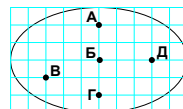
9. Якщо зібрати усіх людей на Землі і всім дружно почати штовхати планету у протилежному напрямку до її обертання, то вона:

А: зупиниться; Б: обертатиметься в k раз швидше;

В: почне обертатись у протилежному напрямку; Г: її стан не зміниться;

Д: можливо декілька випадків.

10. На малюнку показано еліптичну орбіту планети навколо зорі. В якій точці розташована зоря?

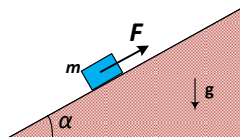


11. Як зміниться підймальна сила аеростата, якщо знизиться температура повітря при якій відбувається політ?



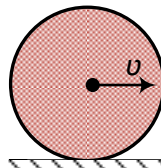
А: зменшиться;    Б: збільшиться;    В: не зміниться.

12. На похилій площині з кутом нахилу  $\alpha$  знаходиться тіло масою  $m$ , причому  $\mu < \tan \alpha$ . Сила, яку потрібно прикласти, щоб втримати тіло рівна.... ( $\mu$  - коефіцієнт тертя між тілом і площиною)



А:  $mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$ ;    Б:  $mg \sin \alpha$ ;    В:  $mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ ;  
Г:  $mg$ ;    Д:  $\mu mg \cos \alpha$ .

13. Суцільний диск котиться без проковзування по горизонтальній ділянці з постійною швидкістю  $v$ . Лінія, що з'єднує на диску точки, які відносно Землі мають таку ж по модулю швидкість, що і центр диска, має форму:



А: прямої;    Б: дуги кола;    В: спіралі;    Г: таких точок більше нема.

14. Левеня помістило один термометр (1) біля поверхні води, яка кипить, а інший (2) – в її товщині. Який з них покаже вищу температуру?

А: 1;    Б: 2;    В: однакову.

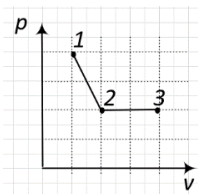
15. Дві змочені водою скляні пластинки важко відірвати одну від одної, поки вони знаходяться в повітрі. Однак вони розділяються без жодних зусиль, якщо їх опустити у воду. Це пов'язано з дією сил... ?

А: поверхневого натягу;    Б: тяжіння;    В: тертя;  
Г: тиску;    Д: Архімеда.

16. Аргон і неон знаходяться в одній посудині і розділені легкою рухомою перегородкою. Гази мають однакову концентрацію. Визначити відношення середньої кінетичної енергії аргону до середньої кінетичної енергії неону. Молярні маси аргону та неону відповідно рівні  $40 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$  та  $20 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ .

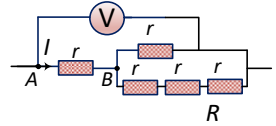
А:  $\frac{1}{2}$ ;    Б:  $\frac{3}{4}$ ;    В: 2;    Г: 1.

17. На малюнку показано зміну тиску газу в залежності від об'єму, який він займає, при переході з стану 1 в стан 2, а після цього - у стан 3. Яке відношення роботи газу у процесах 1-2 і 2-3 ( $A_{12}/A_{23}$ )?



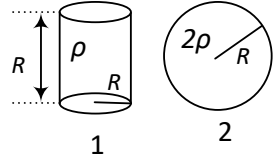
А:  $\frac{3}{4}$ ;    Б:  $\frac{2}{5}$ ;    В: 1;    Г:  $\frac{3}{2}$ .

18. П'ять однакових резисторів з опором  $r = 1 \text{ Ом}$  з'єднані в електричне коло, схема якого представлена на рисунку. По ділянці АВ тече струм  $I = 4 \text{ А}$ . Яку напругу показує ідеальний вольтметр?



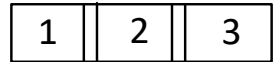
А: 3 В;      Б: 5 В;      В: 6 В;      Г: 7 В.

19. На рисунку зображено два тіла різних геометричних розмірів. Маса першого тіла  $m_1 = 3 \text{ кг}$ . Знайдіть масу другого тіла  $m_2$ . Перше тіло – циліндр, а друге – куля.



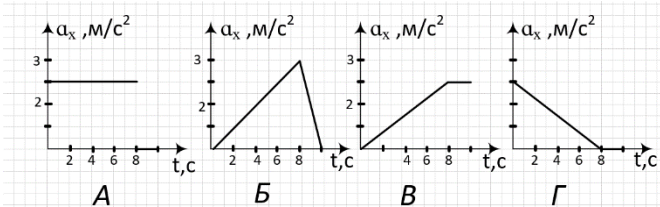
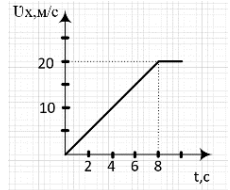
А: 1,5 кг;    Б: 1 кг;      В: 2 кг;      Г: 8 кг.

20. Смуговий магніт розділили на 3 куски однакової довжини. Який з них буде намагнічений сильніше?

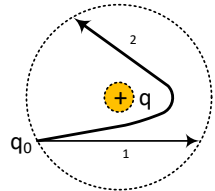


А: 1;            Б: 2;            В: 3;            Г: однаково.

21. На рисунку подано графік залежності проекції швидкості тіла від часу, що рухається прямолінійно. Який з графіків відображає залежність проекції прискорення цього тіла від часу?

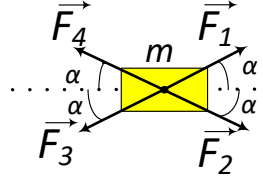


22. Порівняйте роботи по переміщенню зарядів в електричному полі заряду  $q$  вздовж траєкторій 1 та 2.



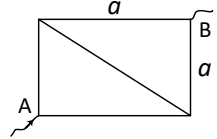
А:  $A_1 > A_2$ ;                      Б:  $A_1 < A_2$ ;  
В:  $A_1 = A_2$ ;                      Г:  $A_1 \ll A_2$ .

23. До тіла  $m$  приклали чотири сили, модуль кожної з яких  $F$  і напрямлені так, як показано на малюнку. Який модуль рівнодійної цих сил?



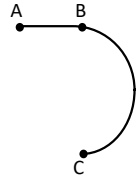
А:  $4F$ ;      Б:  $F$ ;      В:  $F/4$ ;      Г:  $0$ .

24. З кусків однорідного провідника, ( $\rho$  – питомий опір) сталого перерізу  $S$ , склали електричну схему, зображену на малюнку. Опір схеми між вузлами А і В рівний:



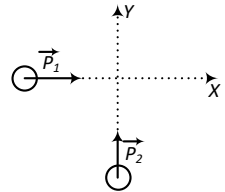
А:  $\rho \frac{2a}{S}$ ;      Б:  $\rho \frac{a}{S}$ ;      В:  $\rho \frac{a}{2S}$ ;      Г:  $\rho \frac{3a}{2S}$ .

25. Стартуючи з точки А (див.рис.), спортсмен рухається рівноприскорено до точки В, після якої модуль швидкості спортсмена залишається постійним до точки С. У скільки разів час руху спортсмена на ділянці ВС більший, ніж на ділянці АВ, якщо модуль прискорення на обох ділянках однаковий? Траєкторія ВС - півколо.



А:  $\pi$ ;      Б:  $2\pi$ ;      В:  $2$ ;      Г:  $4$ .

26. По гладкій горизонтальній поверхні рухаються вздовж осі  $x$  та  $y$  дві шайби з імпульсами, рівними по модулю  $p_1 = p$  і  $p_2 = 3p$  (див.рис.). Після їх співудару друга шайба продовжує рухатись по осі  $y$  в початковому напрямку. Модуль імпульсу першої шайби відразу після удару рівний  $p_1' = 2p$ . Знайдіть модуль імпульсу другої шайби відразу після удару.

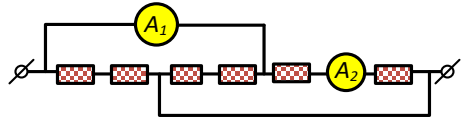


А:  $\sqrt{5}p$ ;      Б:  $\sqrt{2}p$ ;      В:  $p$ ;      Г:  $2p$ ;      Д: правильної відповіді немає.

27. Відомо, що крапельки туману можуть залишатися рідкими і при температурі  $-30^\circ\text{C}$ . Це можливо пояснити використовуючи поняття.

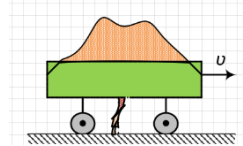
А: перенасичена пара;      Б: перегріта рідина;  
В: переохолоджена рідина;      Г: переморожена пара.

28. В електричній схемі, зображеній на малюнку, усі резистори однакові, амперметри ідеальні. Відношення показів першого та другого амперметрів ( $\frac{I_1}{I_2}$ ) рівне:



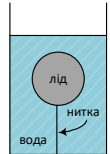
- А: 1;                      Б: 2;                      В:  $\frac{2}{3}$ ;                      Г:  $\frac{1}{3}$ .

29. По рейках рухається візок з піском горизонтально з певною швидкістю  $v$ . Якщо відкрити отвір, пісок почне сипатись між рейками. Як зміниться при цьому швидкість візка?



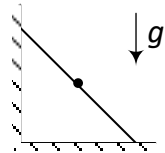
- А: зросте;                      Б: зменшиться;                      В: не зміниться.

30. В посудині з водою плаває кусок льоду, що утримується ниткою, яка прив'язана до дна. Як зміниться рівень води в посудині після того, як лід розтане?



- А: опуститься;                      Б: підніметься;                      Г: не можливо передбачити.  
В: не зміниться;

31. Твердий стержень ковзає в вертикальній площині, спираючись своїми кінцями на підлогу та стіну. Траєкторією середини стержня є:

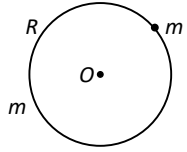


- А: дуга кола;                      Б: пряма;                      В: точка;  
Г: спіраль;                      Д: циклоїда.

32. Прискорення двох матеріальних точок, що рухаються по колах однакового радіусу, рівні по модулю. Однак прискорення першої точки напрямлене під кутом  $45^\circ$  до дотичної, а прискорення другої – по радіусу. У якій з цих точок швидкість є більшою?

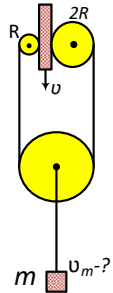
- А: у першої;                      Б: у другої;  
В: однакові;                      Г: неможливо відповісти.

33. На гладкій горизонтальній поверхні лежить обруч  $R$  масою  $m$ , на якому сидить жук масою  $m$ . Жук починає повзти по обручу. Які траєкторії відносно стола описують: 1) жук, 2) центр обруча  $O$ ?



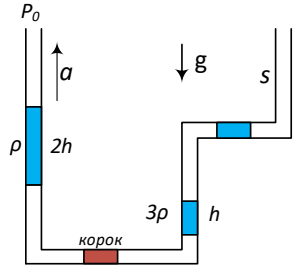
- А: 1 і 2 – коло  $\frac{R}{2}$ ;                      Б: 1 – коло  $R$ , 2 – точка;  
 В: 1 – коло  $R$ , 2 – пряма;            Г: 1 – коло  $\frac{R}{2}$ , 2 – точка.

34. У системі тіл, зображених на малюнку, дошка рухається вертикально зі швидкістю  $v$  (див. мал.). З якою швидкістю при цьому рухається тіло  $m$ . Блоки радіусом  $R$  та  $2R$  нерухомі.



- А:  $v$ ;                                      Б:  $2v$ ;                                      В:  $\frac{v}{4}$ ;                                      Г:  $\frac{v}{2}$ .

35. У трубці перерізом  $S$  містяться два нерухомих стовпчики рідини  $\rho$  і  $3\rho$  та нерухомий легкий поршень ( $m=0$ ), розділені стовпчиками газу. Як напрямлена і чому рівна сила тертя, що діє на корок, якщо трубка рухається з прискоренням  $a$ , вертикально вгору ( $a=g$ )?  
 ( $\rightarrow$  - вправо,  $\leftarrow$  - вліво).



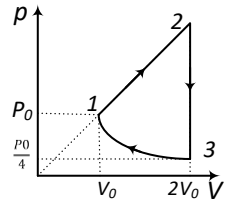
- А:  $\rightarrow, \frac{3}{2}\rho ghS$ ;                                      Б:  $\leftarrow, \rho ghS$ ;  
 В:  $\leftarrow, \frac{1}{2}\rho ghS$ ;                                      Г:  $\rightarrow, 2\rho ghS$ .

36. Один вантаж (1) підвішено на нерозтяжній нитці, а другий (2) – на жорсткому невагомому стержні такої ж довжини. У якому випадку мінімальна швидкість, яку потрібно надати вантажу в нижньому положенні, щоб він здійснив повний оберт у вертикальній площині, є більшою?

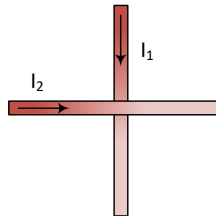
- А: 1;                                      Б: 2;                                      В: однаково.

37. Процес переходу газу з стану 3 в стан 1 є:

- А: ізотермічним;  
 Б: політропним, з показником політропи  $\gamma=2$ ;  
 В: ізохорним;  
 Г: політропним, з показником політропи  $\gamma=1/3$ .

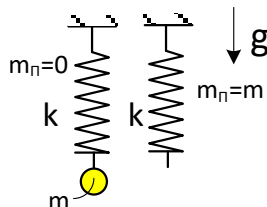


38. Якщо по двох незакріплених жорстких провідниках, що розташовані перпендикулярно один до одного, пропустити струм  $I_1$  та  $I_2$ , то вони розташуються наступним чином :



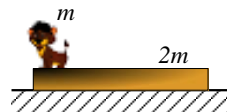
- А: паралельно так, щоб напрямки струмів співпадали;  
 Б: паралельно так, що напрямки струмів будуть протилежними;  
 В: їхнє положення не зміниться;  
 Г: розташуються довільним чином.

39. Дві однакові пружини жорсткістю  $k$  (1 – невагома, 2 – масою  $m$ ) підвісили за один з вільних кінців (див. мал.). До іншого кінця легкої пружини прикріпили вантаж масою  $m$ . Порівняйте видовження пружин  $\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}$  :



- А: 1;      Б: 2;      В:  $\frac{1}{3}$ ;      Г: 3.

40. На краю довгої дошки, довжиною  $l$  та масою  $2m$ , сидить Левеня масою  $m$ . Дошка розташована на гладкій горизонтальній поверхні. Як зміститься центр мас системи Левеня – дошка, якщо Левеня перейде на другий край дошки?



- А: вліво, на  $l/3$ ;      Б: вправо, на  $l/3$ ;      В: вліво, на  $2l/3$ ;  
 Г: вправо, на  $2l/3$ ;      Д: не зміститься.

## 11 К Л А С

### Оцінювання завдань

**Н е с п е ц і а л і з о в а н і к л а с и:** завдання 1–10 – три бали;  
 11–20 – чотири бали; 21–30 – п'ять балів.

**С п е ц і а л і з о в а н і к л а с и:** завдання 11–20 – три бали;  
 21–30 – чотири бали; 31–40 – п'ять балів.

1. Прикладами реактивного руху є: 1 – відкат зняряддя при пострілі; 2 – підйом повітряної кулі після скидання баласту?

- А: 1 – так; 2 – так;      Б: 1 – так; 2 – ні;  
 В: 1 – ні; 2 – ні;      Г: 1 – ні; 2 – так.

2. В ідеальному коливальному контурі конденсатор повністю заповнили діелектриком з діелектричною проникністю 9. У скільки разів змінилась частота коливань?

- А: збільшилась у 81 раз;      Б: зменшилась у 81 раз;      В: збільшилась в 3 рази;  
 Г: зменшилась в 9 разів;      Д: зменшилась в 3 рази.

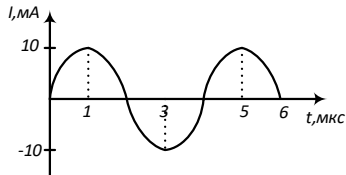
3. В однорідне електричне поле помістили металеву кулю. Чи залишиться поле поблизу поверхні кулі однорідним?

А: так;

Б: ні;

В: неможливо відповісти.

4. На рисунку наведена залежність сили струму від часу в котушці коливного контуру. Яким стане період вільних коливань сили струму в цьому контурі, якщо котушку в ньому замінити на іншу, індуктивність якої в 4 рази більша?



А: 2 мкс;

Б: 4 мкс ;

В: 6 мкс; Г: 8 мкс.

5. Період піврозпаду ізотопу селену  ${}^{81}_{34}\text{Se}$  рівний 18 хв. Яка маса ізотопу через 54 хвилини залишилась у зразку, що містив спочатку 120 г  ${}^{81}_{34}\text{Se}$ ?

А: 10 г;

Б: 15 г ;

В: 20 г;

Г: 30 г.

6. Газу ізохорно надали кількість теплоти 300 Дж. Яку роботу при цьому виконали зовнішні сили?

А: 150 Дж;

Б: 300 Дж;

В: -150 Дж;

Г: - 300 Дж;

Д: 0.

7. Яка частинка X утвориться при реакції :  ${}^7_3\text{Li} + {}^4_2\text{He} = {}^{10}_5\text{B} + X$  ?

А: електрон;

Б: нейтрон;

В:  $\alpha$ -частинка;

Г: протон.

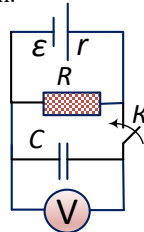
8. Знайдіть покази ідеального вольтметра в стаціонарному режимі після замикаання вимикача К, якщо струм короткого замикаання джерела  $I_{к.з.} = I$ , а  $r = \frac{R}{2}$ .

А:  $IR$ ;

Б:  $2IR$ ;

В:  $\frac{2IR}{3}$ ;

Г:  $\frac{IR}{3}$ .



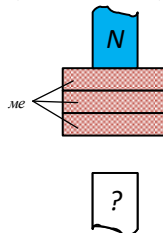
9. Сильний магніт може утримувати декілька металевих циліндрів (див. малюнок). Яким полюсом знизу потрібно піднести ще один такий магніт, щоб циліндри почали один за одним відриватись і притягуватись до нижнього циліндра.

А: N;

Б: S;

В: будь-яким;

Г: циліндри не зможуть відірватись і наблизитись до нижнього циліндру.



10. Змінний струм нульової частоти – це:

А: плазма;

Б: відсутність струму;

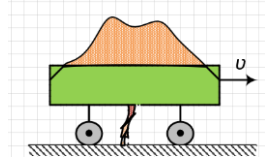
В: постійний струм;

Г: лазерний промінь.

11. Який колір має Земля при спостереженні за нею з космосу?

- А: голубий;      Б: зелений;      В: чорний;      Г: сірий.

12. По рейках рухається візок з піском горизонтально з певною швидкістю  $v$ . Якщо відкрити отвір, пісок почне сипатись між рейками. Як зміниться при цьому швидкість візка?

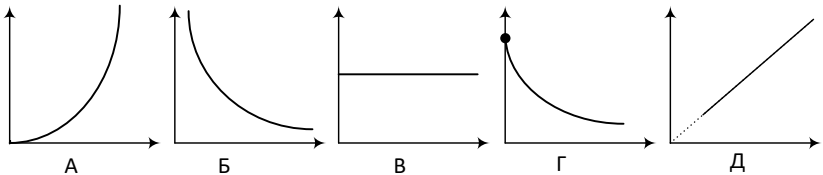


- А: зросте;      Б: зменшиться;      В: не зміниться.

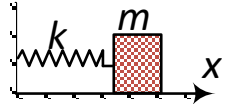
13. Чи можна перетворити Землю в гігантський космічний корабель, використовуючи при цьому ракетні двигуни?

- А: так;      Б: ні;      В: залежить від пори року;  
Г: це можливо лише у день літнього сонцестояння.

14. На якому графіку показано залежність енергії фотона електромагнітного випромінювання від його частоти?



15. Один кінець легкої пружини жорсткістю  $k$  прикріплений до бруска, а інший закріплений нерухомо. Брусок ковзає в горизонтальному напрямку так, що координата його центру мас змінюється з часом по закону  $x(t)=Asin\omega t$ . Якою є залежність кінетичної енергії бруска від часу  $E_k(t)$ ?

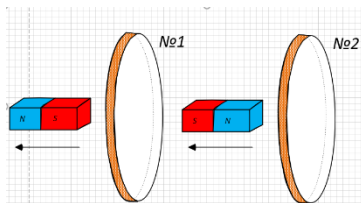


- А:  $-kAsin\omega t$ ;      Б:  $\frac{kA^2}{2} \cos^2 \omega t$ ;      В:  $-A\omega^2 \sin\omega t$ ;      Г:  $\frac{kA^2}{2} \sin^2 \omega t$ .

16. Порогова чутливість сітківки людського ока до певного монохроматичного світла становить  $P$  ( $Bm$ ), при цьому на сітківку ока щосекунди попадає  $N$  фотонів такого світла. Визначіть, якій довжині хвилі це відповідає?  $h$  – стала Планка,  $c$  – швидкість світла.

- А:  $\frac{Nhc}{P}$ ;      Б:  $\frac{Nh}{Pc}$ ;      В:  $\frac{NP}{ch}$ ;      Г:  $\frac{N}{Phc}$ .

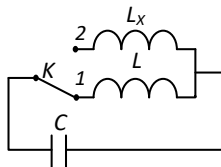
17. Від дерев'яного кільця (1) відсувають південний полюс полярного магніту, а від мідного кільця (2) – північний полюс (див. рис). З наведеного нижче переліку виберіть два вірних твердження, що відповідають умові задачі :



- а: в кільці (1) індукційний струм не виникає;  
 б: кільце (1) притягується до магніту;  
 в: в кільці (2) виникає індукційний струм;  
 г: кільце (2) відштовхується від магніту;  
 д: в досліді з кільцем (1) спостерігається явище електромагнітної індукції.

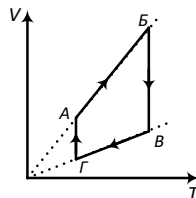
А: а і б;      Б: а і в;      В: д і г;      Г: а і б;      Д: г і в.

18. В коливному контурі (див.рис.) індуктивність котушки  $L = 6$  мГн. Якою повинна бути індуктивність  $L_X$  другої котушки, щоб при перемиканні ключа К з положення 1 в положення 2 період власних електромагнітних коливань в контурі збільшився в  $\sqrt{6}$  разів?



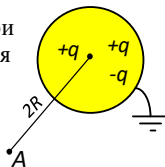
А: 36 мГн;      Б: 6 мГн;      В: 1 мГн;      Г: 72 мГн.

19. На рисунку наведений графік циклічного процесу, проведеного з ідеальним газом. На якій ділянці внутрішня енергія газу зменшилась?



А: АБ;      Б: БВ;      В: ВГ;      Г: ГА;      Д: на усіх ділянках.

20. Всередині заземленої металевої сфери радіуса  $R$  знаходяться три точкові заряди  $(+q, -q, +q)$ . Якою є напруженість електричного поля в т. А, що знаходиться на відстані  $2R$  від центру сфери ?

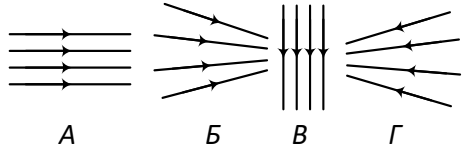


А:  $\frac{kq}{R^2}$ ;      Б:  $\frac{k2q}{R^2}$ ;      В: 0;      Г:  $\frac{kq}{4R^2}$ ;      Д:  $\frac{3kq}{4R^2}$ .

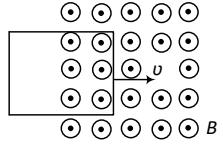
21. Яку траєкторію опише електрон, пролітаючи між пластинами плоского конденсатора, на які подано: 1) постійну напругу; 2) змінну напругу високої частоти ?

А: 1 – коло, 2 - синусоїда;      Б: 1- пряма, 2 - циклоїда;  
 В: 1 – парабола, 2 - синусоїда;      Г: 1 – еліпс, 2- косинусоїда.

22. Рамка зі струмом розвернеться перпендикулярно площині малюнка і почне рухатись ліворуч, якщо її помістити в магнітне поле зображене на малюнку:

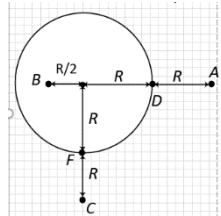


23. В деякій області простору створено однорідне магнітне поле (*див.рис*). Квадратна металева рамка рухається через межу цієї області з постійною швидкістю  $v$ , що напрямлена вздовж площини рамки і перпендикулярно до вектора магнітної індукції  $\vec{B}$ . ЕРС індукції, що генерується в рамці рівна  $\epsilon$ . Якою стане ЕРС, якщо рамка буде рухатись з швидкістю  $\frac{v}{4}$ ?



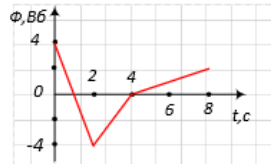
- А:  $\frac{\epsilon}{4}$ ;                      Б:  $\epsilon$ ;                      В:  $2\epsilon$ ;                      Г:  $4\epsilon$ ;                      Д:  $\frac{\epsilon}{2}$ .

24. На віддаленій від стороних полів нерухомій провідній сфері радіусом  $R$  знаходиться позитивний заряд  $Q$ . Сфера знаходиться у вакуумі. Напруженість електростатичного поля сфери в точці  $A$  рівна  $36 \text{ В/м}$ . Всі відстані вказані на рисунку. Виберіть вірне твердження:



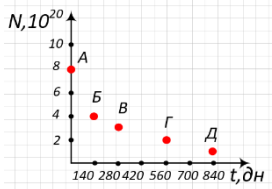
- А: потенціал електростатичного поля в точці С більший ніж в точці D;  
 Б: напруженість електростатичного поля в точці С менша, ніж у точці В;  
 В: потенціали електростатичного поля в точках В і С однакові  $\phi_B = \phi_C$ ;  
 Г: потенціали електростатичного поля в точках F і D однакові  $\phi_F = \phi_D$ .

25. На рисунку показано графік залежності магнітного потоку, що пронизує контур, від часу. Знайдіть мінімальну (по модулю) ЕРС індукції, що виникає в контурі?

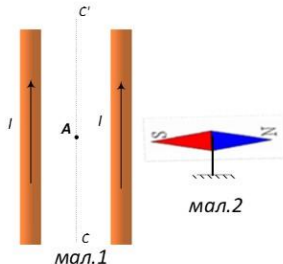


- А: 3 В;                      Б:  $\frac{3}{2}$  В;                      В: 0,5 В;                      Г:  $\frac{1}{3}$  В.

26. Ядра полонію  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  зазнають  $\alpha$ -розпаду з періодом піврозпаду 140 днів. В момент початку спостереження в зразку знаходиться  $8 \cdot 10^{20}$  ядер полонію. Через яку із точок, крім точки А, пройде графік залежності від часу кількості ядер радіоактивного полонію в зразку?

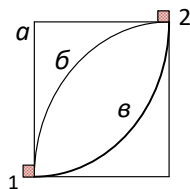


27. На мал.1 зображено систему з двох паралельних провідників по яких течуть струми  $I$  в однакових напрямках. В точку А, що знаходиться на площині  $CC'$ , відносно якої провідники розміщені симетрично, поміщають компас (мал.2). На який кут повернеться стрілка компаса?



- А:  $0^\circ$ ; Б:  $60^\circ$ ; В:  $90^\circ$ ; Г:  $150^\circ$ .

28. Тіло переміщують з положення 1 у положення 2, рухаючи його вздовж траєкторій а, б, в. В якому випадку робота сили тяжіння буде найбільшою?

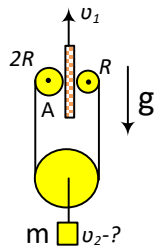


- А: а; Б: б; В: в; Г: однакова.

29. Мильна плівка після того, як вона лопає...

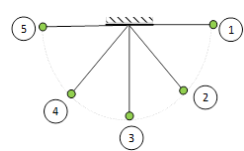
- А: випаровується; Б: збирається у крапельку дуже малого діаметру;  
В: зникає, розчинаючись у повітрі;  
Г: розпадається на молекули і стає невидима.

30. У системі тіл, зображених на малюнку, дошка А та тіло  $m$  можуть рухатись вертикально. Визначити швидкість тіла  $m$  ( $v_2$ ), якщо дошка рухається зі швидкістю  $v_1 = v$  так, як показано на малюнку. Проковзування відсутнє. Осі блоків  $R$  та  $2R$  нерухомі.



- А:  $v$ ; Б:  $2v$ ; В:  $\frac{v}{2}$ ; Г: 0.

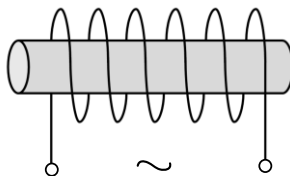
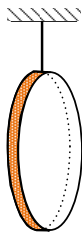
31. В якій точці траєкторії кульки, її прискорення може бути напрямлене горизонтально і ліворуч?



- А: 2; Б: 3; В: 1; Г: 4; Д: 5.



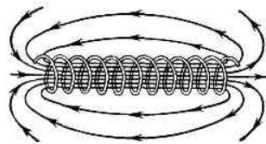
37. Біля полюса електромагніту на довгій нитці підвішено кільце з надпровідника так, як показано на малюнку. Як буде поводитись кільце, якщо по електромагніту пропустити змінний струм?



- А:** притягуватиметься;  
**Б:** віддалятиметься;  
**В:** коливатиметься;

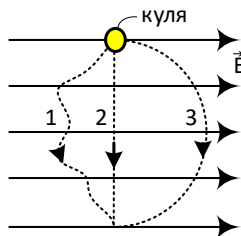
**Г:** не реагуватиме на появу струму.

38. Як будуть взаємодіяти між собою витки соленоїда, якщо по них потече: а) постійний струм; б) змінний струм. (1 – притягуються; 2 – відштовхуються; 3 – не взаємодіятимуть)?



- А:** а -1, б -2;      **Б:** а, б -1;      **В:** а, б -2;      **Г:** а -2, б -1.

39. В однорідному електричному полі позитивно заряджена куля переміщується по траєкторіях 1, 2 та 3. В якому випадку робота по переміщенню кульки буде найменшою?



- А:** 1; **Б:** 2; **В:** 3; **Г:** в усіх випадках рівна нулю.

40. Під час отримання кінцевої формули для виконання лабораторної роботи, учень зробив наближення:  $\frac{1}{F} = (n - 1) \frac{2h}{(r^2 + x^2)} \approx \frac{(n-1)2h}{r^2}$ , де  $r = 10x$ , збільшивши відносну похибку на :

- А:** 10 %;      **Б:** 1%;      **В:** 5%;      **Г:** 15%.

# Таблиця правильних відповідей до завдань Всеукраїнського фізичного конкурсу “Левеня–2022”

## 7 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	В	В	А	В	В	Б	Б	А	Б	Г	Б	А	А	В
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
В	А	А	Д	В	В	В	Г	В	А	А	В	А	В	А

## 8 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	В	Б	В	Б	А	Б	Б	В	Б	А	Б	Г	Д	В
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
В	Г	А	А	Г	Г	А	В	А	В	Г	Б	Г	Б	Г

## 9 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
А	Б	Б	В	А	В	В	Б	Г	А	Б	Г	Г	Б	Б
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Б	В	Б	А	Б	Б	Б	А	Б	В	Г	А	Б	А	В

## 10 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Б	Б	Б	А	А	А	Г	А	Г	Д	Б	А	Б	Б	А	Г	А	Г	Г	Г
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
А	А	Г	Б	А	Д	В	Б	В	А	А	Б	А	А	Г	А	Б	А	Б	В

## 11 клас

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Б	В	Б	Г	Б	Д	Б	Г	А	В	А	В	Б	Д	Б	А	Б	А	В	В
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
В	Б	А	Г	В	Б	А	Г	Б	А	А	В	Б	А	А	Г	Б	Б	Г	Б

# РОЗВ'ЯЗКИ ТА ВКАЗІВКИ ДО ДЕЯКИХ ЗАДАЧ

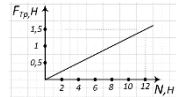
## 7 клас

1. Обертання Місяця навколо власної осі синхронізоване з обертанням навколо Землі, тобто він виконує переміщення навколо Землі за той самий час, що і навколо осі (*див. мал.*). Тому за час повного оберту навколо планети, Місяць здійснює 1 оберт навколо власної осі.



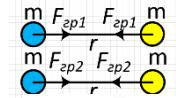
2. Мед – це приклад однієї з природних аморфних речовин, таких як смола, парафін, віск.
3. При однакових температурах дифузія проходить швидше у газах (відстань між частинками у газоподібному стані більша, ніж у рідкому чи твердому).

4.  $54 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $5 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;  $0,5 \text{ т} = 500 \text{ кг}$ .



5. Сила тертя ковзання  $F_{\text{тр}} = \mu N \Rightarrow \mu = \frac{F_{\text{тр}}}{N} = 0,125$ .

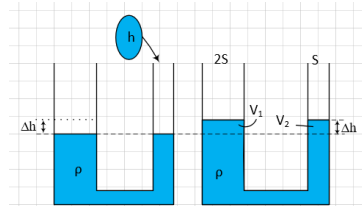
6.  $F_{\text{гп1}} = F = G \frac{mm}{r^2}$ ;  $F_{\text{гп2}} = F = G \frac{3m4m}{r^2} = 12F$  (*див. мал.*).



7. Оскільки  $v = \text{const}$ , то  $F_A = F_{\text{оп}} + mg$  (умова рівномірного руху кулі)  $\Rightarrow F_{\text{оп}} = F_A - mg \Rightarrow F_{\text{оп}} = \rho_{\text{пов}} gV - mg = 11 \text{ Н}$ .

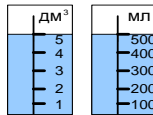


8. Оскільки ми маємо справу з однорідною рідиною, то верхні рівні рідини в обох колінах співпадатимуть. Об'єм води, влитий у праве коліно,  $V_o = Sh$  рівний сумі об'ємів води, що знаходяться в обох колінах над початковим рівнем (*див. мал.*). Тобто:  $V_o = V_1 + V_2 \Rightarrow Sh = 2S\Delta h + S\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{h}{3}$ .



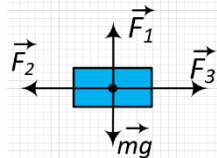
9. Як видно з малюнка:

$V_1 = 5 \text{ дм}^3 = 5 \text{ л}$ ,  
 $V_2 = 500 \text{ мл} = 0,5 \text{ л} \Rightarrow$   
 $\Delta V = V_1 - V_2 = 4,5 \text{ л}$ .



10.  $[m] = \text{кг}$ ,  $[t] = \text{с}$ .

11. Оскільки  $F_2 = F_3 = 30 \text{ Н}$ , то рівнодійна сила, що діє на віз напрямлена по вертикалі, причому вгору, оскільки  $F_1 > mg$ . Модуль рівнодійної усіх сил:

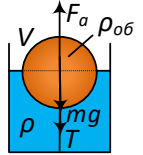


$F_R = F_1 - mg \Rightarrow F_R = 40 \text{ Н}$ .

12. З умови рівноваги кулі випливає, що:

$$F_a = mg + T \Rightarrow T = \rho g \frac{V}{2} - mg \Rightarrow T = \rho g \frac{V}{2} - \rho_{об} g \frac{V_{об}}{2},$$

де  $\rho_{об}$  та  $V_{об}$  - густина та об'єм оболонки,  $\Rightarrow T = 2000 \text{ Н}$ .

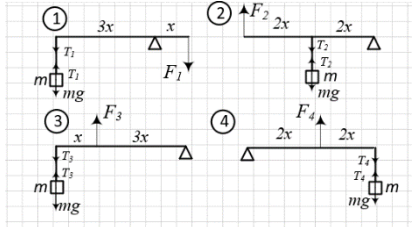


13. Умова рівноваги тіла m:  $T_1 = mg$ .

Умова рівноваги важеля у всіх випадках:

$$\begin{cases} F_1 x = T_1 3x = mg 3x \Rightarrow F_1 = 3mg, \\ F_2 4x = T_1 2x = mg 2x \Rightarrow F_2 = \frac{1}{2}mg, \\ F_3 3x = T_1 4x = mg 4x \Rightarrow F_3 = \frac{4}{3}mg, \\ F_4 2x = T_1 4x = mg 3x \Rightarrow F_4 = 2mg. \end{cases}$$

Отже,  $F_1 > F_4 > F_3 > F_2$ .



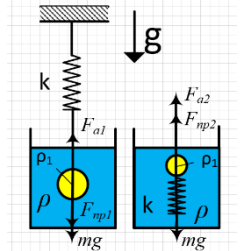
14.  $v_{л} = 2000 \frac{\text{см}}{\text{с}} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $v_{к} = 36 \frac{\text{км}}{\text{год}} = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $v_{б} = 6000 \frac{\text{мм}}{\text{хв}} = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;

$$v_{т} = 25 \frac{\text{дм}}{\text{с}} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \Rightarrow v_{л} > v_{к} > v_{т} > v_{б}.$$

15.  $\rho_1 < \rho < \rho_2$ . Умови рівноваги:  $F_{a1} = F_{np1} + mg$ ,

$$F_{a2} = F_{np2} + mg, \text{ де}$$

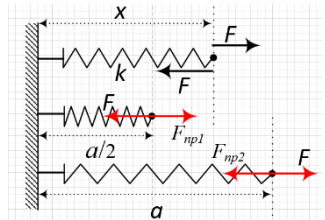
$$\begin{cases} F_{a1} = \rho g \frac{m}{\rho_1} = 2 \rho g \frac{m}{\rho} = 2mg, \\ F_{a2} = \rho g \frac{m}{\rho_2} = 2 \rho g \frac{m}{3\rho} = \frac{2}{3}mg \Rightarrow \\ k\Delta x_1 = mg, \\ k\Delta x_2 = mg \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 3. \end{cases}$$



- 16.

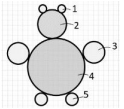
$$\begin{cases} F = F_{np1} = k \cdot (x - \frac{a}{2}), \\ F = F_{np2} = k \cdot (a - x), \text{ де } x - \text{ довжина} \\ \text{пружини у недеформованому стані.} \end{cases}$$

Отже  $k \cdot (x - \frac{a}{2}) = k \cdot (a - x) \Rightarrow x = \frac{3}{4}a$ .



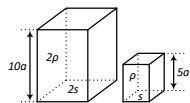
17. Маса фігури рівна:

$$m = \rho(2V + 2V + 6V + 4V + 3V) \Rightarrow m = 17 \rho V.$$

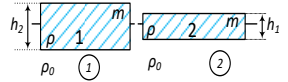


18.  $m_1 = 2\rho \cdot 2S \cdot 10a = 40 \rho Sa$ ,  $m_2 = \rho \cdot S \cdot 5a = 5 \rho Sa \Rightarrow$

$$m_2 = \frac{1}{8} m_1.$$



19. Оскільки тіла однакової маси плавають на поверхні води, то у двох випадках

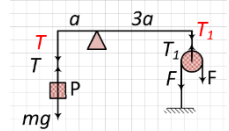


$$F_a = mg \Rightarrow F_{a1} = F_{a2}.$$

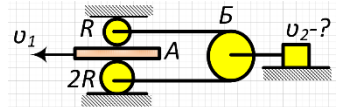
Сила Архімеда:  $F_a = \rho_0 \cdot g \cdot V_{зан} = g \cdot \rho_0 \cdot V_{зан} = g \cdot m_{випт}$ , де  $V_{зан}$  та  $m_{випт}$  – відповідно об'єм та маса витісненої тілами рідини  $\Rightarrow$  оскільки сили Архімеда рівні, то рівними є і маси рідини, які витісняють тіла у двох випадках.

20. Умова рівноваги тіл, що зображені на малюнку:

$$\begin{cases} T = P, \\ T_1 = 2F \Rightarrow F = \frac{P}{6}, \\ T \cdot a = T_1 \cdot 3a. \end{cases}$$



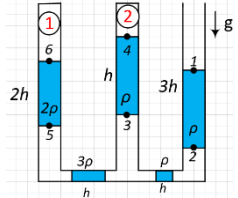
21. Оскільки проковзування відсутнє, то центри двох колес (радіуси яких R та 2R) рухаються зі швидкістю



$$\frac{v_1}{2} = \frac{v}{2} \Rightarrow \text{центр блока Б рухається поступально з швидкістю } \frac{v}{2}$$

(причому блок не виконує обертального руху)  $\Rightarrow v_2 = \frac{v}{2}$ .

22. Нехай  $p_0$  – атмосферний тиск, тоді:  $p_1 = p_0$ ;  $p_2 = p_1 + 3\rho gh = p_0 + 3\rho gh = p_3 = p_5$  (горизонтальні стовпці нерухомі, тому тиски з обох їхніх кінців однакові).



$$\begin{cases} p_4 = p_3 - \rho gh = p_0 + 2\rho gh \text{ (тиск на ділянці 2),} \\ p_6 = p_5 - 2\rho g \cdot 2h = p_0 - \rho gh \text{ (тиск на ділянці 1).} \end{cases}$$

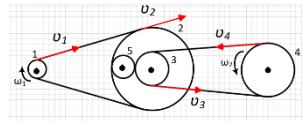
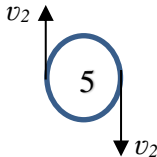
На 2 ділянці тиск більший на  $3\rho gh$ .

- 23.

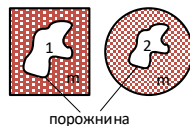
$$\begin{cases} v_1 = \omega R_1 = 6\omega R, \\ v_2 = v_1 = 6\omega R \text{ (оскільки ремінь, що з'єднає 2 шківів, не розтяжний),} \\ v_4 = \omega_2 R_4 = 3\omega \cdot 2R = 6\omega R, \\ v_3 = v_4 = 6\omega R = v_2. \end{cases}$$

Циліндр 5 виконує обертальний рух з кутовою швидкістю

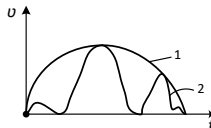
$$\omega_5 = \frac{v_2}{R_5} = \frac{6\omega R}{R} = 6\omega.$$



24. Оскільки густина тіл є меншою за густина рідини (див. умову задачі), то при занурені у рідину, вони плаватимуть на її поверхні  $\Rightarrow F_a = mg$  (умова плавання),  $F_a = \rho_0 \cdot g \cdot V_{зан} = mg \Rightarrow V_{зан} = \frac{m}{\rho_0}$ , тобто буде однако-вим у всіх випадках ( $\rho_0$  – густина рідини).



25. Площа під графіком залежності швидкості від часу є пройденим шляхом  $\Rightarrow S_1 > S_2$ . Тоді середні швидкості двох тіл:  $v_{сеп1} = \frac{S_1}{t}$ ,  $v_{сеп2} = \frac{S_2}{t} \Rightarrow v_{сеп1} > v_{сеп2}$ .



26. Записавши почергово умови рівноваги блоків, що зображені на малюнку, отримаємо співвідношення між величинами прикладених сил  $\Rightarrow F_2 = 4 F_1$

27. Нехай ребра кубів відповідно рівні  $a$  та  $b$ . Тоді:

$$\begin{cases} p = \rho g a, \\ 2p = \rho g b \Rightarrow b = 2a. \end{cases}$$

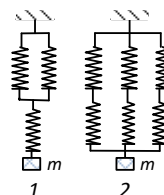
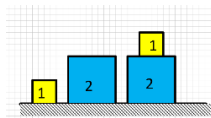
$$\text{У третьому випадку: } p_x = \frac{(m_1 + m_2)g}{S_2} = \frac{\rho a^3 + \rho b^3}{b^2} = \frac{9}{4}p.$$

28. При послідовному з'єднанні пружин жорсткість яких  $k_1$  та  $k_2$ , їх можна замінити однією пружиною, жорсткість якої задається виразом:  $\frac{1}{k^*} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ , а при паралельному з'єднанні:  $k^{**} = k_1 + k_2$ .

$$\text{Тому у 1 випадку: } k^* = \frac{2}{3}k, \text{ а у другому випадку: } k^{**} = \frac{3}{2}k$$

$$\Rightarrow \text{видовження систем пружин рівні: } \Delta x_1 = \frac{mg}{k^*} = \frac{3mg}{2k},$$

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{k^{**}} = \frac{2mg}{3k} \Rightarrow \Delta x_1 > \Delta x_2.$$



29. При наближенні до Землі краплі дощу випаровуються, тому кількість крапель в  $1 \text{ м}^3$  повітря зменшується.

30. Оскільки ціна поділки штангенциркуля  $C = 0,05 \text{ мм}$ , то ним можна вимірювати лінійні розміри кратні  $0,05 \text{ мм}$ .

## 8 клас

1. Із збільшенням температури швидкість молекул зростає ( $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ ,

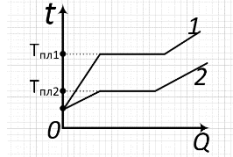
де  $T$  - абсолютна температура,  $\mu$  - молярна маса газу  $\Rightarrow$  зростає інтенсивність процесу дифузії).

2. Олівець – фізичне тіло. Фізичні тіла – це будь-які предмети навколо нас, це те, що має форму та об'єм.

3. За рахунок конденсації пари виділяється більше тепла, ніж за рахунок охолодження окропу.

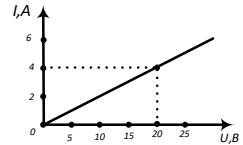
4. Водяна пара прозора, тобто у неї нема кольору.

5. Протягом процесу плавлення температура речовини не змінюється, тому як видно з малюнка,  $T_{пл1} = 2 T_{пл2}$ .



6. Відповідно до закону Ома для ділянки електричного кола:

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow R = \frac{U}{I} = 5 \text{ Ом.}$$



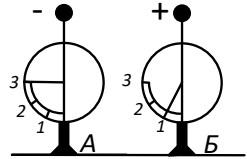
7. Якщо від пилінки, яка мала два надлишкові електрони (заряд  $-2e$ ) “забрати” один з них, її заряд стане рівним –  $e$ .

8. До з'єднання провідником на електрометрах були накопичені заряди:

$$q_A = -3q \text{ та } q_B = q.$$

Після з'єднання провідником, заряди перерозподілилися таким чином, що вирівнялись потенціали на кінцях провідника  $\Rightarrow$  враховуючи однакові розміри електрометрів, заряди стануть однаковими і рівними:

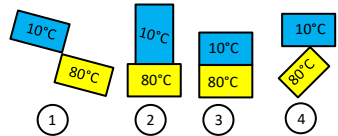
$$q_x = \frac{-3q + q}{2} = -q.$$



9. Відповідно до закону теплообміну Ньютона, кількість теплоти, що передає при теплообміні більш нагріте тіло менш нагрітому, прямо пропорційна до різниці температур тіл, що взаємодіють, часу теплообміну та площі їх контакту:

$$Q \sim (T_n - T_x) \cdot S \cdot t.$$

Оскільки різниця температур є однаковою у всіх випадках, то найбільш інтенсивно теплообмін відбувається у третьому випадку.

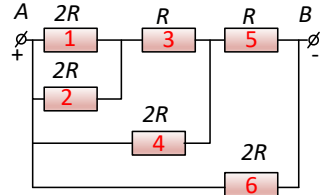


10.  $Q = c m \Delta T \Rightarrow c = \frac{Q}{cm}$ .

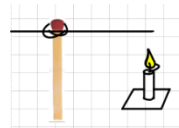
11. Застосувавши закони послідовного та паралельного з'єднання, обчислимо загальний опір електричного кола:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = R, R_{123} = R_{12} + R_3 = 2R,$$

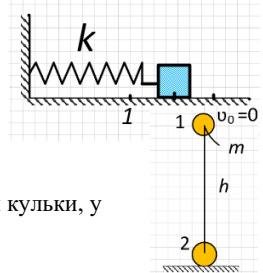
$$R_{1234} = \frac{R_{123} R_4}{R_{123} + R_4} = R, R_{12345} = R_{1234} + R_5 = 2R \Rightarrow R_{\text{заг}} = R.$$



12. Завдяки добрій теплопровідності міді, температура головки сірки швидко досягає точки горіння (температури, при якій спалахує сірник).



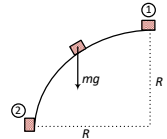
13. При русі вантажу  $m$  з положення 2 у положення 3, жорсткість пружини ( $k$ ) залишається незмінною, а її потенціальна енергія збільшується.



14. Закон збереження енергії для системи кулька - Земля:

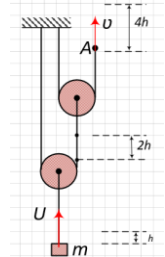
$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh = Q + E_k, \text{ де } E_k - \text{кінетична енергія кульки, у момент падіння на Землю} \Rightarrow m = \frac{(Q + E_k)}{gh} = 600 \text{ г.}$$

15. Робота, яку виконує сила тяжіння не залежить від форми траєкторії, по якій рухається тіло, а визначається початковим та кінцевим його положенням:  
 $A_{mg} = mgR$ .



16. Відповідно до властивостей рухомого блоку, для того, щоб підняти за його допомогою тіло  $m$  на висоту  $h$ , потрібно вільний кінець нитки змістити на  $2h$  (див. мал.). Отже, отримаємо кінематичні співвідношення :

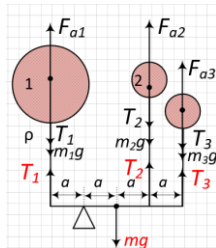
$$h = Ut \text{ та } 4h = vt \Rightarrow v = 4U, \text{ або } U = \frac{v}{4}.$$



17. Умови рівноваги кульок та важеля:

$$\begin{cases} F_{a1} = T_1 + m_1g, \\ F_{a2} = T_2 + m_2g, \\ F_{a3} = T_3 + m_3g. \\ mg \cdot a + T_1 \cdot a = T_2 \cdot 2a + T_3 \cdot 3a. \end{cases}$$

Звідси  $T_1 = \frac{3}{2} \rho g V \Rightarrow mg + \frac{3}{2} \rho g V = \frac{5}{2} \rho g V \Rightarrow$   
 $\Rightarrow \rho V = m \Rightarrow m_2 = \frac{m}{2}; T_2 = \frac{1}{2} \rho g V = T_3.$



18. Якщо Земля перестане обертатись навколо своєї осі, то матиме місце зміна дня і ночі, оскільки обертальний рух Землі навколо Сонця призведе до удаваного обертання з періодом в 1 рік.

19.  $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$ , де  $T_c$  - період обертання годинної стрілки

$\omega_3 = \frac{2\pi}{T_3}$ , де  $T_3$  - період обертання Землі

$$\frac{\omega_c}{\omega_3} = \frac{T_3}{T_c} = \frac{24 \text{ год}}{12 \text{ год}} = 2.$$

20. Умови рівноваги тіл (стрижня та рухомого блока):

$$2T = T_1 + m_0g \quad (1)$$

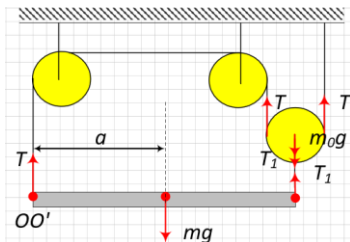
$$T = T_1 + mg \quad (2)$$

Умова рівноваги стрижня відносно уявної осі  $OO'$  (див. мал.):

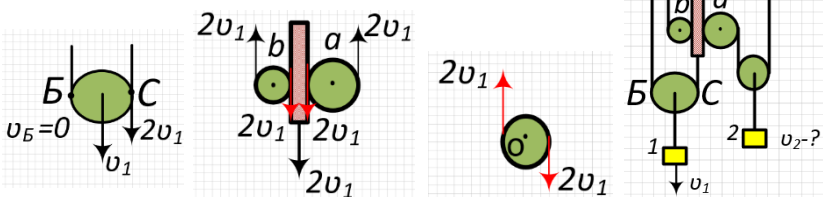
$$T_1 \cdot 2a = mg \cdot a \quad (3)$$

З рівнянь (1), (2) та (3)  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m_0 = \frac{m}{2} = 8 \text{ кг.}$$

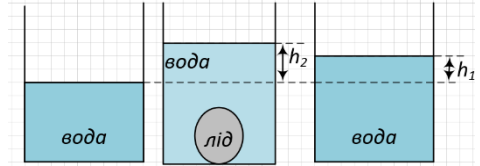


21. Розглянемо окремо кожне тіло:

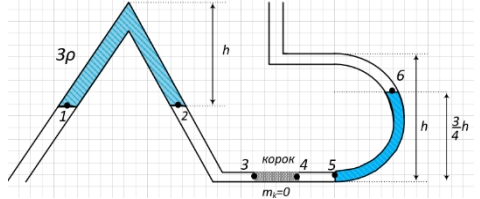


Циліндр (блок O) не рухається поступально  $\Rightarrow v_0 = 0$ , а отже 2 тіло не рухається, тобто  $v_2 = 0$ .

22.  $h_2 < h_1$ , оскільки внаслідок плавлення лід перетворюється у воду, об'єм якої менший ніж у відповідної маси льоду ( $V_1 < V_2$ ).



23. Нехай  $p_0$  – атмосферний тиск, тоді:  $p_1 = p_0 = p_2 = p_3$ ;  
 $P_6 = p_0$ ;  
 $P_5 = P_6 + \frac{3}{4}\rho gh = P_4$ .  
 Сили тиску на корок з боку стовпців повітря:



Сили тиску:  $F_3 = P_3 \cdot S = P_0 \cdot S$ ,  $F_4 = P_4 \cdot S = (P_0 + \frac{3}{4}\rho gh) \cdot S$ . Оскільки

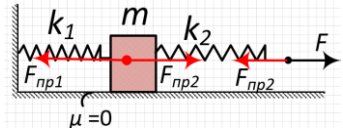
$F_4 > F_3$ , то рівнодія цих сил напрямлена ліворуч  $\Rightarrow$  на корок діє сила тертя спокою, що напрямлена праворуч і рівна по модулю:

$$F_{\text{тр}} = F_4 - F_3 = \frac{3}{4}\rho ghS.$$

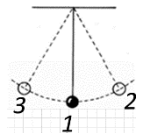
24. Після припинення руху вантажу  $m$ , система перейде у положення рівноваги. Умова рівноваги точки, що є кінцем пружини  $k_2$  та тіла  $m$ :

$$F = F_{\text{пр}2} = k_2 \cdot \Delta x_2 = 3k \cdot \Delta x_2,$$

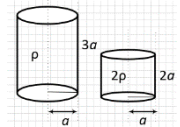
$$F_{\text{пр}2} = F_{\text{пр}1} \Rightarrow 3k \cdot \Delta x_2 = k \cdot \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = 3\Delta x_2.$$



25. При переході маятника з положення 1 у положення 2, його потенціальна енергія набула максимального значення. Цей стан повториться через пів періоду, тобто при переводі маятника з положення 2 у положення 3.



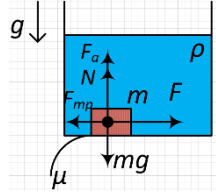
26.  $m_1 = \rho \cdot \pi R^2 \cdot 3a$ ,  $m_2 = 2\rho \cdot \pi R^2 \cdot 2a \Rightarrow m_2 = \frac{4}{3} m_1 = 8 \text{ кг}$ .



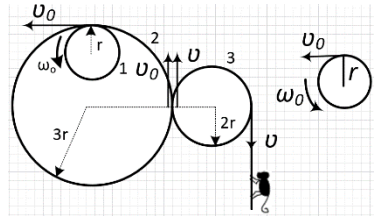
27. Умова рівномірного руху тіла m:

$$F = F_{\text{тр}}, F_a + N = mg, F_{\text{тр}} = \mu N \Rightarrow$$

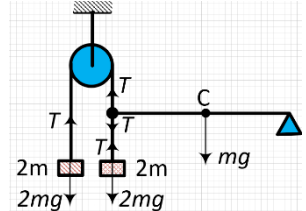
$$\rho g \frac{m}{2\rho} + N = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{2} \Rightarrow \frac{mg}{3} = \mu \frac{mg}{2} \Rightarrow \mu = \frac{2}{3}.$$



28.  $v_0 = \omega_0 r$  – це швидкість точки колеса 2, що дотикається до колеса 1, оскільки відсутнє проковзування  $\Rightarrow v_0 = v$  – швидкість мавпи. Отже,  $v = \omega_0 r = 9 \frac{M}{c}$  (мавпа не перебирає мотузку, вона вчепилась за канат).



29. На лівий кінець важеля діють сили, що рівні по модулю, проте напрямлені в протилежні сторони  $\Rightarrow$  їхні моменти теж рівні (рівні плечі дії сил) і намагаються обертати важіль у протилежних напрямках (за та проти руху стрілки годинника), тому компенсують один одного  $\Rightarrow$  Нескомпенсований момент сили тяжіння, що діє на важіль з боку Землі, виведе систему з положення рівноваги.

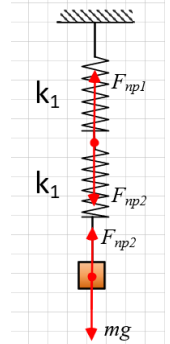


30. Умови рівноваги тіла m та точки з'єднання пружин:

$$\begin{cases} F_{\text{пр}2} = mg = F_{\text{пр}1}, \\ k_1 \cdot \Delta x_1 = mg, \\ k_2 \cdot \Delta x_2 = mg \Rightarrow k_1 \cdot \Delta x_1 = k_2 \cdot \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{k_2 \cdot \Delta x_2}{k_1} = 6 \text{ см}. \end{cases}$$

Потенціальні енергії деформованих пружин:

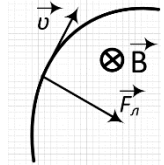
$$E_1 = \frac{k_1 \cdot \Delta x_1^2}{2}, E_2 = \frac{k_2 \cdot \Delta x_2^2}{2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 \cdot \Delta x_1^2}{k_2 \cdot \Delta x_2^2} = 3.$$



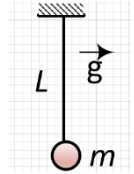
## 9 клас

1. Промені світла, спрямовані на лінзу від точкового джерела, що знаходиться на ГОВ дуже далеко від неї, після заломлення в лінзі збираються у фокусі. Тобто фокус лінзи є місцем перетину променів після її проходження – зображення точкового джерела.

2. Оскільки сила Лоренца, що діє на заряджену частинку з боку магнітного поля має бути напрямлена перпендикулярно до швидкості так, як показано на малюнку, то її напрям задається правилом правої руки  $\Rightarrow q < 0$ .



3. Висота польоту кулі дещо зменшиться, оскільки через охолодження і зменшення об'єму, зменшиться і діюча на неї виштовхувальна сила.

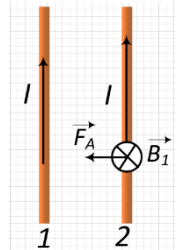


4.  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T \sim \sqrt{l}$ . Правильну залежність показано на графіку В.

5. Вода, що утворюється при таненні льоду, зазвичай відразу стікає. Коли ж лід обгорнутий в мокру газету, тепло ззовні повинне пройти через шар затриманої газетою води, тому доступ тепла до льоду сповільниться.

6. Жир змочує і матерію і папір. Проте, у папері капіляри тонші ніж у матерії  $\Rightarrow$  розплавлений жир активніше втягується

7. За правилом свердлика, магнітне поле, що створює 1 провідник зі струмом, у місці розташування 2 провідника, напрямлене від нас (*див. мал.*), а відповідно до правила «лівої руки» сила Ампера, що діятиме на 2 провідник, напрямлена ліворуч.



8. Рівняння (2) є прикладом електронного бета-розпаду, а рівняння (3) – альфа-розпаду.

9. Після вильоту із ствола зброї, на снаряд діє лише сила тяжіння, яка надає йому прискорення, що напрямлене вертикально вниз.

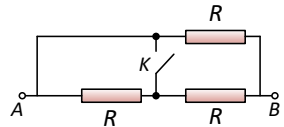
10. До замикання вимикача опір ділянки АВ рівний:

$$R_1 = \frac{R \cdot 2R}{2R + R} = \frac{2}{3} R.$$

Після замикання вимикача:

$R_2 = \frac{1}{2} R$  (перший резистор замкнений накоротко). Зміна опору ділянки АВ:

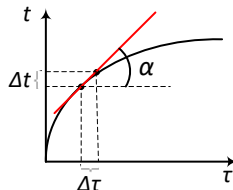
$$\Delta R = \frac{1}{6} R = 1 \text{ Ом.}$$



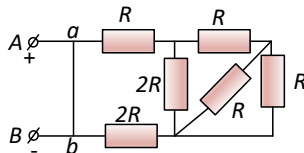
11.  $P\Delta\tau = cm\Delta t + P_{вт}\Delta\tau$ .

Швидкість нагрівання рідини  $\frac{\Delta t}{\Delta\tau} = \operatorname{tg}\alpha$  – тангенс кута нахилу дотичної до графіка в даний момент часу. Як видно з графіка (див. умову) кут нахилу дотичної з часом зменшується, а отже зменшується швидкість нагрівання. Потужність теплових втрат:

$$P_{вт} \sim P - cm \frac{\Delta t}{\Delta\tau} \Rightarrow P_{вт} \uparrow.$$

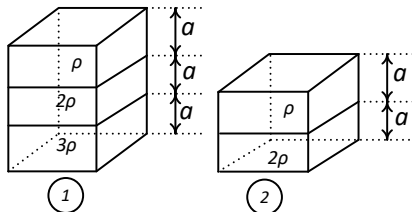


12.  $R_{AB} = 0$ . Провідник  $ab$  замкнув накоротко усі провідники.



13. Вакуум між стінками термоса зменшує теплопровідність. За рахунок переходу частини внутрішньої енергії газу в кінетичну енергію струменя, температура у посудині буде зменшуватись (див. умову задачі).

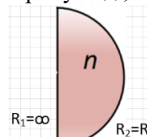
$$\begin{aligned} 14. \quad m_1 &= \rho \cdot S \cdot a + 2 \rho S a + 3 \rho \cdot S \cdot a = \\ &= 6 \rho \cdot S \cdot a, \\ m_2 &= \rho \cdot S \cdot a + 2 \rho S a = 3 \rho \cdot S \cdot a; \\ m_2 &= \frac{1}{2} m_1 = 3 \text{ кг}. \end{aligned}$$



15. Лінза, форма якої зображена на малюнку є збиральною у повітрі і у воді, оскільки  $n_{\text{лінзи}} > n_{\text{води}} > n_{\text{повітря}}$ .

$$D = \left( \frac{n_{\text{лінзи}}}{n_{\text{середовища}}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow D = \left( \frac{n}{n_{\text{сеп}}} - 1 \right) \frac{1}{R}$$

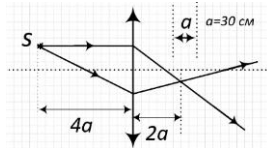
при перенесенні лінзи з повітря ( $n_{\text{п}}=1$ ) у воду ( $n_{\text{в}}=1,33$ ) її оптична сила зменшується. Відповідно зростає фокусна відстань.



16. Якщо  $F_R = 0 \Rightarrow$  прискорення тіла  $a = 0$ , тобто  $v = \text{const}$  (ділянка від 30 с до 60 с).

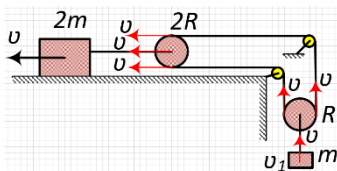
17. Формула тонкої лінзи:

$$\begin{aligned} \frac{1}{F} &= \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{4a} + \frac{1}{2a} = \frac{3}{4a} \Rightarrow \\ \Rightarrow F &= \frac{4a}{3} = 40 \text{ см}. \end{aligned}$$

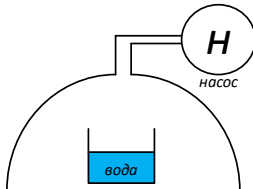


18. Теплопровідність льоду більша, ніж теплопровідність снігу. При однаковому перепаді температур між водою в озері і атмосферним повітрям на розчищеній ділянці від снігу товщина льоду буде більшою.

19. З малюнка видно, що обидва блоки будуть рухатись поступально.  
Отже  $v_1 = v$ .



20. Частина води кипітиме за рахунок енергії, що виділятиметься завдяки кристалізації іншої частини води.

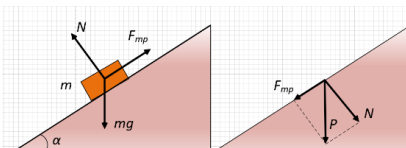


21. На першому малюнку зображено сили, що діють на монету, а на другому – сили, що діють на похилу площину.

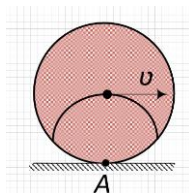
$$F_{mp} = mgsin\alpha,$$

$$P = \sqrt{F_{тр}^2 + N^2},$$

$$P = \sqrt{(mg \sin\alpha)^2 + (mg \cos\alpha)^2} = mg.$$

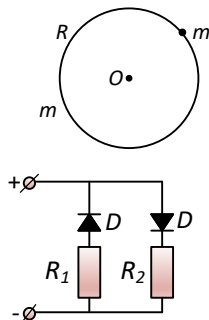


22. Оскільки проковзування відсутнє, то точка дотику диска до поверхні (на мал.  $t.A$ ) залишається нерухою  $\Rightarrow$  її можна розглядати як миттєву вісь обертання, а відповідно поступальний рух колеса як сукупність обертальних рухів навколо миттєвих осей, які по чергову проходять через усі точки на ободі колеса у момент їхнього дотику до Землі.



Лінія, що з'єднує на диску точки, які відносно Землі мають таку ж по модулю швидкість що і центр диска, має форму дуги кола (див. мал).

23. Оскільки маса рівномірно розподілена по всій довжині кільця, то його центр мас знаходиться у т.О - це точка, у якій можна вважати "знаходиться" уся маса кільця  $\Rightarrow$  маємо взаємодію двох точкових тіл масами по  $m$  кожне, які обертаються навколо спільного центру мас, що знаходиться на відстані  $\frac{R}{2}$  від центру кільця  $\Rightarrow$  жук і центр кільця рухатимуться по колу радіусом  $\frac{R}{2}$ .



24. Через резистор  $R_1$  струм не тече (зворотнє включення першого діода – діод закритий)  $\Rightarrow$  тепло виділятиметься лише на резисторі  $R_2$ .

25. Умови рівноваги тіла у кожному випадку:

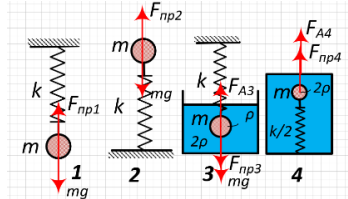
$$F_{np1} = mg = k \cdot \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{mg}{k},$$

$$F_{np2} = mg = k \cdot \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{mg}{k},$$

$$F_{A3} = F_{np3} + mg \Rightarrow$$

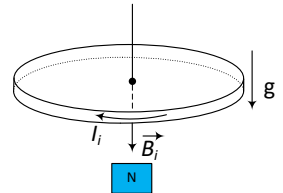
$$k \Delta x_3 + mg = 2\rho g \frac{m}{\rho} \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{mg}{k}.$$

$$F_{A4} + F_{np4} = mg \Rightarrow \frac{k}{2} \Delta x_4 + \rho g \frac{m}{2\rho} = mg \Rightarrow \Delta x_4 = \frac{mg}{k}.$$



26. Опір тіла птаха набагато більший опору паралельної до нього ділянки між ногами, тому сила струму в тілі птаха мала і не завдає шкоди.

27. Магнітне поле кільця спрямоване проти магнітного поля постійного магніту (однойменні магнітні полюси відштовхуються).



28. Б.

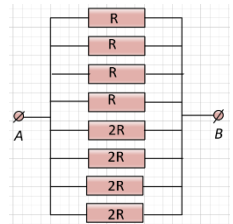
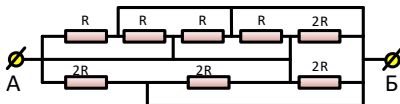
29.  $v_1 = \omega_1 \cdot R_1 = \omega \cdot 3R,$   
 $v_2 = \omega_2 \cdot R_2 = 2\omega \cdot R;$

$$\begin{cases} v_A = v_2 = v_{об} - v_{п}, \\ v_B = v_1 = v_{об} + v_{п} \end{cases} \Rightarrow v_1 + v_2 = 2 v_{об} \Rightarrow v_{об}$$

$$= \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{3\omega R + 2\omega R}{2} = 2,5 \omega R, \quad \omega_3 = \frac{v_{об}}{R} = 2,5 \omega.$$



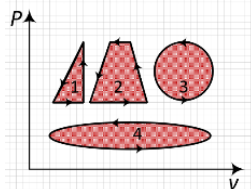
30. Після з'єднання точок потенціали яких однакові (точки з'єдані провідниками, опір яких нуль), отримаємо наступну електричну схему :



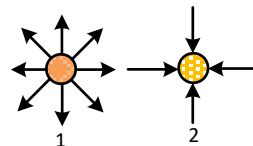
## 10 клас

1. Див. завдання №2, 9 клас.
2. Повітроплав (дирижабль) без газу всередині звичайно став би легшим, проте його б роздавив тиск навколишнього повітря (атмосферний).
3. Якщо маса гвинтівки буде меншою за масу кулі, що вилітає з неї, то гвинтівка набуде більшої швидкості ніж куля (закон збереження імпульсу).
4.  $\eta = \frac{T_n - T_x}{T_n}$ ;  $T_n$  – температура нагрівника,  $T_x$  – температура холодильника.
5.  $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ , де  $T$  – абсолютна температура газу,  $\mu$  - молярна маса.
6. Магнітна енергія пластинки перейшла у внутрішню енергію розчину.

7. Усі замкнені цикли (процеси), що зображені на маюнку ‘проходять’ проти руху стрілки годинника. Робота, яку виконує газ є від’ємною у всіх випадках.



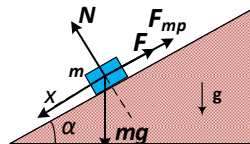
8. Оскільки силові лінії електричного поля починаються на 1 заряді і прямують на безмежність, а у випадку 2 кульки навпаки, то заряд 1 кульки позитивний, а другої - негативний.



9. Стан Землі не зміниться.
10. Відповідно до I-го закону Кеплера, планети обертаються по еліпсах, в одному з фокусів якого знаходиться тіло, навколо якого відбувається їх орбитальних рух (Сонце, для прикладу).
11. Чим більшою є різниця між густиною навколишнього повітря і газу, що заповнює аеростат, тим більшою є підймальна сила. Відповідно, вона зростатиме при зниженні температури навколишнього повітря, коли воно стане щільнішим.

12. Сила  $F$ , яка потрібна для того, щоб втримати тіло на похилій площині (див. мал.) рівна:  

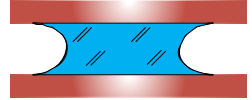
$$F = mgsin\alpha - F_{mp} = mg(sin\alpha - \mu cos\alpha)$$



13. Див. завдання №22, 9 клас.

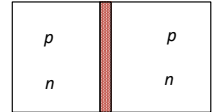
14. Чим глибше у воді знаходиться повітряна бульбашка, тим більшим повинен бути тиск насиченої пари у ній, щоб вона не захоплювалася, а цьому відповідає більш висока температура.

15. Причиною зчеплення пластинок у повітрі є утворення між ними водяної “конструкції” (див. мал.) з увігнутою бічною поверхнею. Занурення пластинок у воду призведе до зникнення цієї поверхні, а разом з нею і “стягуючого” зусилля.



16. Оскільки перегородка легкорухома, то тиски газів однакові.

$$P = nkT \Rightarrow T \text{ теж однакові} \Rightarrow \langle E_k \rangle = \frac{3kT}{2} \text{ є однако-} \\ \text{вими для обох газів.}$$

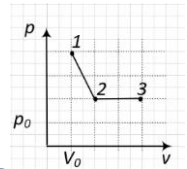


17. У  $p - V$  координатах, робота яку виконає газ рівна площі під графіком:

$$A_{12} = \left( \frac{4p_0 + 2p_0}{2} \right) \cdot V_0 = 3p_0 \cdot V_0,$$

$$A_{23} = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0 \cdot V_0,$$

$$\text{Отже, } \frac{A_{12}}{A_{23}} = \frac{3}{4}.$$

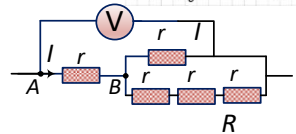


18.  $I_1 \cdot r = I_2 \cdot 3r \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{3},$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{4}{3} I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{3}{4} I.$$

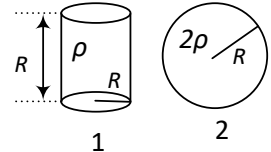
Покази вольтметра:

$$U_v = I \cdot r + \frac{3}{4} I \cdot r = \frac{7}{4} I \cdot r = \frac{7}{4} \cdot 4 \cdot 1 = 7 \text{ (В).}$$

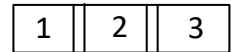


19.  $m_1 = \rho \cdot \pi R^2 \cdot R,$

$$m_2 = 2\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow m_2 = \frac{8}{3} m_1 = 8 \text{ кг.}$$



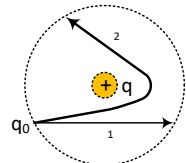
20. Усі куски магніту намагнічені однаково.



21. На першій ділянці рух швидкість лінійно зростає з часом  $\Rightarrow$  рух рівноприскорений з

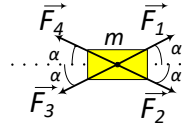
$$\text{прискоренням } a_x = \frac{v_{kx} - v_{ix}}{\Delta t} = 2,5 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}. \text{ На другій ділянці } v_x = \text{const} \Rightarrow \\ a_x = 0.$$

22. Робота по переміщенню заряду в електричному полі не залежить від форми траєкторії, по якій рухається заряджена частинка (електричне поле є потенціальним). Оскільки початкові та кінцеві потенціали тих місць, між якими переміщуються

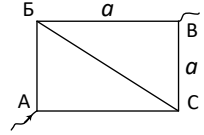


заряди однакові, то й роботи однакові, причому рівні нулю.

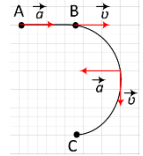
23. Оскільки вертикальні та горизонтальні проєкції усіх сил є рівними (див. умову), то  $F_R = 0$ .



24. З симетрії схеми випливає, що по провіднику БС струм не тече. Тому його можна забрати з цієї схеми.  $\Rightarrow R_{AB} = \frac{\rho a}{S}$  (паралельне з'єднання двох однакових провідників по  $\frac{2\rho a}{S}$ ).



25. На ділянці АВ:  $a = \frac{v}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{v}{a}$ .  
 На ділянці ВС:  $t_2 = \frac{\pi}{a} R$ , де R – радіус півкола.  
 $a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{a} \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{a} v = \pi t_1$ .



26. Відповідно до закону збереження імпульсу в проєкціях на координатні осі:

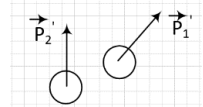
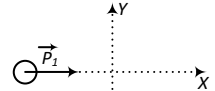
$$x: P_1 = P_{1x}' = P,$$

$$y: P_2 = P_2' + P_{1y}'$$

$$(P_1')^2 = (P_{1x}')^2 + (P_{1y}')^2 \Rightarrow$$

$$P_{1y}' = \sqrt{(P_1')^2 - (P_{1x}')^2} = \sqrt{4p^2 - p^2} = \sqrt{3}p$$

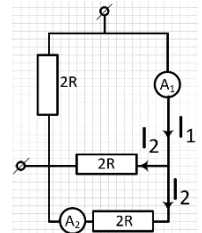
$$P_2' = P_2 - P_{1y}' = 3p - \sqrt{3}p = (3 - \sqrt{3})p$$



27. Якщо вода “роздріблена” на маленькі краплі, то лише в деяких з них будуть центри кристалізації, у більшій частині крапель вода буде знаходитись у переохоложеному стані.

28. З'єднавши точки однакового потенціалу, отримаємо еквівалентну електричну схему, що зображена на малюнку  $\Rightarrow I_1 = 2I_2$ .

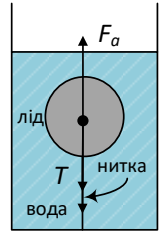
29. Пісок, що висипається не впливає на зміну швидкості візка (у СВ, пов'язаний з візком реактивного руху немає).



30. Умова рівноваги:

$$F_a = mg + T \Rightarrow \rho_v gV = mg + T \Rightarrow V = \frac{m}{\rho_v} + \frac{T}{\rho_v g}$$

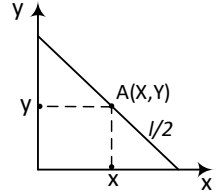
$\Rightarrow$  в порівнянні з рівнем води у посудині, коли була лише рідина, рівень піднявся на  $\Delta h_1 = \frac{m}{\rho_b s} + \frac{T}{\rho_b g s}$ , де  $s$  – площа перерізу посудини. Після танення льоду рівень рідини піднімається (в порівнянні з рівнем рідини без льоду) на  $\Delta h_2 = \frac{m}{\rho_b s} \Rightarrow$  рівень рідини в результаті плавлення льоду зменшується на  $\frac{T}{\rho_b g}$ , де  $T$  – сила натягу нитки.



31. З малюнка видно, що

$$X^2 + Y^2 = \frac{l^2}{4}, \Rightarrow \text{т.А (x,y) – середина стержня.}$$

Дане рівняння є рівнянням кола радіуса  $\frac{l}{2}$ .

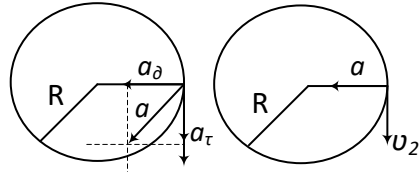


32.  $a_{o1} = a \sin \alpha$ ,  $a_{o2} = a$ ,

$$a \sin \alpha = \frac{v_1^2}{R}, a = \frac{v_2^2}{R},$$

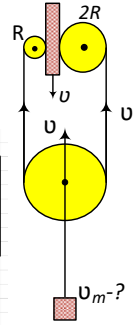
$$v_1 = \sqrt{aR \sin \alpha},$$

$$v_2 = \sqrt{aR} \Rightarrow v_2 > v_1.$$



33. Див. завдання №23, 9 клас

34. Центр рухомого блока бере участь лише у поступальному русі з швидкістю  $v$  (див. мал)  $\Rightarrow v_m = v$ .



35. Перейдемо у СВ – трубка. У цій СВ, тіла перебувають у гравітаційному полі

$$g_{\text{еф}} = g + a = 2g,$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_0,$$

$$P_4 = P_0 + 3\rho(g+a)h = P_0 + 6\rho gh,$$

$$P_8 = P_0$$

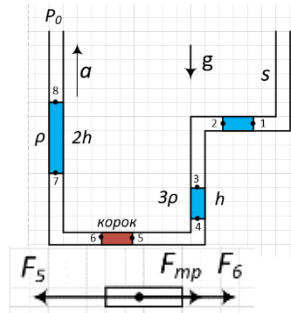
$$P_7 = P_0 + 2\rho g 2h = P_0 + 4\rho gh = P_6,$$

Сили тиску на кінці поршня рівні:

$$F_6 = p_6 \cdot S = (P_0 + 4\rho gh) \cdot S$$

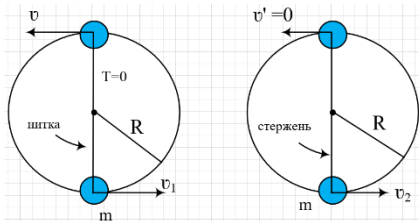
$$F_5 = p_5 \cdot S = (P_0 + 6\rho gh) S \Rightarrow$$

$$F_{\text{тр}} = F_5 - F_6 = 2\rho gh.$$



36. Закони збереження енергії та II - ий закон Ньютона:

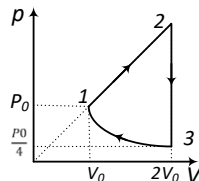
$$\begin{cases} \frac{mv_1^2}{2} = mg2R + \frac{mv^2}{2}, \\ \frac{mv_2^2}{2} = mg2R; \\ \frac{mv_1^2}{R} = mg \Rightarrow v_1 = \sqrt{5gR}, \\ v_2 = \sqrt{4gR}. \end{cases}$$



37. На ділянці 3 -1:

$$P_0 V_0^n = \frac{P_0}{4} (2V_0)^n.$$

$2^2 V_0^n = 2^n V_0^n \Rightarrow n = 2 \Rightarrow$  це політропний процес з показником політропи  $n = 2$ .



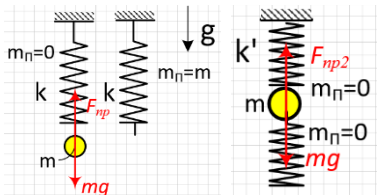
38. Провідники будуть розвертатись так, щоб струми були напрямлені паралельно, в одну сторону і притягувались між собою.

39.  $F_{np1} = mg = k \cdot \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{mg}{k}$ .

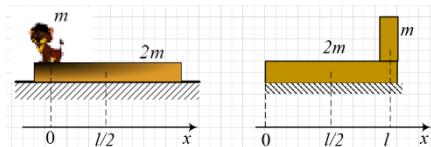
У другому випадку:  $k_2 = 2k$ ,

$$F_{np2} = mg \Rightarrow 2k \cdot \Delta x_2 = mg \Rightarrow$$

$$\Delta x_2 = \frac{mg}{2k} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 2.$$



40.  $X_{c1} = \frac{m \cdot 0 + 2m \cdot l/2}{m+2m} = \frac{ml}{3m} = \frac{l}{3}$ ,  
 $X_{c2} = \frac{2ml/2 + m \cdot l}{m+2m} = \frac{2ml}{3m} = \frac{2l}{3}$ ,  
 $\Rightarrow \Delta X_c = \frac{l}{3}$ , ліворуч.



## 11 клас

- У першому випадку рух є реактивним, а у другому ні, якщо вантаж скидають без початкової швидкості.
- Відповідно до формули Томсона:  
 $T = 2\pi\sqrt{LC}$ , де  $L$  – індуктивність котушки,  $C$  – ємність конденсатора.  
 $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$ ; у першому випадку  $\epsilon_1 = 1$ , а у другому  $\epsilon_2 = 9 \Rightarrow C_2 = 9 C_1 \Rightarrow$   
 $T_2 = 3 T_1 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{3}$ .
- Поле не залишиться однорідним, оскільки силові лінії напруженості електричного поля перпендикулярні до поверхні кулі.

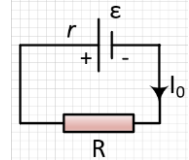
4. З малюнка до умови задачі видно, період вільних коливань сили струму у контурі  $T_1 = 4$  мкс. Після заміни котушки  $L_2 = 4 L_1 \Rightarrow T_2 = 2T_1 = 8$  мкс, оскільки  $T = 2\pi\sqrt{LC}$ .

5.  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} = m_0 \cdot 2^{-3} = \frac{m_0}{8} = 15$  г.

6. Оскільки  $V = \text{const} \Rightarrow$  робота, яку виконує газ  $A' = 0$ .

7.  ${}^1_0n$  – нейтрон.

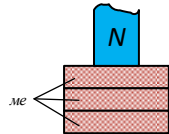
8. Оскільки вольтметр ідеальний і у схемі є конденсатор, струм через який не тече у стаціонарному режимі, то дану схему можна замінити наступною схемою:



$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{\varepsilon}{R+\frac{R}{2}} = \frac{2\varepsilon}{3R}$$

$$I_{\text{кз}} = I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{2\varepsilon}{R} \Rightarrow I_0 = \frac{I}{3} \Rightarrow U_v = I_0 R = \frac{IR}{3}$$

9. При піднесенні магніту N полюсом зменшиться магнітне поле, створене верхнім магнітом, а отже зменшується і сила притягання.



10. Змінний струм нульової частоти – це постійний струм.



11. Наша планета в основному складається з океану та атмосфери багатой киснем і азотом. Поява кольору зумовлена ефектом розсіювання світла з атмосфери та океанів. Синє світло розсіюється більше, ніж решта кольорів, завдяки своїй короткій довжині хвилі. Крім того, вода поглинає світло від червоної частини спектра. Це надає їй синій вигляд, якщо ми дивимось на планету Земля з космосу.

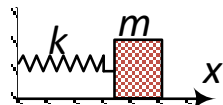
12. Див.завдання №29, 10 клас.

13. Ні, не можна. Швидкість витікання газів із ракетних двигунів значно менша за II космічну швидкість біля поверхні Землі, тому ці гази не покинуть Землю і не нададуть їй руху в протилежному напрямку.

14.  $h\nu = E \Rightarrow E_{\text{ф}} \sim \nu$  - прямопропорційна залежність.

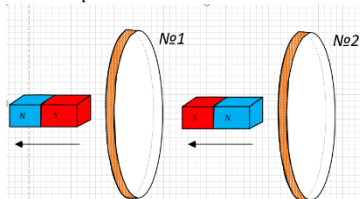
15.  $x(t) = A \sin \omega t \Rightarrow v(t) = A\omega \cos \omega t = x' \Rightarrow$

$$E_{\text{к}} = \frac{mv^2(t)}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2 \omega t.$$



$$16. P = \frac{E}{t} = \frac{E_0 N}{t} = \frac{h\nu N}{t} = \frac{hcN}{\lambda t} = \frac{hcN}{\lambda}, t = 1c. \Rightarrow \lambda = \frac{hcN}{P}.$$

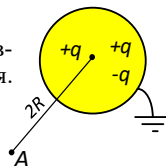
17. Кільце №1 дерев'яне. Отже, струм текти через нього не може (дерево не провідник), а у кільці №2 виникає струм, бо змінюється потік вектора індукції магнітного поля крізь кільце (змінюється магнітний потік).



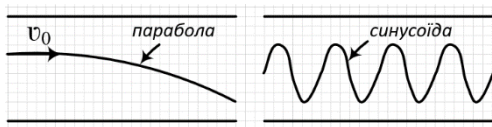
$$18. T_1 = T = 2\pi\sqrt{LC}, T_2 = 2\pi\sqrt{L_x C} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{L_x}{L} = 6 \Rightarrow L_x = 6L = 36 \text{ мГн}.$$

19. Внутрішня енергія одноатомного ідеального газу  $U = \frac{3}{2} \nu RT \Rightarrow U \downarrow$ , коли  $T \downarrow$ , тобто на ділянці ВГ.

20. Оскільки сфера заземлена, потенціал на її поверхні рівний нулю, а отже за межами сфери немає електричного поля.



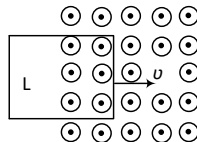
21.



22. Сила, що діє на рамку в неоднорідному магнітному полі, втягує її в область сильнішого магнітного поля.

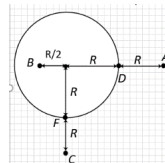
23. ЕРС, що індукується в рамці прямопропорційна швидкості рамки:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{BvL\Delta t}{\Delta t} = BvL \Rightarrow \mathcal{E}_i = \mathcal{E} = BvL, \text{ де } v\Delta t \text{ — відстань пройдена рамкою за час } \Delta t \Rightarrow \mathcal{E}_x = Bv_x L = B \frac{v}{4} L = \frac{\mathcal{E}}{4}.$$



24. Точки F та D рівновіддалені від центру сфери (належить їй). Це точки рівного потенціалу.

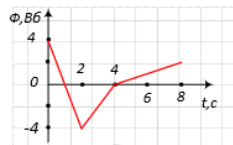
$\varphi_a = \varphi_F = \varphi_D$  (бо потенціал у будь-якій точці всередині сфери рівний потенціалу на поверхні)



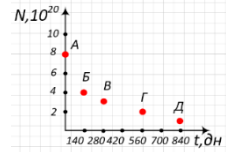
25. На ділянці 0-2 с:  $\mathcal{E}_1 = - \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta t} = 4 \text{ В}$

На ділянці 2-4 с:  $\mathcal{E}_2 = - \frac{\Delta\Phi_2}{\Delta t} = 2 \text{ В}$

На ділянці 0-2 с:  $\mathcal{E}_3 = - \frac{\Delta\Phi_3}{\Delta t} = 0,5 \text{ В}$



26. Під час радіоактивного розпаду кількість ядер, що розпадаються з часом, змінюється відповідно до закону радіоактивного розпаду:



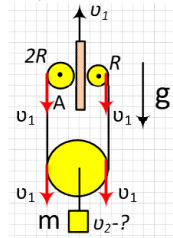
$N=N_0 2^{-\frac{t}{T}}$ . Через  $t=T$ ,  $N=\frac{N_0}{2} \Rightarrow$  графік проходить через т.Б.

27. В т.А сумарне магнітне поле, створене двома провідниками зі струмами рівне нулю  $\Rightarrow$  магнітна стрілка не змінить своє положення.

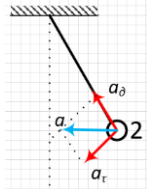
28. Робота сили тяжіння не залежить від форми траєкторії по якій переміщують тіло, а визначається початковим та кінцевим положенням тіла, що переміщується під дією цієї сили.

29. Плівка збирається у крапельку, яка через малу товщину плівки має дуже малий діаметр.

30. Як видно з малюнка, блок рухається лише поступально  $\Rightarrow$  його центр т.О рухається зі швидкістю  $v_1 \Rightarrow v_2 = v_1 = v$ .

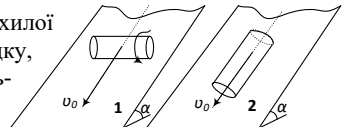


31.



32. Оскільки тіла, у випадку відсутності опору з боку повітря, з'їжджають з однакової висоти, то набувають у момент виїзду на горизонтальну поверхню однакову швидкість (енергію), а отже проходять до зупинки однаковий шлях. У випадку наявності сил опору, навантажений вагон набуде в кінці спуску більшої енергії (більша складова сили тяжіння розганяє тіло), а отже пройде більшу відстань по горизонтальній ділянці.

33. Швидкість циліндра біля основи похилої площини буде більшою у 2 випадку, оскільки у 1 випадку частина потенціальної енергії циліндра буде перетворена у кінетичну енергію обертального руху.



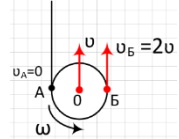
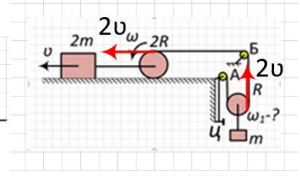
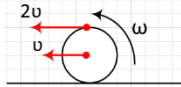
34. Розглянемо окремо два тіла, що обертаються:

$$v_{об} + v_{п} = 2v$$

$$v_{п} = v \Rightarrow v_{об} = v \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$v_{об1} = v \Rightarrow \omega_1 = \frac{v_{об1}}{R} = \frac{v}{R} = \omega.$$

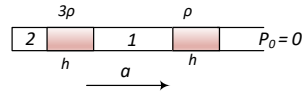


35. Завдяки випромінюванню полум'я свічки, стіна прогрівается і буде випромінювати тепло в сторону свічки. На стеарин попадають також відбиті від стіни промені. Крім цього, зі сторони стіни затруднені конвективні потоки повітря. Все це призведе до того, що стеарин в основному буде стікати до стіни.

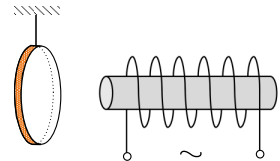
36. Перейдемо у СВ - трубка (HeICB). У цій СВ рідини перебувають в полі сил інерції (додаткової гравітаційної сили)

$$\Rightarrow p_1 = p_0 + \rho ah = \rho ah$$

$$p_2 = p_1 + 3\rho ah = 4\rho ah \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 4.$$



37. Оскільки опір кільця рівний нулю, сума ЕРС в ньому рівна нулю. Це означає, що повний потік магнітної індукції через кільце не повинен змінюватись, відповідно поле індуктованих струмів в кільці напрямлене завжди проти поля електромагніту, тобто кільце буде відштовхуватись від електромагніту.



38. В обох випадках витки соленоїда будуть притягуватись один до одного (магнітні поля кругових витків спрямовані в одному напрямку).

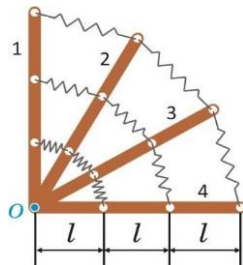
39. Оскільки початкове та кінцеве положення зарядженої кулі є точками, що перебувають на еквіпотенціальній поверхні, то робота в усіх випадках рівна нулю.

40.  $\frac{1}{F} = (n-1) \frac{2h}{r^2+x^2} \cong \frac{(n-1)h}{r^2}$ ,  $r=10x$ . Таке наближення приводить до похибки менше 1%, бо  $\varepsilon \cong \frac{h^2}{r^2}$ .

**Теоретичний тур**

**8 клас**

**Задача 1.** Однакові стрижні 1–4, що лежать на горизонтальній поверхні, можуть обертатися навколо вертикальної осі  $O$ . Довжина стрижнів  $3l$ . Стрижні з'єднують, як показано на рисунку, дев'ятьма однаковими пружинами, а після цього відпускають. Довжина кожної пружини в недеформованому стані дорівнює  $l$ . Визначте сумарну довжину всіх пружин у положенні рівноваги. Тертя в системі дуже мале. Вважайте, що пружини можуть змінювати свою довжину, але не можуть вигинатися.



**Задача 2. «Шоу дронів»** Передноворічні свята запланували відзначити шоу дронів з утвореною лазерними променями конічною ялинкою. Поверхня «ялинки» має вигляд конуса діаметром основи  $d = 50$  м і довжиною твірної (від найнижчої точки поверхні ялинки до вершини)  $l = 180$  м. За сценарієм дрони, рівномірно розміщені вздовж основи «ялинки», мають стартувати з землі і зробивши рівно три обerti у конусі світла «ялинки» у фіналі зависнути на  $2/3$  її висоти. Особлива умова: рух дронів має бути таким, щоб увесь маневр зайняв мінімально можливий час. Визначте, за який найменший час вони зроблять маневр, якщо рухатимуться зі швидкістю  $9$  м/с.



Штучний інтелект, що керує дронами, розраховує таку траєкторію для одного дрона і завантажує всім іншим дронам. Вам, як експерту, слід визначити максимальну кількість дронів, яку можна безпечно використати для цього шоу. Зона безпечної відстані між центрами сусідніх дронів не менше одного метра.

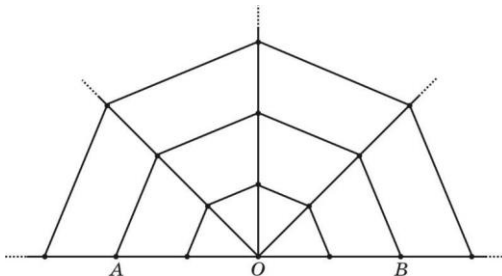
**Задача 3.** Посудину з льодом при температурі  $-50^\circ\text{C}$  занесли в приміщення, де температура повітря підтримується постійною і дорівнює  $50^\circ\text{C}$ . Через 30 хвилин  $1/3$  льоду розтанула.

1. Знайдіть час, що пройде з цього моменту до моменту, коли посудина із вмістом нагріється до температури  $25^\circ\text{C}$ .
2. Побудуйте схематичний графік залежності температури в посудині від часу.

Вважайте, що в будь-який момент часу виконується формула  $P = k(T_{\text{нав}} - T_{\text{тіла}})$ , де  $P$  - кількість теплоти, переданої тілу від навколишнього середовища в одиницю часу,  $T_{\text{нав}}$  - температура навколишнього середовища,  $T_{\text{тіла}}$  - температура самого тіла.  $k$  - розмірний коефіцієнт, який не залежить від часу або вмісту посудини. Теплоємність посудини можна знехтувати. Питома теплоємність льоду дорівнює

$c_l = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ , води –  $c_v = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ . Питома теплота плавлення льоду дорівнює  $330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ .

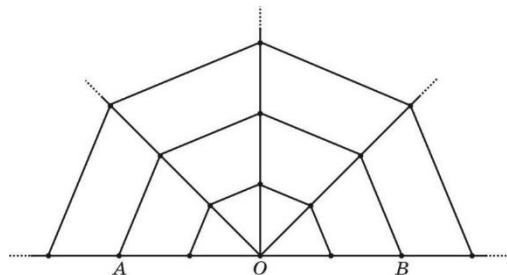
**Задача 4.** Юні дослідники знайшли павутиння досі невідомого павука. Павутиння містило дуже багато концентричних «кіл». Проте недосвідчені дослідники змогли акуратно вирізати тільки трохи більше ніж половину павутиння (див. рисунок), а також окремі «нитки». Було встановлено дивні факти: «нитки» виявилися електропровідними, при цьому електричний опір кожної з них  $r = 10$  Ом (хоч довжина «ниток» різна). Четверо дослідників і дослідниць виміряли електричний опір  $R$  павутиння між точками  $A$  і  $B$ , кожний своїм приладом. Їхні результати: у Галини  $R = 6 \pm 2$  (Ом), у Ігоря  $R = 13 \pm 5$  (Ом), у Катерини  $R = 19 \pm 1$  (Ом), у Дмитра  $R = 7 \pm 1$  (Ом). Хто з дослідників може мати рацію?



## 9 клас

**Задача 1.** Див. задача №1 8 клас

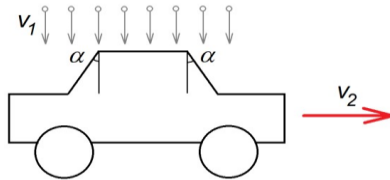
**Задача 2.** Юні дослідники знайшли павутиння досі невідомого павука. Павутиння містило дуже багато концентричних «кіл». Проте недосвідчені дослідники змогли акуратно вирізати тільки трохи більше ніж половину павутиння (див. рисунок), а також окремі «нитки». Було встановлено дивні факти: «нитки» виявилися



електропровідними, при цьому електричний опір кожної з них  $r = 10$  Ом (хоч довжина «ниток» різна). Четверо дослідників і дослідниць виміряли електричний опір  $R$  павутиння між точками  $A$  і  $B$ , кожний своїм приладом. Їхні результати: у Галини  $R = 9 \pm 3$  (Ом), у Ігоря  $R = 12 \pm 5$  (Ом), у Катерини  $R = 17 \pm 4$  (Ом), у Дмитра  $R = 10 \pm 2$  (Ом). Хто з дослідників може мати рацію?

**Задача 3.** Краплі дощу падають вертикально вниз зі швидкістю  $v_1$ , яка вважається сталою. Кількість крапель в  $1 \text{ м}^3$  –  $n$ . Автомобіль їде під дощем по горизонтальній прямій дорозі зі сталою швидкістю  $v_2$ . Переднє й заднє скло автомобіля є плоскими, мають площу  $S$ , їхні площини утворюють кут  $\alpha$  з вертикаллю (див. рис.). Скільки крапель дощу падає на переднє та заднє скло за одиницю часу? Розглянути граничні випадки  $v_2=0$ ,  $v_2 \gg v_1$ ,  $\alpha = 0$  та  $\alpha = 90^\circ$ ; дати якісне пояснення отриманим результатам.

Довідка:  $\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \sin(y)\cos(x)$ .



**Задача 4.** Згідно з легендою, Архімеду, захищаючи рідні Сиракузи, вдалося підпалити ворожі кораблі за допомогою сонячного світла. Найбільш ймовірно, що відполіровані плоскі щити були використані як дзеркала, якими зібрали в одному місці відбиті сонячні промені. У 1973 р. у Греції запалили просмолений фанерний макет корабля (що знаходився на відстані 50 м від дзеркал, використавши всього 70 дзеркал розмірами як великі щити).

А) Уявіть, що Вам, щоб запалити вогонь, треба не у 70, а у 100 разів збільшити концентрацію сонячної енергії, але замість дзеркал є лише шматок льоду, з якого можна зробити збиральну лінзу. Яким має бути відношення фокусної відстані цієї лінзи до її діаметра? Вважати, що все сонячне випромінювання, що падає на лінзу, проходить через неї без втрат, а лінза і мішень орієнтовані перпендикулярно напрямку на Сонце. Радіус Сонця  $R = 700$  тис. км, відстань до нього  $l = 150$  млн км.

Б) Як зміниться відповідь, якщо у досліді з лінзою у 10 разів зменшити її геометричні розміри?

В) Якісно поясніть, чи вдасться запалити макет корабля, якщо у досліді з дзеркалами відстань до корабля збільшити у 10 разів. Виконайте пояснювальний малюнок.

## 10 клас

**Задача 1.** Див. задача №3 9 клас

**Задача 2.** Цифровий фотоапарат наводять на різкість на точки деякого об'єкту, віддалені на 3 м від об'єктива з фокусною відстанню 28 мм та діафрагмовим числом 1,8 (відношення фокусної відстані до діаметра об'єктива). Зображення реєструється фоточутливою матрицею розміром 36x24 мм, зберігається у вигляді файлу і друкується

за допомогою спеціального принтера на фотопапері розміром 15x10 см. Фотографію людина розглядає з відстані найкращого зору. 1) Визначити, яку мінімальну кількість пікселів повинна мати матриця, щоб забезпечити спостереження найдрібніших елементів зображення, які може побачити людина на фото. Вважати, що, найменший кут між напрямками на дві точки, які людина розрізняє як окремі, складає 1'. 2) Оцініть, на якій мінімальній та максимальній відстані від об'єктива можуть знаходитися точки об'єкта, щоб людина не побачила погіршення різкості зображення. 3) Виконайте другий пункт для камери мобільного телефону, у якого усі лінійні параметри зменшені в 6 разів.

*Об'єктив камери можна наближено розглядати в якості лінзи. Вважати, що об'єктив та принтер є ідеальними і не погіршують якість зображення.*

**Задача 3.** Вагон рухається з постійною швидкістю прямолінійною залізничною колією повз перон залізничної станції, на якому знаходиться Адам. Адам чує постукування коліс вагона об стики рейок з інтервалом часу  $\Delta t_1 = 1,85$  с, коли вагон наближається до перону, і з інтервалом часу  $\Delta t_2 = 2,15$  с, коли вагон віддаляється від нього.

*1) Через які інтервали часу чує це ж постукування Єва, яка їде у другому вагоні паралельними рейками назустріч першому вагону з удвічі більшою швидкістю?*

*2) Розгляньте ситуацію, коли Єва летить на літаку зі звуковою швидкістю перпендикулярно до рейок низько над поверхнею землі. За яких умов вона може чути постукування коліс вагона? Вважаючи, що її початкова відстань до рейок є значно більшою за відстань від вагона до станції і за довжину рейки, знайдіть, через які проміжки часу вона чує постукування коліс.*

*3) Знаючи, що довжина рейки  $L = 50$  м, знайдіть швидкість звуку в повітрі під час спостережень.*

**Задача 4.** Трикутниками Серпінського 1-го, 2-го і 3-го порядків називаються фігури, зображені на рис. 1, рис. 2 і рис. 3 відповідно. Трикутники Серпінського вищих порядків складаються аналогічно: додаванням в середину кожного бічного найменшого трикутника ще одного, в два рази меншого. До пари вершин трикутників, зроблених з металевого дроту однакової товщини, приєднують контакти (як на рисунках) і пропускають постійний електричний струм. Нехай опір відрізка дроту, з якого виготовлена сторона найбільшого трикутника, дорівнює  $r$  для трикутників усіх порядків. Яким буде опір кола, складеного з трикутників Серпінського усіх порядків, починаючи з нульового (який є правильним трикутником), з'єднаних послідовно?

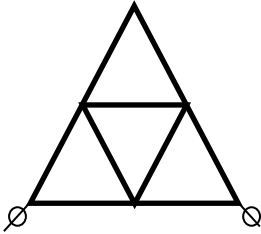


Рис.1

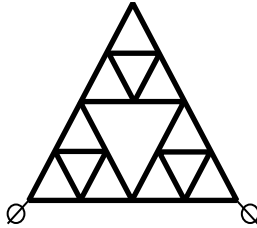


Рис.2

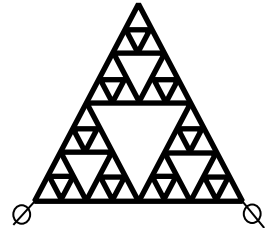


Рис.3

## 11 клас

**Задача 1.** З початковою швидкістю  $v_0$  під кутом  $\alpha$  до горизонтальної поверхні запустили незаряджене металеве масивне тіло, розмірами та формою якого можна знехтувати. Вслід тілу з точки запуску витягується тонкий металевий дріт, масою якого та силою натягу також можна знехтувати. Знайдіть залежність електричного потенціалу тіла  $\varphi(t)$ , вважаючи потенціал у точці запуску нульовим. Складова магнітного поля Землі, перпендикулярна до площини, в якій лежить траєкторія тіла, дорівнює  $B$ . Прискорення вільного падіння  $g$ . У який момент часу та за якого кута  $\alpha$  електричний потенціал тіла набуває максимального значення?

**Задача 2.** У густому тумані, що складається з завислих у повітрі краплинок води радіусу  $r_0$  з концентрацією  $n$ , на висоті  $H$  над поверхнею Землі випадково утворилася крапля води більшого розміру і почала падати вниз без початкової швидкості.

1) Коли крапля зіштовхується з краплинками туману, вони можуть або пружно розсіятися на ній, або злитися з нею. Фізично обґрунтуйте, який із цих варіантів реалізується. Чи зміниться відповідь, якщо замість краплі води в тумані падатиме крапля олії?

2) Знайдіть залежність радіуса краплі від пройденого нею шляху.

3) Знайдіть прискорення краплі, якщо відомо, що воно постійне.

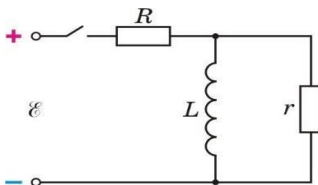
4) Чи зміниться температура краплини у процесі падіння? Якщо так, то наскільки?

Вважайте, що краплі туману мають нехтовно малі швидкості, початковий розмір краплі нехтовно малий у порівнянні з кінцевим, крапля в процесі падіння зберігає кулясту форму. Всі фізичні характеристики води відомі. Опором повітря знехтувати.

**Задача 3.** У показаному на рисунку колі котушку з індуктивністю  $L$  та джерело постійного струму з електрорушійною силою  $E$  можна вважати ідеальними.

1. Визначте, який заряд протече через резистор опором  $r$  після замикання ключа та

яка кількість теплоти виділиться в цьому резисторі. 2. Після встановлення струму в колі всередину котушки швидко ввели осердя, внаслідок чого її індуктивність збільшилася вдвічі. Знову визначте, який заряд протече через резистор  $r$  та яка кількість теплоти виділиться в ньому.



**Задача 4. «Склад ядра».** У 1930 р. український фізик-теоретик Дмитро Іваненко у спільній роботі з вірменським астрофізиком Віктором Амбарцумяном довів, що ядро атому не може складатися лише з протонів та електронів, як тоді вважалося, а через два роки, відразу після відкриття нейтрону, Дмитро Іваненко запропонував протонно-нейтронну модель ядра і став автором фундаментального положення сучасної ядерної фізики. Виходячи зі старої гіпотези, що ядра усіх атомів складаються тільки з протонів та електронів:

1) перевірте можливість стабільного існування вже відомої в ті часи альфа - частинки (ядра атома  ${}^4_2\text{He}$ ).

2) Доведіть, що відкритий англійським фізиком Джеймсом Чедвіком нейтрон має бути нестабільним.

3) Розгляньте розпад нерухомого нейтрону на протон і електрон і визначіть швидкості, які б мали ці частинки після розльоту на велику відстань. В одному з розпадів швидкості протону й електрону виявилися на 10% меншими, ніж розраховані. Висунувши гіпотезу, що під час розпаду виникає нова частинка, нейтрино, оцініть її можливу масу. Маси електрона, протона, нейтрона і альфа-частинки дорівнюють  $m_e = 9,10938 \cdot 10^{-31}$  кг,  $m_p = 1,672621924 \cdot 10^{-27}$  кг,

$m_n = 1,674927498 \cdot 10^{-27}$  кг,  $m_\alpha = 6,644657336 \cdot 10^{-27}$  кг. Швидкість світла у вакуумі 299 792 458 м/с.

## **LVII Всеукраїнська олімпіада з фізики м.І.Франківськ, 2023**

### **Експериментальний тур**

### **8 клас**

#### **Задача 1.**

*Обладнання:*

- Групове:
  - сірники; великі настінні годинники;
  - мірний стакан; ємність з водою;
- Індивідуальне:
  - свічка;

- підкладка для свічки;
- алюмінієвий стакан від калориметра відомої маси (40 г);
- термометр;
- штатив шкільний з лапкою;
- міліметровий папір.

*Завдання:*

1. Експериментально дослідить залежність температури води від часу у процесі нагрівання полум'ям свічки. Побудуйте графік цієї залежності.
2. З урахуванням експериментальних даних побудуйте залежність теплової потужності, що передається алюмінієвому стакану з водою, від температури води.
3. Поясніть отримані залежності.

**УВАГА!** Стакан з водою після експерименту ставте на серветку. Не забрудніть парту та руки! Рекомендації: в алюмінієвий стакан наливати 100 мл води. Воду нагрівати не більше ніж 55 °С! Вважати, що температура стакану весь час співпадає з температурою води в ній. *Довідкові дані:*  $c_v = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{С}}$ ,  $c_k = 904 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{С}}$

## **Задача 2.**

Обладнання:

- Групове:
  - пластилін; вода; нитки швацькі
- Індивідуальне:
  - міліметрова стрічка;
  - сталева кулька масою 0,9 г;
  - пластиковий стаканчик на 250 мл;
  - основа шприцу на 5 мл без голки, вихідної трубки та поршня;

Завдання: Визначте густину матеріалу шприца. Густина води  $1000 \text{ кг/м}^3$ , густина сталі  $7800 \text{ кг/м}^3$ .

## **Задача 3.**

Обладнання:

- сталева кулька;
- лінійка (50 см); о штатив з лапкою;
- парта, о міліметровий папір;

Завдання:

1. Знайдіть частку механічної енергії, яка втрачається під час удару сталеної кульки по поверхні парти за різних значень початкової висоти кульки.
2. Висновки проілюструйте графіком

# **9 клас**

## **Задача 1.**

Обладнання:

- Групове:
  - ножиці.
  - таблиця «фізико-механічних характеристик листового скла»
- Індивідуальне:
  - модель склопакета;
  - лазерний діод;
  - джерело живлення діода (батареїний бокс, елемент живлення АА – 3 шт., клемник самозакримний);
  - пластилін 1 шматочок;
  - прищепка 1 шт;
  - косинець шкільний;
  - міліметровий папір 1 лист А4.

*Завдання:*

1. Визначити товщину шару повітря між скельцями в моделі склопакета.
2. Надати оцінку товщини кожного скла в пакеті.

**УВАГА!** Дотримуйтесь правил роботи з джерелами високої інтенсивності. Не направляти промінь лазеру в очі, *Рекомендації:* під час опису методики проведення вимірювань звернути особливу увагу на заходи, які необхідно вжити для отримання результату з максимальною точністю, з урахуванням наявного експериментального обладнання.

## **Задача 2.**

*Обладнання:*

- Індивідуальне:
  - кулька металева;
  - лінійка 50 см;
  - штатив з лапкою;
  - поверхня шкільної парти;
  - міліметровий аркуш.

*Завдання:*

1. Дослідити, як залежить частина втраченої кулькою під час зіткнення з поверхнею парти механічної енергії від початкової висоти падіння.
2. Побудувати графік цієї залежності.
3. Зробити висновки.

## **Задача 3.**

*Обладнання:*

- Групове:
  - терези, сірники;
  - годинник настінний, мірний стакан на (50 мл);
- Індивідуальне:
  - свічка;
  - алюмінієва посудина від калориметра масою 40 г;
  - міліметровий папір;
  - термометр; - штатив шкільний з лапкою.

*Завдання:*

1. Оцінити питому теплоту згоряння свічки, використовуючи метод нагріву та охолодження.
2. Результати експерименту проілюструйте відповідними графіками.

**УВАГА!** Посудину з водою після експерименту ставте на серветку. Не забрудніть парту та руки! *Рекомендації:* Воду у алюмінієву посудину наливати не менше ніж 75 мл. Не нагрівайте воду вище 800С! Вважайте, що тільки 50 % виділеного тепла передається від нагрівача до посудини з водою, за умови, що полум'я свічки торкається дна. Вважати, що теплопровідність алюмінію достатньо висока, що температура посудини співпадає з температурою води в ній.

*Довідкові дані:*  $c_{\text{води}} = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ ,  $c_{\text{салюмінію}} = 904 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

## 10 клас

### Задача 1.

*Обладнання:*

- Індивідуальне:
  - гумова кулька-стрибунець густина якої 900 кг/м<sup>3</sup>;
  - лінійка;
  - нитка;
  - коричневий фарбник;
  - аркуш паперу.
- Групове:
  - вологі серветки.

*Завдання:* вивчите відскік гумової кульки від поверхні столу та знайдіть:

1. середню силу зіткнення кульки з партою при падінні з висоти 0,5 м.
2. оцінити час контакту кульки з поверхнею при зіткненні.

*Примітки:* об'єм кулі  $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ,  $r$  - радіус кулі. Для фарбування рекомендовано спочатку змочити поверхню вологою серветкою.

### Задача 2.

*Обладнання:*

- Індивідуальне:
  - пластикова пляшка з водою кімнатної температури;
  - тонка поліпропіленова трубка;
  - лінійка;
  - паличка дерев'яна
- Групове:
  - пластилін; скотч;
  - серветки; ємності з водою та порожні.

*Завдання:* За допомогою запропонованого обладнання визначте атмосферний тиск на момент здійснення досліду.

### Задача 3.

Обладнання:

- Групове:
  - мірний циліндр; етанол; вода.
- Індивідуальне:
  - термометр;
  - 3 стаканчики;
  - фрагмент періодичної таблиці системи хімічних елементів.

**Завдання:** При утворенні розчинів, як правило, спостерігаються екзо- або ендотермічні реакції. Оцініть, наскільки змінюється середня енергія міжмолекулярної взаємодії при розчиненні етанолу у воді, в розрахунку на одну молекулу розчину.

**Довідкові значення фізичних величин:** густину води прийняти 997 кг/м<sup>3</sup>, етанолу – 780 кг/м<sup>3</sup>, теплоємність води 4,19  $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ , етанолу – 2,45  $\frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$ . Етанол – це розчин C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH у воді з об'ємною часткою 96 %.

Стала Авогадро N<sub>A</sub> = 6,02 · 10<sup>23</sup> моль<sup>-1</sup>.

**Уточнення:** відомо, що найбільший тепловий ефект спостерігається при розчиненні 0,3 масової долі етанолу у воді.

		ГРУПИ ЕЛЕМЕНТІВ												
період	ряд	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			IX	X	
1	1	<b>H</b> 1,0079 Водень Гідроген										<b>He</b> 4,0026 Гелій		
2	2	<b>Li</b> 6,941 Літій	<b>Be</b> 9,01218 Берилій	<b>B</b> 10,811 Бор	<b>C</b> 12,01 Вуглець Карбон	<b>N</b> 14,007 Азот Нітроген	<b>O</b> 15,999 Кисень Оксиген	<b>F</b> 18,998 Фтор Флуор	<b>Ne</b> 20,179 Неон					
3	3	<b>Na</b> 22,990 Натрій	<b>Mg</b> 24,305 Магній	<b>Al</b> 26,982 Алюміній	<b>Si</b> 28,085 Кремній Силіцій	<b>P</b> 30,974 Фосфор	<b>S</b> 32,066 Сірка Сульфур	<b>Cl</b> 35,453 Хлор	<b>Ar</b> 39,948 Аргон					

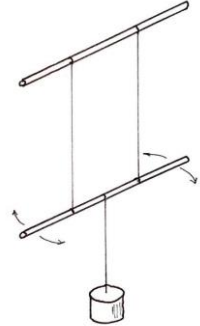
## 11 клас

### Задача 1.

Обладнання

- Групове:
  - годинник з великою секундною стрілкою,
  - нитки (2 – 3 котушки на групу).
- Індивідуальне:
  - 2 пластикових стержня відомої маси,
  - учнівська лінійка на 30 см,

- декілька грамів пластиліну,
- тягарець невідомої маси з ID-номером (для журі).



**Завдання:** Виготуйте біфілярний крутильний маятник за зразком, що зображений на рисунку. Пластиліном верхній олівець закріпіть горизонтально на куті парти. За допомогою маятника знайдіть масу наданого тягарця (ID-номер не знімати!) та розрахуйте похибку вимірювання. Детально опишіть методику проведення вимірювань. Приділіть увагу засобам, які ви використали для збільшення точності результату, зважаючи на примітивність експериментального обладнання. **Довідникові дані:** Прискорення вільного падіння  $9,81 \text{ м/с}^2$  Маса кожного стержня  $(2,38 \pm 0,08) \text{ г}$ . Формула кінетичної енергії однорідного стержня маси  $m$  та довжини  $l$ , що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$  навкруги осі, що проходить через центр мас перпендикулярно стержню  $E_k = \frac{1}{24}ml^2\omega^2$ .

## **Задача 2.**

**Обладнання:**

- Індивідуальне:
  - шкільний штатив з лапкою;
  - лінійка 50 см відомої маси (написана на лінійці);
  - металева кулька невідомої маси з ниткою;
  - магніт циліндричний;
  - паперовий блок;
  - аркуш міліметрового паперу;
- Групове:
  - двосторонній скотч для кріплення магніту; ножиці;
  - калькулятори;

**Завдання:** Дослідити залежність сили взаємодії між сталеву кулькою та постійним магнітом від відстані між їх поверхнями. Подайте отримані результати у лінійних та логарифмічних осях. Припускаючи степеневу залежність сили від відстані, знайдіть показник степеню. **Увага!** Під час експерименту слідкуйте за тим, щоб кулькою та магнітом не було безпосереднього контакту (між ними завжди повинен бути певний зазор).

## **Задача 3.**

**Обладнання:**

- Індивідуальне:
  - пластикова пляшка з водою кімнатної температури;
  - тонка поліпропіленова трубка;

- лінійка;
  - паличка дерев'яна.
- Групове:
- пластилін; скотч; серветки; ємності з водою та порожні.

*Завдання:* За допомогою запропонованого обладнання визначте атмосферний тиск на момент здійснення досліду.

# Розв'язки завдань теоретичного туру

## 8 клас

**Задача 1.** На малюнку зображено систему у початковому стані коли її утримують зовнішні сили. Коли її відпускануть вона переходить у рівноважне положення (кути між стрижнями можуть змінитися).

Розглянемо спочатку умову рівноваги стрижня 1 або 4: очевидно, сума моментів трьох сил пружності, що діють на нього відносно осі  $O$  має дорівнювати нулю. Плечі цих сил відносяться як  $1 : 2 : 3$  (зазначимо, що в загальному випадку вони не дорівнюють  $l, 2l, 3l$ ). Позначимо ці плечі сил  $d, 2d, 3d$ ; позначимо також довжину найкоротшої пружини (найближчої до осі) у положенні рівноваги через  $x$ , а жорсткість пружин через  $k$ . Тоді з подібності трикутників, утворених сусідніми стрижнями та пружинами між ними, випливає, що довжина решти пружин  $2x$  і  $3x$ . Очевидно, що найкоротша пружина стиснута ( $x < l$ ), а найдовша пружина розтягнена ( $3x > l$ ). Умову рівноваги можна записати у вигляді:

$$k(x-l) \cdot d + k(2x-l) \cdot 2d + k(3x-l) \cdot 3d = 0. \text{ Звідси знаходимо } x = \frac{3}{7}l.$$

Позначимо також довжину найкоротшої пружини (найближчої до осі) між стрижнями 2 та 3 у положенні рівноваги через  $x_1$ , а відповідні плечі як  $d_1$ . З умови рівноваги стрижня 2 або стрижня 3 легко побачити, що довжини пружин між стрижнями 2 і 3 такі самі, як і між стрижнями 1 і 2:

$$-k(x-l) \cdot d - k(2x-l) \cdot 2d - k(3x-l) \cdot 3d + k(x_1-l) \cdot d_1 + k(2x_1-l) \cdot 2d_1 + k(3x_1-l) \cdot 3d_1 = 0$$

$$\text{Звідси знаходимо } x_1 = \frac{3}{7}l$$

Отже, сумарна довжина всіх пружин у стані рівноваги дорівнює:

$$3 \cdot (x + 2x + 3x) = 18 \cdot \frac{3}{7}l = \frac{54}{7}l$$

Зазначимо, що значення  $x$  та  $x_1$  можна було знайти і з інших міркувань: це значення відповідає мінімуму сумарної потенціальної енергії деформованих пружин. Для всіх пружин в системі, враховуючи симетрію це:

$$W = 2 \cdot \left( \frac{k(x-l)^2}{2} + \frac{k(2x-l)^2}{2} + \frac{k(3x-l)^2}{2} \right) + \frac{k(x_1-l)^2}{2} + \frac{k(2x_1-l)^2}{2} + \frac{k(3x_1-l)^2}{2} = \\ = k(14x^2 - 12lx + 3l^2) + \frac{k}{2}(14x_1^2 - 12lx_1 + 3l^2).$$

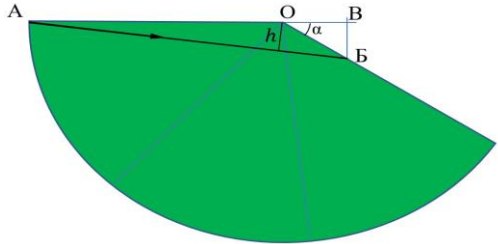
Вирази у дужках можна записати у вигляді  $14(x - \frac{3}{7}l)^2 + \frac{3}{7}l^2$  та  $14(x_1 - \frac{3}{7}l)^2 + \frac{3}{7}l^2$ , тобто виділити повні квадрати. Цей вираз дійсно має мінімальне значення, коли

$$x = x_1 = \frac{3}{7}l.$$

**Задача 2.** Якщо розгорнути конус ялинки ми отримаємо сектор кола, радіус якого  $l$ , а довжина дуги є довжиною кола основи «ялинки» -  $\pi d$ . Повне коло радіуса  $l$  має  $360^\circ$ , тому дузі  $\pi d$  відповідає кут  $\frac{360^\circ \times \pi d}{2\pi l} = 50^\circ$  при вершині. Для трьох обертів маємо кут  $150^\circ$ . Розгортка конусу зображена на рисунку, де точка старту дрона позначена буквою А, а точка фінішу точкою Б.

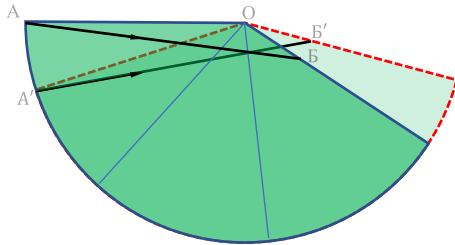


Найкоротша відстань між ними – це відрізок АБ. Відстань АО дорівнює  $l = 180$  м, а відстань АБ, яку має подолати дрон, знайдемо з прямокутного трикутника АВБ. Кут  $\alpha = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ , тому катет ВБ дорівнює 30 м, оскільки лежить навпроти кута  $30^\circ$  малого трикутника з гіпотенузою  $OB = \frac{1}{3}l = 60$  м. За теоремою



Піфагора або через тригонометричні функції знаходимо і другий катет трикутника ОВБ:

$OB = 30\sqrt{3}$  м. Незвичним у русі дронів є те, що задовільняючи умові найменшого часу, дрони мають піднятися вище остаточної мети маневру, наблизившись до вершини на деяку відстань  $h$  (висота, проведена з точки О до лінії АБ у трикутнику АОБ), яка менша за остаточну відстань ОВ (див. Рис.). Саме це є «вузьким місцем», яке й визначатиме максимальну кількість



дронів. З подібності трикутників знаходимо, що  $\frac{h}{AO} = \frac{BB'}{AB}$ . Звідки  $h = \frac{AO \cdot BB'}{AB} = \frac{180 \cdot 30}{AB}$  м.

Шлях АБ, який пролетить дрон:

$$AB = \sqrt{(AO + OB)^2 + (BB')^2} = \sqrt{(180 + 30\sqrt{3})^2 + (30)^2} = 60\sqrt{10 + 3\sqrt{3}} \approx 234 \text{ м.}$$

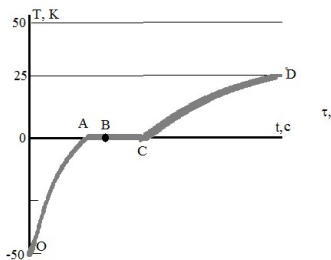
Тоді час маневру:

$$t = \frac{AB}{v} \approx \frac{234}{9} \text{ с} = 26 \text{ с}$$

Відстань найвищого й найкомпактнішого положення дронів  $h \approx \frac{180 \cdot 30}{234} \approx 23$  м. З подібності конусів знаходимо, що довжина кола, на якому мають розташовуватись дрони  $S = \pi \frac{50 \cdot 23}{180} \approx 20$  м. Оскільки вздовж цього кола мають рухатись дрони, відстань між якими не може перевищувати 1 м, максимальна кількість дронів буде або 20, або 19. Наш випадок потребує більш точного розрахунку, тому ще раз обчислимо довжину кола без проміжних округлень  $s = 25\pi\sqrt{10 + 3\sqrt{3}} \text{ м} \approx 20,1476$  м. Дещо більше 20 м. Припустимо, що дрони утворюють правильний 20-ти кутник зі стороною 1 м. Тепер слід розрахувати відстань від центру до вершини такого 20-ти кутника зі стороною 1 м і порівняти з радіусом кола 3,207 м, довжину  $s$  якого ми тільки що

розрахували. Ця відстань 3,196 м менша ніж 3,207 м. Отже, 20 дронів вписуються навіть з невеликим запасом. Якби ми не проаналізували рух дронів, а просто б узяти кінцеве коло на 2/3 висоти конуса, яке втричі менше кола основи, його діаметр був би 50/3 м, а довжина дорівнювала б 52,6 м. Замовлення 52 дронів привело б до більших фінансових витрат, а їх запуск привів би до зіткнення.

**Задача 3.** Нагрівання посудини йде за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем. При цьому кількість теплоти, що передається в одиницю часу залежить від різниці поточної температури посудини і температури навколишнього середовища. Тому вона постійно змінюється в процесі нагрівання і залишається незмінною при плавленні льоду. Тому схематично графік зміни температури в часі представлено на рис. Дану задачу можна вирішити декількома способами.



### Перший спосіб.

1. По-перше, помічаємо, що нагрівання льоду відбувається так, що початкова різниця температур посудини і навколишнього середовища:

$$(T_{\text{нав}} - T_{\text{поч}}) = (50 - (-50)) = 100 \text{ }^\circ\text{C} \text{ в } \underline{\text{два рази}} \text{ більша за кінцеву}$$

$$(T_{\text{нав}} - T_{\text{плав}}) = (50 - 0) = 50^\circ\text{C}.$$

2. По-друге, при нагрівання води початкова різниця температур посудини з водою і навколишнього середовища:

$$(T_{\text{нав}} - T_{\text{поч}}) = (50 - 0) = 50^\circ\text{C} \text{ в } \underline{\text{два рази}} \text{ більша за кінцеву}$$

$$(T_{\text{нав}} - T_{\text{кін}}) = (50 - 25) = 25^\circ\text{C}.$$

Для нагрівання в кожний момент часу справедливе рівняння теплового балансу:

$$m_{\text{сл}}\Delta T / = k(T_{\text{навк}} - T)\Delta t'; \quad m_{\text{в}}\Delta T = k(T_{\text{навк}} - T)\Delta t.$$

3. Якщо результат нагрівання льоду і води в відносних величинах однаковий, то

це можливе лише у випадку,  $\frac{k\Delta t'}{m_{\text{сл}}} = \frac{k\Delta t}{m_{\text{в}}}$  і сумарно за весь час нагрівання:

$$\frac{\Delta t'}{2} = \frac{\Delta t}{1}.$$

4. Також відмічаємо, що теплоємності води та льоду відрізняються також в два рази:  $c_{\text{в}} = 2c_{\text{сл}}$ .
5. Тоді сумарний час нагріву льоду в два рази менший за час нагрівання води для вказаних в умовах задачі температур ( $t_{\text{оА}} \cdot 2 = t_{\text{сД}}$ ). В інших випадках така подібність може не спостерігатися.
6. Розглянемо процес танення льоду. Тут вже не потрібно розділяти час на окремі проміжки, адже у кожен момент часу різниця температур однакова.

Маса льоду у другому випадку (після початку нового відліку часу) в два рази більша, а отже і часу на це піде в два рази більше. Або  $t_{AB} \cdot 2 = t_{BC}$ .

7. Тобто часу на нагрів води пішло вдвічі більше ніж на нагрів льоду. Більше того, на танення  $2/3$  льоду пішло теж вдвічі більше часу. Звідси стає зрозуміло, що час першого етапу  $t_{OA} + t_{AB} = 30$  хв, а час другого

$$t_{BC} + t_{CD} = 2(t_{AB} + t_{OA}) = 2 \cdot 30 = 60 \text{ хв} = 1 \text{ година.}$$

**Другий спосіб. Наближений пошук тривалості кожної стадії.**

- Весь процес нагрівання посудини можна розділити на 4 стадії.  
1 етап: нагрівання льоду до температури плавлення (ОА) та плавлення третини льоду (АВ). За умовою сумарний час 1 етапу дорівнює 30 хв.  
2 етап: плавлення  $2/3$  частини льоду і нагрівання води до вказаної температури. Цей час необхідно знайти.
- Нерівномірність зміни температури спонукає спробувати наближено розрахувати тривалості стадій. Найбільш простий спосіб – взяти на стадії нагрівання середню потужність нагрівання, а саме:

$$P_1 = k(T_{\text{наг}} - (T_{\text{поч}} + T_{\text{плав}})/2) = k(50 - \frac{-50+0}{2}) = k \cdot 75.$$

Тоді час нагрівання льоду визначається:  $P_1 \cdot t_{OA} = mc_{\text{л}}(T_{\text{плав}} - T_{\text{поч}})$ . Звідси:

$$t_{OA} = \frac{m}{k} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2100 = \frac{m}{k} \cdot 1400.$$

- Час плавлення третини льоду визначається  $k(T_{\text{наг}} - T_{\text{плав}}) \cdot t_{AB} = \frac{\lambda m}{3}$ .

$$\text{Звідси, } t_{AB} = \frac{m}{k} \cdot \frac{110 \cdot 103}{50} = \frac{m}{k} \cdot 2200.$$

$$\text{Отже, для 1 етапу: } t_{OA} + t_{AB} = \frac{m}{k} \cdot 3600 = 30 \text{ хв} = 1800 \text{ с.}$$

- Звідси:  $\frac{m}{k} = \frac{1}{2} \frac{\text{кг} \cdot \text{К}}{\text{Дж}}$ . Повертаючись  $t_{AB} = 1100 \text{ с} = \frac{110}{6} \text{ хв}$ .

- Час плавлення  $2/3$  льоду  $t_{BC} = 2 \cdot t_{AB} = \frac{220}{6} \text{ хв} = \frac{110}{3} \text{ хв}$ .

На стадії нагрівання води теж вибираємо середню потужність нагрівання, а саме  $P_2 = k(T_{\text{наг}} - (T_{\text{плав}} + T_{\text{кінц}})/2) = k(50 - \frac{0+25}{2}) = k \cdot 37,5$ . Тоді час нагрівання води визначається  $P_2 \cdot t_{CD} = mc_{\text{в}}(T_{\text{кінц}} - T_{\text{плав}})$ . Звідси:

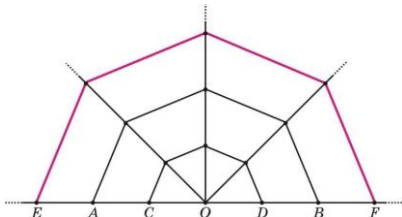
$$t_{CD} = \frac{m}{k} \cdot \frac{25}{37,5} \cdot 4200 = 1400 \text{ с} = \frac{140}{6} \text{ хв} = \frac{70}{3} \text{ хв.}$$

- Таким чином шуканий час рівний  $t_{BC} + t_{CD} = \frac{110}{3} + \frac{70}{3} = 60 \text{ хв}$ .

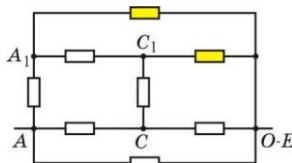
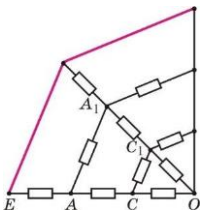
Такий же розв'язок можна отримати і якщо припустити лінійну швидкість зміни температури при нагрівання. Однак, це припущення не відповідає фізиці процесу.

**Задача 4.** Спробуємо оцінити верхню та нижню межі можливих значень  $R$ . Перш за все помітимо, що всі вузли кола на одній вертикалі з вузлом  $O$  з міркувань

симетрії мають однакові потенціали, тому їх можна об'єднати, видаливши проміжні «нитки» кола. Цей об'єднаний вузол ділитиме коло на дві симетричні частини, опір кожної з яких  $\frac{R}{2}$ . Далі виділимо «червоне півколо» між вузлами  $E, F$  (див. рисунок).



1. Якщо зменшити опір червоних ниток до нуля, то загальний опір половини кола теж зменшиться від  $\frac{R}{2}$  до  $\frac{R_{\min}}{2}$ . Зазначимо, що в цьому випадку фактично випадає вся закорочена зовнішня частина кола, а потенціал вузла  $E$  збігається з потенціалом вузла  $O$ . Зобразимо схему лівої половини кола та відповідну еквівалентну схему.



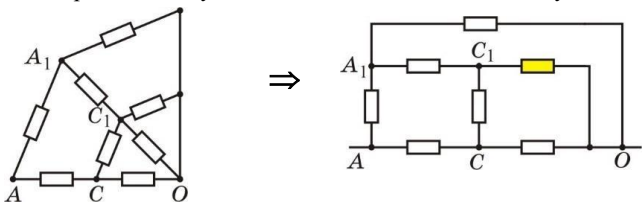
На еквівалентній схемі жовтим зафарбовані резистори з опором  $\frac{r}{2}$ , усі інші резистори мають опір  $r$ . Нехай потенціал точки  $O$  дорівнює нулю, точки ж  $A, A_1, C_1, C$  мають відповідно потенціали  $U, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Тоді легко виразити силу струму в будь-якому резисторі через ці потенціали. Далі застосуємо перше правило Кірхгофа (або, простіше кажучи, наслідок із закону збереження заряду) для кожного з вузлів  $A_1, C_1, C$ : алгебраїчна сума сил струмів, що втікають у даний вузол, має дорівнювати нулю. Це приводить до системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r} - \frac{2\varphi_1}{r} = 0 \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{r} - \frac{2\varphi_2}{r} = 0 \\ \frac{U - \varphi_3}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r} - \frac{\varphi_3}{r} = 0 \end{cases}$$

З цієї системи знаходимо  $\varphi_1 = \frac{12}{41}U, \varphi_2 = \frac{7}{41}U, \varphi_3 = \frac{16}{41}U$ . Загальна сила струму, що протікає між вузлами  $A$  та  $O-E$ , становить  $I = \frac{95U}{41r}$ . Отже,  $R_{\min} = \frac{2U}{I} = \frac{82}{95}r \approx 8,63$  Ом. Зрозуміло, що справжнє значення  $R$  є більшим.

2. Якщо збільшити опір червоних ниток та всіх відповідних зовнішніх ниток у багато разів (формально — до нескінченності), то загальний опір половини кола теж

збільшиться від  $\frac{R}{2}$  до  $\frac{R_{max}}{2}$ . У цьому випадку зовнішня частина кола фактично теж випадає. Зобразимо схему лівої половини кола та відповідну еквівалентну схему.



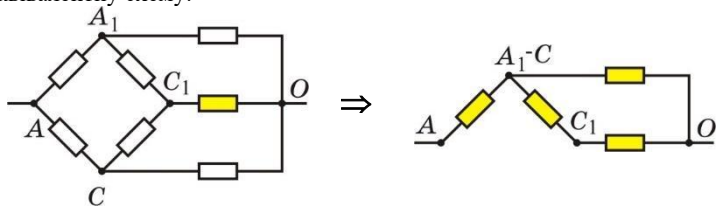
Зберігаючи зазначені вище позначення потенціалів точок та знов застосовуючи перше правило Кірхгофа, дістаємо систему:

$$\begin{cases} \frac{U - \varphi_1}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{r} - \frac{\varphi_1}{r} = 0 \\ \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{r} - \frac{2\varphi_2}{r} = 0 \\ \frac{U - \varphi_3}{r} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r} - \frac{\varphi_3}{r} = 0 \end{cases}$$

З цієї системи знаходимо  $\varphi_1 = \varphi_3 = \frac{2}{5}U$ ,  $\varphi_2 = \frac{1}{5}U$ . Загальна сила струму, що протікає між вузлами A та O, становить  $I = \frac{6U}{5r}$ . Отже,  $R_{max} = \frac{5}{3}r \approx 16,7$  Ом.

Підсумуємо отримані результати:  $R = 13 \pm 4$  (Ом). Безумовно, можна отримати й більш точну оцінку, але це потребує досить громіздких розрахунків і в даному випадку не потрібно. Порівняння показує, що результати вимірювань, що виконав Ігор (опір між 8 і 18 Ом) є єдино правильними, хоч і поступаються за точністю отриманим вище результатам.

**Додаток.** Покажемо, що за певної спостережливості значення  $R_{max}$  можна отримати й дещо простіше. А саме: співвідношення  $\varphi_1 = \varphi_3$  не є випадковим збігом, це наслідок певної симетрії кола. Щоб переконатися в цьому можна інакше зобразити еквівалентну схему:

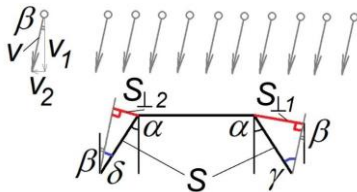


## 9 клас

**Задача 1.** Див. розв'язок задачі №1 8 клас.

**Задача 2.** Див. розв'язок задачі №2 8 клас.

### Задача 3.



Перейдемо до системи відліку, пов'язаної з автомобілем. У цій системі краплі набувають горизонтальної компоненти швидкості  $v_2$  і, відповідно, падають під кутом:

$$\beta = \arctg \frac{v_2}{v_1}$$

до нормалі (див. рис.) зі швидкістю:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

На переднє скло потрапляють усі краплі, що проходять через поверхню  $S_{1,1} = S \cdot \sin \gamma$ , перпендикулярну до швидкості крапель, на заднє – краплі, що проходять через поверхню  $S_{1,2} = S \cdot \sin \delta$  (див. рис.). Також можна проєктувати відносну швидкість крапель на напрямок перпендикулярний до площини скла:  $v_{\perp} = v \sin \gamma$  – для переднього скла;  $v_{\perp} = v \sin \delta$  для заднього скла. Наступні розрахунки однакові для обох випадків.

Густина потоку крапель –  $nv$ , тому за одиницю часу на переднє скло впаде  $N_1 = nvS \sin \gamma$  крапель, а на заднє – відповідно  $N_{1,2} = nvS \sin \delta$ . Остання формула справедлива лише за умови  $\beta < \alpha$  (див. рис.). В протилежному випадку краплі не потраплятимуть на заднє скло, і  $N_2 = 0$ . З рисунку видно, що  $\gamma = \alpha + \beta$ ,  $\delta = \alpha - \beta$ . Таким чином:

$$N_1 = nvS \cdot \sin(\alpha + \beta) = nvS(\sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha) = nS(v_1 \sin \alpha + v_2 \cos \alpha);$$

$$N_2 = \begin{cases} nS(v_1 \sin \alpha - v_2 \cos \alpha); & v_1 \sin \alpha \geq v_2 \cos \alpha; \\ 0; & v_1 \sin \alpha < v_2 \cos \alpha. \end{cases}$$

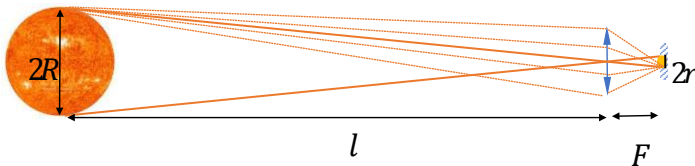
При  $v_2 = 0$  маємо  $N_1 = N_2 = nv_1 S \cdot \sin \alpha$ , тобто на переднє й заднє скло падає однакова кількість крапель, як і має бути, виходячи з симетричної форми автомобіля (рис. 1).

При  $v_2 \gg v_1$ :  $N_2 = 0$ ,  $N_1 = nv_2 S \cdot \cos \alpha$ : автомобіль їде настільки швидко, що сприймає краплі дощу як нерухомі предмети.

При  $\alpha = 0$ :  $N_2 = 0$ ,  $N_1 = nv_2 S \cdot \cos \alpha$ . Якби автомобіль не рухався, краплі взагалі не потрапляли б на скло.

При  $\alpha = 90^\circ$ :  $N_1 = N_2 = nv_1 S$ . Обидва скла розташовані горизонтально, тому рух автомобіля не впливає на кількість крапель, які на них падають.

### Задача 4.



А) Оскільки Сонце дуже далеко, його зображення буде знаходитись практично у фокальній площині лінзи на відстані  $F$  від її оптичного центру. З подібності трикутників, бічні сторони яких утворені променями від діаметрально протилежних точок сонячного диску, що проходять через оптичний центр, маємо:

$$\frac{2R}{l} = \frac{2r}{F}$$

Звідси легко знайти радіус зображення Сонця  $r$ . Потік сонячної енергії, який проходить крізь лінзу площею  $\frac{\pi d^2}{4}$ , концентрується на площі  $\pi r^2$ . Для того, щоб він збільшився у 100 разів, у таку ж кількість разів мають відрізнятись площі, тобто:

$$\frac{\pi d^2}{4 \cdot \pi r^2} = 100$$

Звідси відношення діаметру лінзи  $d$  до радіусу  $r$  яскравої плями сонячного зображення:

$$\frac{d}{r} = \frac{dl}{FR} = 20$$

Отже,

$$\frac{F}{d} = \frac{l}{20R} \approx 11$$

Б) Якщо геометричні розміри лінзи зменшити у 10 разів, у стільки ж разів зменшаться її діаметр і фокусна відстань, отже отримане мінімальне значення відношення  $\frac{F}{d}$  залишиться без змін. Те, що фокусна відстань  $F$  зменшиться у 10 разів можна довести з подібності трикутників для променя, який падає на лінзу паралельно до її оптичної осі поблизу її края, а потім проходить через фокус. Заломлюючий кут лінзи на її льодяному краї при пропорційному зменшенні розмірів залишиться без змін, отже і промінь світла така зменшена лінза відхилить на такий самий кут. Оскільки відстань від точки заломлення до головної оптичної осі зменшиться у 10 разів, то такий промінь перетне оптичну вісь у 10 разів ближче до центру лінзи. Отже, фокусна відстань зменшиться у 10 разів (відповідно, оптична сила у 10 разів збільшиться), а з нею у 10 разів зменшиться радіус яскравої плями сонячного зображення, але не концентрація сонячних променів.

В) Якщо у досліді з дзеркалами відстань до корабля збільшити у 10 разів, то за рахунок того, що промені від діаметрально протилежних частин сонячного диску приходять під кутом (див. рис.), відбиті промені під таким кутом розходяться, і сонячна пляма збільшуватиметься у розмірах, а з нею концентрація енергії на мішені ставатиме меншою  $\Rightarrow$  70 дзеркал вже не вистачить, щоб запалили просмолений фанерний макет корабля.

## 10 клас

**Задача 1.** Див. розв'язок задачі №3 9 клас.

**Задача 2.**

Введемо позначення  $d=3000$  мм,  $F=28$  мм,  $k = \frac{F}{D_{06}} = 1,8$ ,  $a' = 36$  мм,  $b' = 24$  мм,  $a = 150$  мм,  $b = 100$  мм (для спрощення розрахунків будемо вести в мм).

1. Найменший кут між напрямками на дві точки, які людина розрізняє як окремі, у радіанах:  $\varphi = \frac{\pi}{180 \cdot 60} = 2,91 \cdot 10^{-4}$  (рад). Відстань між цими точками на

кінцевій фотографії:  $\Delta a = \Delta b = l_0 \varphi$ , де  $l_0 = 250$  мм – відстань найкращого зору. Це і буде розмір найдрібнішого елемента фотографії. Мінімальна необхідна кількість пікселів на фотографії, а отже і на фоточутливій матриці становить:

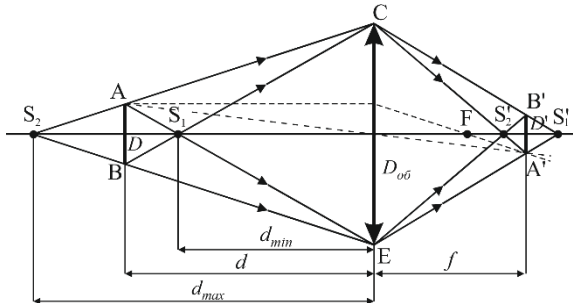
$$N = \frac{a \cdot b}{\Delta a \Delta b} = \frac{ab}{(l_0 \varphi)^2} = 2,83 \cdot 10^6$$

Подальше збільшення кількості пікселів, яке ми можемо спостерігати у всіх сучасних фотоапаратах, не буде давати покращення у чіткості зображення. Однак це дає можливість вирізати у графічному редакторі частину зображення без погіршення якості.

2. Розмір одного пікселя на фоточутливій матриці становить:

$$\Delta a' = \Delta b' = \frac{a'}{a} \Delta a = \frac{a' l_0 \varphi}{a} \quad (1)$$

Якщо зображення деякої точки в площині матриці буде представляти собою пляму, діаметр  $D'$  якої не перевищує  $\Delta a'$ , то спостерігач на фотографії буде сприймати її як точку. У граничному випадку  $D' = \Delta a'$ . Розглянемо перпендикулярний головній оптичній осі об'єкт діаметром  $D$  на відстані  $d$  від об'єктива, який дає чітке зображення діаметром  $D'$  на відстані  $f$  у площині матриці. Виберемо точку  $S_1$  на головній оптичній осі таким чином, щоб вона лежала на промені, що одночасно проходить через край об'єкта  $A$  та об'єктива  $E$ . Промені, що виходять з  $S_1$ , після заломлення перетинаються за матрицею, а у площині матриці дають круг діаметром  $D'$ . Ця точка визначає мінімальну відстань  $d_{\min}$ , на якій можна одержати чітке зображення. Аналогічним чином визначається положення точки  $S_2$ , що лежить на максимальній відстані  $d_{\max}$  для одержання чіткого зображення.



З подібності трикутників:

$$\begin{aligned} \Delta S_1 A B \sim \Delta S_1 E C &\Rightarrow \frac{D}{D_{об}} = \frac{d - d_{\min}}{d_{\min}} \Rightarrow d_{\min} = \frac{d}{1 + z} \\ \Delta S_2 A B \sim \Delta S_2 C E &\Rightarrow \frac{D}{D_{об}} = \frac{d_{\max} - d}{d_{\max}} \Rightarrow d_{\max} = \frac{d}{1 - z'} \end{aligned}$$

Де  $z = \frac{D}{D_{об}}$ .

З формули тонкої лінзи  $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$  збільшення  $\Gamma = \frac{D'}{D} = \frac{f}{d}$  та формули (1) одержуємо з урахуванням  $d \gg F$ :

$$z = \frac{(d - F) a' l_0 \varphi}{F D_{об} a} \approx \frac{ka' d l_0 \varphi}{F^2 a} \approx 0,120 \quad (2)$$

Шукані відстані рівні:  $d_{\min} = 2680$  мм = 2,68 м,  $d_{\max} = 3410$  мм = 3,41 м.

3. Для камери мобільного телефону у формулі (2) зменшується у  $\beta=6$  разів дві величини – фокусна відстань та ширина матриці. Тоді:

$$z' = \frac{\beta k a' d l_0 \varphi}{F^2 a} = \beta z \approx 0,720,$$

$d'_{\min} = 1740 \text{ мм} = 1,74 \text{ м}$ ,  $d'_{\max} = 10710 \text{ мм} = 10,71 \text{ м}$ .

Як бачимо, область різкого зображення широка. Саме завдяки тому, на відміну від дзеркальних фотокамер, при фотографуванні мобільним телефоном не є дуже важливим фокусуватися на певний об'єкт, якщо він звичайно не розташований близько від телефону.

**Відповідь:**

- 1)  $N = 2,83 \cdot 10^6$ ;
- 2)  $d_{\min} = 2,68 \text{ м}$ ,  $d_{\max} = 3,41 \text{ м}$ ;
- 3)  $d'_{\min} = 1,74 \text{ м}$ ,  $d'_{\max} = 10,71 \text{ м}$ .
- 4)

### Задача 3.

1) Нехай довжина рейки  $L$ , швидкість першого вагона  $v$ , швидкість звуку в повітрі  $c$ . У вагона є дві пари коліс, тому Адам і Єва чують завжди спарені звуки: удар від передніх коліс, потім від задніх. Але вони заміряють інтервали часу між ударами лише передніх або лише задніх коліс. В системі відліку, що пов'язана з вагоном, удари коліс об стики рейок відбуваються через інтервали часу  $\Delta t_0 = \frac{L}{v}$ .

Спочатку розглянемо наближення вагона до перону. Нехай  $x_1$  – це відстань від стіку рейок, об який відбувся черговий удар коліс, до Адама. Тоді за час  $t_1 = \frac{x_1}{c}$  звук досягне Адама. Наступний удар відбудеться через  $\Delta t_0$  після першого, а звукові знадобиться  $t'_1 = \frac{x_1 - L}{c}$ , щоб дійти до Адама. Тому інтервал часу між ударами, які почує Адам, буде

$$\Delta t_1 = \Delta t_0 + t'_1 - t_1 = \frac{L}{v} - \frac{L}{c} = \Delta t_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right) \quad (1)$$

Аналогічно розглянемо випадок, коли вагон віддаляється. Якщо черговий стик рейок знаходиться на відстані  $x_2$ , то звук від удару йтиме  $t_2 = \frac{x_2}{c}$  до Адама. А звук від наступного удару йтиме  $t'_2 = \frac{x_2 + L}{c}$ . Тому проміжок часу між ударами, який зареєструє Адам, буде

$$\Delta t_2 = \Delta t_0 + t'_2 - t_2 = \frac{L}{v} + \frac{L}{c} = \Delta t_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad (2)$$

З формул (1) і (2) виразимо відношення швидкостей та інтервал часу  $\Delta t_0$ :

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\Delta t_1 + \Delta t_2}, \quad \Delta t_0 = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2} \quad (3)$$

Тепер розглянемо ситуацію з точки зору Єви, що їде назустріч у другому вагоні з удвічі більшою швидкістю. Знову спочатку розглянемо їх зближення. Нехай  $x_3$  – відстань від деякого стіку рейок до Єви в той момент, коли об цей стик відбувся удар коліс першого вагона. Щоб досягти Єви, звукові треба  $t_3 = \frac{x_3}{c+2v}$ . Через  $\Delta t_0$  відбудеться наступний удар, але в цей момент відстань від стіку рейок до Єви буде вже  $x'_3 = x_3 - 3v \cdot \Delta t_0 = x_3 - 3L$ . Відповідно, час на те, щоб звук дійшов до Єви,  $t'_3 = \frac{x'_3}{c+2v}$ . Тому Єва зареєструє стукіт з інтервалом часу

$$\Delta t_3 = \Delta t_0 + t'_3 - t_3 = \frac{L}{v} - \frac{3L}{c + 2v} = \Delta t_0 \frac{c - v}{c + 2v} \quad (4)$$

Аналогічно, у випадку віддалення матимемо:

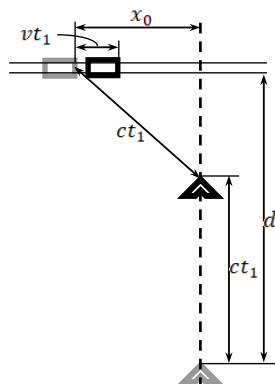
$$\Delta t_4 = \frac{L}{v} + \frac{3L}{c - 2v} = \Delta t_0 \frac{c + v}{c - 2v} \quad (5)$$

Використовуючи формули (3), отримаємо:

$$\Delta t_3 = \Delta t_1 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{3\Delta t_2 - \Delta t_1}, \quad \Delta t_4 = \Delta t_2 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{3\Delta t_1 - \Delta t_2}; \quad (6)$$

Оскільки  $\Delta t_2 > \Delta t_1 > 0$ , то перший вираз завжди має зміст. Знаменник другого виразу (для  $\Delta t_4$ ) може обернутися в нуль, якщо  $3\Delta t_1 = \Delta t_2$ . Але тоді з формул (1) і (2) слідує, що  $v = \frac{c}{2}$  і другий вагон з Євою рухається зі швидкістю звуку. Природно, що тоді звук не зможе наздогнати Єву і час між ударами для нього буде нескінченним. Для  $\Delta t_1 = 1,85$  с і  $\Delta t_2 = 2,15$  с матимемо  $\Delta t_3 \approx 1,60$  с,  $\Delta t_4 = 2,53$  с.

2) Розглянемо тепер ситуацію, коли Єва летить на літаку зі швидкістю звуку перпендикулярно до рейок, по яких їде вагон, і низько над поверхнею землі, так що висотою буде нехтувати. Нехай у початковий момент часу  $t = 0$  відбудеться черговий удар коліс вагона об стик рейок, при цьому вагон знаходиться на деякій відстані  $x_0$  від уявної точки перетину траєкторій вагона і літака, а літак перебуває на відстані  $d$  від цієї точки. За умовою,  $d \gg L, x_0$ . Розміщення вагона і літака у початковий момент часу показані на рисунку сірим кольором. Нехай звук досяг Єви у деякий момент часу  $t_1$ . Розміщення літака і вагона у цей момент часу зображені на рисунку чорним. Тоді за теоремою Піфагора маємо рівняння для знаходження  $t_1$ :



$$(d - ct_1)^2 + x_0^2 = (ct_1)^2 \Rightarrow t_1 = \frac{d^2 + x_0^2}{2cd} \quad (7)$$

Наступний удар коліс відбудеться через  $\Delta t_0 = \frac{L}{v}$  від першого. Нехай звук дійде до Єви у момент часу  $t_2$ , тоді матимемо рівняння:

$$(d - ct_2)^2 + (x_0 - L)^2 = c^2 \left( t_2 - \frac{L}{v} \right)^2 \quad (8)$$

розв'язок якого має вигляд:

$$t_2 = \frac{L}{v} + \frac{\left( d - \frac{c}{v}L \right)^2 + (x_0 - L)^2}{2c \left( d - \frac{c}{v}L \right)} \quad (9)$$

Аналогічно можна отримати, що звук від  $(n+1)$ -го удару прийде у момент часу:

$$t_{n+1} = n \frac{L}{v} + \frac{\left( d - n \frac{c}{v}L \right)^2 + (x_0 - nL)^2}{2c \left( d - n \frac{c}{v}L \right)} \quad (10)$$

Тоді інтервал часу між  $n$ -м і  $(n+1)$ -м ударами буде дорівнювати:

$$\Delta t_n = \frac{L}{v} + \frac{d_n^2 + x_n^2}{2cd_n} - \frac{d_{n-1}^2 + x_{n-1}^2}{2cd_{n-1}}, \quad (11)$$

де введено позначення  $d_n = d - \frac{ncL}{v}$ ,  $x_n = x_0 - nL$ . Вираз (11) можна дещо спростити:

$$\Delta t_n = \frac{L}{2v} + \frac{1}{2c} \left( \frac{x_n^2}{d_n} - \frac{x_{n-1}^2}{d_{n-1}} \right). \quad (12)$$

Проаналізуємо отримані результати. Перш за все, з рівняння (10) бачимо, що звук від (n+1)-го удару може дійти до Єви лише якщо  $d > n \frac{c}{v} L$ , інакше другий доданок буде від'ємним (що є стороннім коренем, бо в такому разі звук просто ніколи не надгожене літак). Інакше кажучи, Єва буде чути стукіт коліс лише до тих пір, поки її літак не перетне рейки. Як тільки вона їх перетне і почне віддалятися від рейок, звук ударів буде йти не назустріч, а навздогін літаку, та ще й під кутом, а тому ніколи не зможе наздогнати його. Таким чином, від початкового моменту Єва може почути лише скінченну кількість ударів.

По-друге, коли літак перебуває все ще на великій відстані від рейок, другим доданком у рівнянні (12) можна знехтувати і ми отримаємо, що Єва чутиме постукування через інтервали часу

$$\Delta t \approx \frac{L}{2v} = \frac{\Delta t_0}{2} = 1 \text{ с}, \quad (13)$$

тобто вдвічі частіше, ніж вони відбуваються насправді. Це узгоджується з формулою для акустичного ефекту Доплера. У даному випадку джерело звуку можна вважати нерухомим, а приймач рухається назустріч звуку зі звуковою швидкістю, тому  $\Delta t = \Delta t_0 \frac{c+0}{c+c} = \frac{\Delta t_0}{2}$ . Другий доданок у рівнянні (12), яким ми знехтували, є від'ємним, якщо вагон наближається до перехрестя, і додатним, якщо віддаляється від нього. Тому справжнє значення  $\Delta t$  буде трошки меншим (більшим) у випадку наближення (віддалення) вагона. Коли літак буде вже близько до перехрестя, то другий доданок у рівнянні (12) буде додатним незалежно від того наближається вагон до перехрестя, чи віддаляється. Тому проміжки часу між ударами спочатку приблизно однакові і дорівнюють  $\frac{\Delta t_0}{2}$ , а потім поступово зростають при наближенні літака до рейок, і зрештою ударів стає зовсім не чути після перетину рейок.

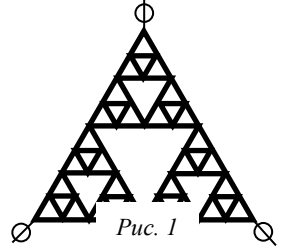
3) Знаючи довжину рейки, з формул (3) знайдемо швидкість звуку в повітрі:

$$c = \frac{2L}{\Delta t_2 - \Delta t_1} = \frac{100}{0,3} \approx 333,3 \left( \frac{\text{м}}{\text{с}} \right) \quad (14)$$

**Відповідь:**

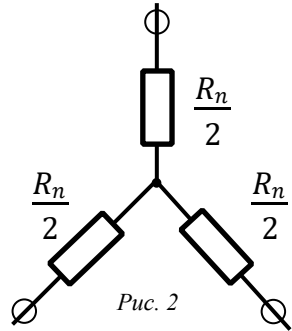
- Єва реєструватиме стук з інтервалами часу  $\Delta t_3 = \Delta t_1 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{3\Delta t_2 - \Delta t_1} \approx 1,6 \text{ с}$ , та  $\Delta t_4 = \Delta t_2 \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{3\Delta t_1 - \Delta t_2} \approx 2,53 \text{ с}$  у випадку наближення і віддалення вагонів, відповідно.
- Єва може чути удари коліс лише коли літак наближається до рейок. Коли вона перебуває на великій відстані від рейок, інтервали часу між ударами  $\Delta t \approx \frac{\Delta t_0}{2} = 1 \text{ с}$ , при наближенні до перехрестя ці проміжки часу ростуть.
- Швидкість звуку в повітрі  $c \approx 333 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

**Задача 4.** Спочатку знайдемо опір довільного трикутника Серпінського між парою його вершин, а потім знайдемо і опір усєї схеми. Зауважимо, що всі трикутники Серпінського симетричні щодо повороту на 120 градусів і розглянемо схему підключення довільного трикутника у всіх трьох вершинах (рис. 1).



З симетрії очевидно, що опір між будь-якою парою контактів буде однаковим. Так як опори однакові, будь-яку схему типу трикутника Серпінського можна замінити еквівалентною симетричною схемою типу «зірка» без зміни опору для всіх пар контактів (рис. 2). Тоді якщо опір трикутника –  $R_n$ , то опір відповідного резистора в еквівалентній схемі –  $\frac{R_n}{2}$ .

Зауважимо, що трикутник Серпінського порядку  $n$  складається з трьох трикутників вдвічі меншого розміру порядку  $n - 1$  (рис. 1). Оскільки опір електричного кола, складеного з дроту однакової товщини, пропорційний його масштабу, зменшення трикутника в 2 рази призведе до зменшення його опору в 2 рази відповідно. Таким чином, трикутник Серпінського порядку  $n$ , опором  $R_n$ , можна представити у вигляді еквівалентної схеми (рис. 3), де опір кожного резистора на схемі –  $\frac{R_{n-1}}{4}$ . Опір між будь-якою парою контактів такої схеми ( $R_n$ ) легко порахувати, вона складається тільки з послідовно і паралельно з'єднаних резисторів:



$$R_n = 2 \cdot \frac{R_{n-1}}{4} + \frac{1}{\frac{1}{4 \cdot \frac{R_{n-1}}{4}} + \frac{1}{2 \cdot \frac{R_{n-1}}{4}}} = \frac{R_{n-1}}{2} + \frac{R_{n-1}}{3} = \frac{5}{6} R_{n-1}$$

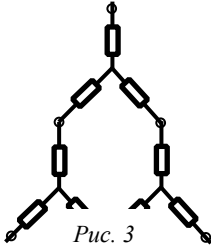
Виконуючи аналогічні дії по заміні елементів схем нижчих порядків і перетворенню, отримаємо:

$$R_n = \left(\frac{5}{6}\right)^n R_0,$$

де  $R_0$  - опір між вершинами правильного трикутника, опір сторони якого  $r$ . Як неважко переконатися,  $R_0 = \frac{2r}{3}$ . Таким чином, отримуємо формулу

$$R_n = \frac{2}{3} \left(\frac{5}{6}\right)^n r$$

Цікаво, що при  $n \rightarrow \infty$ ,  $R_n \rightarrow 0$ , тобто фігура, що називається фракталом Серпінського, має нульовий опір. При поєднанні всіх трикутників Серпінського послідовно, їх опори додаються і ми отримаємо суму нескінченної геометричної прогресії:



$$R = R_0 + R_1 + R_2 + \dots = \frac{2}{3}r \cdot \left(1 + \frac{5}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^n + \dots\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{1 - \frac{5}{6}} \cdot r = 4r$$

**Відповідь:** Опір ланцюга, зібраного з трикутників:  $R = 4r$ .

## 11 клас

**Задача 1.** Оскільки розмірами та формою тіла можна знехтувати, то його електрична ємність дорівнює нулю, отже його заряд нульовий за будь-якого потенціалу. Тому силою Лоренца нехтуємо. З тих самих міркувань відсутня сила опору повітря. Єдина сила, що діє на тіло – сила тяжіння.

Рівняння руху тіла під дією сили тяжіння, кинутого під кутом до горизонту, визначаються другим законом Ньютона  $m\vec{a} = m\vec{g}$  і початковими умовами, з чого знаходимо положення тіла у будь-який момент часу у площині руху:

$$\begin{cases} x = v_{0x}t, \\ y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2}, \end{cases}$$

де  $x$  – горизонтальна, а  $y$  – вертикальна координати.

Дріт рухається, перетинаючи лінії магнітної індукції. На його кінцях наводиться різниця потенціалів. Найбільш просто її розрахувати за допомогою формули для ЕРС індукції:  $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\frac{dS}{dt}$ , де  $B$  – складова магнітного поля, перпендикулярна площі, в якій рухається тіло, а  $dS$  – площа, яку «замітає» дріт за малий час  $dt$ . Цю площу можна знайти, наприклад, як площу трикутника, що опирається на відрізок  $vd$  (дивись різницю площі зафарбованих фігур на рисунку). Незалежно від напрямку магнітного поля модуль потенціалу у точці знаходження тіла буде:

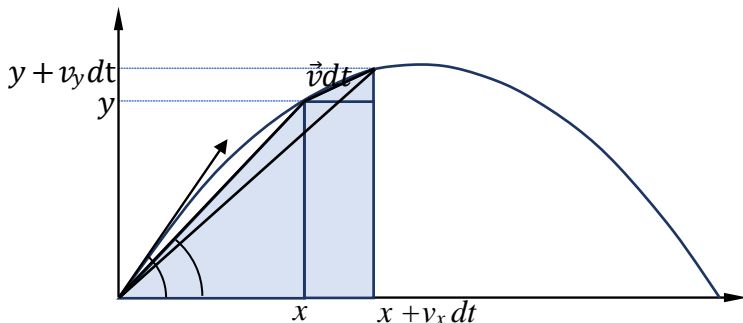
$$\varphi(t) = \frac{1}{2}B(yv_x - xv_y) = \frac{1}{4}Bv_{0x}gt^2$$

Максимального значення  $\varphi$  набуде за максимального значення  $t$ , тобто наприкінці польоту у момент часу  $t = \frac{2v_{0y}}{g}$ :

$$\varphi_{max} = \frac{Bv_{0x}v_{0y}^2}{g} = \frac{Bv_0^3}{g} \cos \alpha \sin^2 \alpha = \frac{Bv_0^3}{g} (\cos \alpha - \cos^3 \alpha)$$

Взявши похідну, знаходимо, що найбільше значення потенціалу буде перед самим падінням, коли  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ , тобто, коли тіло кинуть під кутом  $\alpha \approx 35,3^\circ$  до горизонту.

$\varphi_{max} = \frac{2Bv_0^3}{3\sqrt{3}g}$ . При відповіді на питання ми нехтували силою натягу дроту, хоча і вважали дріт весь час прямим, а отже трішечки натягнутим.



## Задача 2.

1. Нехай крапля води радіусом  $R$  зіштовхується з краплинкою радіусом  $r_0$ . Вони можуть або розсіятися одна на одній, або злитися в одну. Покажемо, що більш енергетично вигідно злитися в одну краплю. До зіткнення їх сумарна поверхнева енергія дорівнює:

$$E_{\text{пов1}} = 4\pi\sigma(R^2 + r_0^2) \quad (1)$$

Якщо вони зіллються, то радіус краплини, що вийде в результаті цього, можна визначити з умови збереження об'єму води:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{4}{3}\pi r_0^3 = \frac{4}{3}\pi R'^3 \Rightarrow R' = (R^3 + r_0^3)^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

Вважаючи радіус краплі набагато більшим за радіус крапельки туману, розкладемо отриманий вираз за наближеною формулою  $(1+x)^a \approx 1+ax$ , при  $x \ll 1$ , і отримаємо наближено

$$R' = R \left(1 + \frac{r_0^3}{R^3}\right)^{\frac{1}{3}} \approx R + \frac{r_0^3}{3R^2} \quad (3)$$

Порахуємо поверхневу енергію такої краплі:

$$E_{\text{пов2}} = 4\pi\sigma R'^2 \approx 4\pi\sigma \left(R^2 + \frac{2r_0^3}{3R}\right) \quad (4)$$

Оскільки  $r_0 \ll R$ , то  $E_{\text{пов2}} - E_{\text{пов1}} = 4\pi\sigma r_0^2 \left(\frac{2r_0}{3R} - 1\right) < 0$ . Отже, енергетично вигідно зливатися в одну краплю. Довести енергетичну вигідність процесу можна і без ніяких наближень стосовно розміру крапель. Для цього достатньо довести, що  $(R^3 + r_0^3)^{\frac{2}{3}} < R^2 + r_0^2$ . Піднесемо обидві сторони рівності до куба і віднімемо від правої частини ліву:

$$(R^3 + r_0^3)^2 - (R^2 + r_0^2)^3 = R^2 r_0^2 (2Rr_0 - 3R^2 - 3r_0^2) = -R^2 r_0^2 [(R - r_0)^2 + 2R^2 + 2r_0^2] < 0. \quad (5)$$

Що і вимагалось довести.

Таким чином, у процесі свого руху крапля «замітає» на своєму шляху краплинки туману, які зливаються з нею і при цьому її розмір росте (див. п.2). Оскільки злиття – це абсолютно непружне зіткнення, то по-перше, крапля відчуває опір рухові (див. п.3), а по-друге, в результаті таких зіткнень частина енергії перетворюється в тепло (також в тепло перетворюється зайва поверхнева енергія, що вивільняється при злитті), а тому температура краплі зростатиме (див. п. 4). Якщо замість краплі води в тумані падатиме крапля олії, то краплинки туману будуть пружно відбиватися від неї. Це пов'язано з тим, що вода та олія не змішуються і вода не змочує поверхню олії. Тому вони не сполучаються в одну краплю, а постійно існують як дві різні речовини з межею розділу між ними. При цьому площа поверхні цієї межі розділу також має свою поверхневу енергію (раніше, коли зливалися дві краплі води, молекули на межі розділу крапель опинялися в товщі води, а тому в поверхневу енергію внеску не давали). Таким чином, кінцева поверхнева енергія є сумою поверхневих енергій кожної з крапель, навіть якщо вони дотикаються між собою. У такому разі кожна з крапель має прийняти форму з найменшою можливою площею поверхні (при фіксованому об'ємі), тобто кулі. Висновок: для крапель олії і води енергетично вигідно після зіткнення залишитися кулястими, тобто пружно розсіятися і повернутися у вихідний стан.

2. Нехай в деякий момент часу крапля пройшла шлях  $h$  і має радіус  $R$ . Пройшовши після цього ще малу відстань  $\Delta h$ , вона «заметає» об'єм  $\pi R^2 \Delta h$ . Усі краплинки туману в цьому об'ємі зіллються з нею, тому матимемо наступне рівняння:

$$\frac{4}{3}\pi(R + \Delta R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 \approx 4\pi R^2 \Delta R = n \cdot \pi R^2 \Delta h \cdot \frac{4}{3}\pi r_0^3, \quad (6)$$

де  $n$  – концентрація краплин туману в повітрі. Звідси знайдемо зв'язок між нескінченно малою зміною радіусу і пройденим шляхом

$$\Delta R = \frac{\pi r_0^3 n}{3} \Delta h \quad (7)$$

Оскільки коефіцієнт пропорційності між ними – це стала величина, то таке ж співвідношення існує і між скінченними величинами. Нехтуючи початковим радіусом краплі, отримаємо

$$R = \frac{\pi r_0^3 n}{3} h = \frac{n V_0}{4} h, \quad (8)$$

де  $h$  - пройдений краплею шлях від початку падіння,  $V_0 = \frac{4\pi r_0^3}{3}$  – об'єм краплини туману.

3. Між краплею і краплинками туману відбуваються абсолютно непружні зіткнення. Краплинки туману, які були майже нерухомі, захоплюються краплею і набувають її швидкості. При цьому сама крапля відчуває опір. Опишемо цей процес за допомогою другого закону Ньютона в імпульсній формі. Єдина зовнішня сила, що діє на систему крапля+туман, – це сила тяжіння. Нехай у деякий момент часу крапля має швидкість  $v$ , масу  $m$ . Тоді за нескінченно малий проміжок часу  $\Delta t$  відбудеться така зміна імпульсу системи:

$$mg\Delta t = (m + \Delta m)(v + \Delta v) - mv \quad (9)$$

Тут  $\Delta m$  – це маса краплин туману, заметених краплею за час  $\Delta t$ . Вона дорівнює:

$$\Delta m = \pi R^2 v \Delta t \cdot n \cdot \rho V_0, \quad (10)$$

де  $\rho$  – густина води. Підставимо (10) в (9) і залишимо там лише малі величини не старші першого порядку. Матимемо:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho (g\Delta t - \Delta v) = \pi R^2 v \Delta t \cdot n \cdot \rho V_0 \cdot v \quad (11)$$

За умовою, прискорення краплі  $a = \frac{dv}{dt} = \text{const}$ . Поділимо рівняння (11) на  $\Delta t$  і врахуємо рівняння (8). Отримаємо:

$$v^2 = \frac{gh}{3} \left(1 - \frac{a}{g}\right) \quad (12)$$

З іншої сторони, для рівноприскореного руху без початкової швидкості маємо співвідношення:

$$v^2 = 2ah \quad (13)$$

Прирівнюючи (12) і (13), отримаємо:

$$a = \frac{g}{7}, \quad v = \sqrt{\frac{2gh}{7}} \quad (14)$$

**3.1** При падінні краплини зі швидкістю  $V$  за малий проміжок часу маса краплини збільшується через зіткнення із краплинками туману на:

$$dm = V dt \pi r^2 \rho_T \quad (1)$$

Залежність маси краплі від радіуса:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина води.

Тоді, з (2) зміна маси пов'язана із зміною радіуса наступним чином:

$$dm = 4\pi r^2 \rho dr \quad (3)$$

Зміщення краплини за невеликий проміжок часу (вісь  $x$  спрямована до Землі):

$$dx = V dt = \dot{x} dt \quad (4)$$

Об'єднуючи (1), (3) та (4) отримуємо:

$$dx = \frac{4\rho}{\rho_T} dr \quad (5)$$

Інтегруючи (5) отримуємо:

$$x = \frac{4\rho}{\rho_T} r,$$

звідки:

$$r = x \frac{\rho_T}{4\rho} \quad (6)$$

Запишемо основне рівняння динаміки для цього випадку:

$$m\vec{g} - k\pi r^2 V \vec{V} = \frac{d(m\vec{V})}{dt} = \vec{V} \frac{dm}{dt} + m \frac{d\vec{V}}{dt}, \quad (7)$$

або проєктуючи на вісь  $x$ , що спрямована до Землі:

$$mg - k\pi r^2 \dot{x}^2 = \dot{x} \frac{dm}{dt} + m\ddot{x}. \quad (8)$$

Підставляючи в (8) рівняння (2), (3) та (6), отримуємо:

$$\frac{4}{3} \pi \left(x \frac{\rho_T}{4\rho}\right)^3 \rho g - k\pi \left(x \frac{\rho_T}{4\rho}\right)^2 \dot{x}^2 = \rho_T \pi \left(x \frac{\rho_T}{4\rho}\right)^2 \dot{x}^2 + \frac{4}{3} \pi \left(x \frac{\rho_T}{4\rho}\right)^3 \rho \ddot{x}.$$

Після скорочення:

$$\frac{4}{3} \left(x \frac{\rho_T}{4\rho}\right) \rho g - k\dot{x}^2 = \rho_T \dot{x}^2 + \frac{4}{3} \left(x \frac{\rho_T}{4\rho}\right) \rho \ddot{x} \quad (9)$$

Підставимо в (9) вираз  $x = Ct^n$  з умови задачі:

$$\frac{4}{3} \left(Ct^n \frac{\rho_T}{4\rho}\right) \rho g - kC^2 n^2 t^{2(n-1)} = \rho_T C^2 n^2 t^{2(n-1)} + \frac{4}{3} \left(Ct^n \frac{\rho_T}{4\rho}\right) \rho Cn(n-1)t^{n-2}$$

Звідси очевидно, що дана формула буде вірною для будь-яких моментів часу лише якщо  $n = 2$ . Тоді, в результаті, отримуємо рівняння:

$$\frac{\rho_T}{3}g - 4kC = 4\rho_T C + \frac{2}{3}\rho_T C$$

Звідки

$$C = g \frac{\rho_T}{12k + 14\rho_T}.$$

Для випадку відсутності сили опору ( $k=0$ ) отримуємо закон руху краплини:

$$x = \frac{g}{14}t^2,$$

що відповідає рівноприскореному руху з прискоренням  $\frac{g}{7}$ , що є добре відомим результатом для подібних задач.

**4.** У процесі непружних зіткнень механічна енергія не зберігається, а частина її перетворюється в тепло. Також змінюється поверхнева енергія краплинок туману. За увесь час свого падіння крапля збере всі краплинки туману, що розміщені в конусі висотою  $H$  і з радіусом основи, що дорівнює кінцевому радіусу краплі  $R_k = \frac{V_0 n H}{4}$ . Баланс енергії виглядає наступним чином: у початковий момент часу маємо конус з крапельок туману (сумарна маса дорівнює кінцевій масі краплі), що має потенціальну енергію в полі тяжіння і поверхневу енергію кожної краплі, кінетичною енергією їх хаотичного руху нехтуємо; в кінцевий момент маємо потенціальну енергію в полі тяжіння, що дорівнює нулю, поверхневу енергію краплі як цілої та кінетичну енергію. Різниця між цими величинами і дасть кількість теплоти, що виділяється під час падіння:

$$Q = m_k g H_c + \frac{m_k}{\rho V_0} \sigma \cdot 4\pi r_0^2 - \left( \frac{m_k v_k^2}{2} + \sigma \cdot 4\pi R_k^2 \right), \quad (15)$$

де  $m_k = \frac{4\pi R_k^2 \rho}{3}$  – кінцева маса краплі,  $v_k = \sqrt{\frac{2gH}{7}}$  – її кінцева швидкість,  $H_c$  – висота центру мас конуса над поверхнею землі,  $\sigma$  – коефіцієнт поверхневого натягу води. Виявляється, що поверхнева енергія краплі в кінці в  $\frac{R_k}{r_0}$  разів менша за поверхневу енергію всіх крапельок туману, які вона поглинула, тому нею можна знехтувати. Зрештою, кількість теплоти, що виділилася, дорівнює:

$$Q = m_k \left[ g \left( H_c - \frac{H}{7} \right) + \frac{3\sigma}{\rho r_0} \right] \quad (16)$$

Нехай деяка частина  $\eta$  цієї енергії йде на нагрівання, тому крапля нагріється на

$$\Delta T = \frac{\eta Q}{c m_k} = \frac{\eta g}{c} \left( H_c - \frac{H}{7} \right) + \frac{3\eta\sigma}{c\rho r_0}. \quad (17)$$

Враховуючи, що відстань від основи до центру мас конуса  $H_c = \frac{H}{4}$  (це можна отримати шляхом безпосереднього інтегрування), остаточно отримаємо

$$\Delta T = \frac{3\eta g}{2c} \left( \frac{H}{14} + \frac{2\sigma}{\rho g r_0} \right) \quad (17^*)$$

Другий доданок чисельно дорівнює висоті підняття води в капілярі, що дорівнює радіусу крапельки туману. Оскільки характерний розмір крапельки туману становить порядку 10 мкм, то ця висота підняття є величиною порядку 1,5 метра (для води  $\sigma = 73$  мН/м). А тому цей внесок є дуже важливим, якщо крапля падає з висоти порядку 10-20 метрів. Але ефект такого нагрівання дуже слабкий. Зокрема, при падінні з 10 метрів і за умови, що все тепло йде на нагрівання краплі ( $\eta = 1$ ), отримаємо  $\Delta T \approx 0,008$  К.

### **Відповідь:**

1. Енергетично вигідно, щоб краплини туману зливалися з краплею при зіткненні. Для краплі олії більш вигідне пружне розсіяння.
2. Радіус краплі зростає з пройденим шляхом за законом  $R = \frac{\pi r_0^3 n}{3} h$ .
3. Прискорення краплі  $a = \frac{g}{7}$ .
4. Крапля нагріється на  $\Delta T = \frac{3\eta g}{2c} \left( \frac{H}{14} + \frac{2\sigma}{\rho g r_0} \right)$

### **Задача 3.**

1. Струм протікає по резистору  $r$  тільки під час перехідного процесу після замикання ключа. Після завершення цього процесу, коли сила струму в усіх ділянках кола перестане змінюватися, весь струм протікатиме через котушку (ідеальна котушка не має «омічного опору»). Під час перехідного процесу сила струму  $i_L$  зростає від нуля до максимального значення  $\frac{E}{R}$ ; сила струму  $i_r$ , навпаки, зменшується від максимального значення  $\frac{E}{R+r}$  до нуля. У будь який момент сила струму в резисторі  $R$  дорівнює  $i_L + i_r$ .

**Спосіб 1.** Напряга на котушці дорівнює  $L \frac{di_L}{dt}$ , тому  $ri_r = L \frac{di_L}{dt}$ . Звідси  $ri_r dt = r dq_r = L di_L$  і легко знайти повний електричний заряд, що протікає через резистор  $r$ :

$$q_r = \frac{L \Delta i_L}{r} = \frac{L}{r} \left( \frac{E}{R} - 0 \right) = \frac{LE}{rR}$$

Кількість теплоти, що виділяється за малий проміжок часу  $dt$  в резисторі  $r$ , становить  $dQ_r = ri_r^2 dt = Li_r di_L$ . Оскільки сума напруг на обох резисторах дорівнює ЕРС джерела струму, тобто  $ri_r + R(i_r + i_L) = E$ , маємо  $i_r = \frac{E - Ri_L}{R+r}$ . Отже,

$$Q_r = \int_0^{\frac{E}{R}} L \frac{E - Ri_L}{R+r} di_L = \frac{L}{R+r} \left( Ei_L - \frac{Ri_L^2}{2} \right) \Big|_0^{\frac{E}{R}} = \frac{LE^2}{2R(R+r)}.$$

Цікаво, що за малих значень  $r$  кількість теплоти як раз дорівнює максимальній енергії магнітного поля котушки (хоч на перший погляд може здатися, що в цьому випадку  $Q_r \rightarrow 0$ ).

### Спосіб 2 (для любителів диференціальних рівнянь).

Зі співвідношень  $ri_r = L \frac{di_L}{dt}$  і  $ri_r + R(i_r + i_L) = E$  можна виключити  $i_r$ , отримавши диференціальне рівняння для  $i_L$ :

$$L \frac{R+r}{r} \cdot \frac{di_L}{dt} + Ri_L = E.$$

Розв'язавши це лінійне диференціальне рівняння, отримаємо  $i_L = \frac{E}{R} (1 - \exp(-at))$ .

Тут  $a = \frac{Rr}{L(R+r)}$ , коефіцієнт перед експонентою знайдено з умови, що початкове значення  $i_L$  дорівнює нулю.

Щоб отримати залежність  $i_r(t)$ , знаходимо похідну від  $i_L(t)$ :

$$i_r = \frac{E}{R+r} \exp(-at).$$

Тепер уже можна стандартним чином знайти значення  $q_r, Q_r$ :

$$q_r = \int_0^{\infty} i_r dt, \quad Q_r = \int_0^{\infty} ri_r^2 dt.$$

Отримаємо, зрозуміло, такі самі значення, як і способом 1.

2. Відразу зауважимо, що поширена думка про «неможливість» дуже швидкої («миттєвої») зміни сили струму в котушці є неправильною. Насправді неможливою є «миттєва» зміна магнітного потоку  $\Phi$ . Досить згадати, що відповідно до закону електромагнітної індукції ЕРС самоіндукції за модулем як раз дорівнює швидкості зміни магнітного потоку. Таким чином, після введення осердя незмінним залишається саме магнітний потік  $\Phi = LI$ ; сила струму в котушці «миттєво» зменшується вдвічі, до  $\frac{E}{2R}$ . Далі ж усе відбуватиметься аналогічно процесам, описаним у пункті 1, тому:

$$q_{r2} = \frac{L \Delta i_{L2}}{r} = \frac{L}{r} \left( \frac{E}{R} - \frac{E}{2R} \right) = \frac{LE}{2rR}$$

$$Q_{r2} = \int_{\frac{E}{2R}}^{\frac{E}{R}} L \frac{E - Ri_L}{R + r} di_L = \frac{L}{R + r} \left( Ei_L - \frac{Ri_L^2}{2} \right) \Big|_{\frac{E}{2R}}^{\frac{E}{R}} = \frac{LE^2}{8R(R + r)}.$$

#### **Задача 4.**

1. Згідно старої гіпотези альфа-частинка  ${}^4_2\text{He}$  мала складатися з чотирьох протонів і двох електронів. Порівняємо сумарну масу цих шести частинок з масою альфа-частинки  $m_\alpha = 6,644657336 \cdot 10^{-27}$  кг:

$$4m_p + 2m_e = 6,692309572 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Отримана маса більша за масу альфа-частинки, отже її розпад на них потребує додаткових затрат енергії згідно з формулою Ейнштейна  $E = \Delta mc^2$  і її самостійний розпад заборонений.

2. Маса нейтрона  $m_n = 1,674927498 \cdot 10^{-27}$  кг більша за суму мас протона і електрона

$$m_p + m_e = 1,673532862 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

Отже, нейтрону енергетично вигідно розпастися на протон і електрон. Навіть у припущенні, що в продуктах розпаду нейтрона присутній також фотон, не приводить до зміни висновку щодо стабільності нейтрона, адже фотон не має маси.

3. Енергія, яка виділяється, коли нейтрон розпадається лише на протон і електрон

$$E = \Delta mc^2 = (m_n - (m_p + m_e)) c^2 = 1,253436327 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

йде на кінетичні енергії частинок на великій відстані, коли потенціальною енергією їх взаємодії можна знехтувати. Запишемо закони збереження імпульсу і енергії:

$$0 = m_p v_p - m_e v_e$$

$$E = \frac{m_p v_p^2}{2} + \frac{m_e v_e^2}{2}$$

Виразимо і знаходимо швидкості:

$$v_p = \sqrt{\frac{2E}{m_p + m_e} \cdot \frac{m_e}{m_p}} \approx 285624 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 286 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2E}{m_p + m_e} \cdot \frac{m_p}{m_e}} \approx 5,2445 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Швидкість електрона виявилася більшою за швидкість світла у вакуумі. Отриманий результат свідчить про те, що задачу слід розв'язувати за формулами теорії відносності.

Запишемо закони збереження імпульсу і енергії:

$$0 = \frac{m_p v_p}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}} - \frac{m_e v_e}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}}$$

$$m_n c^2 = \frac{m_p c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}} - \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_p^2}{c^2}}}$$

Маємо два рівняння з двома невідомими швидкостями. Розв'язуючи систему, знаходимо:

$$v_e = c \frac{\sqrt{(m_n^2 - (m_p + m_e)^2)(m_n^2 - (m_p - m_e)^2)}}{m_n^2 + m_e^2 - m_p^2} \approx 2,7537 \cdot 10^8 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

або 0,9185  $c$  і аналогічно:

$$v_p \approx 379 \frac{\text{КМ}}{\text{с}}$$

Як бачимо, навіть швидкість нерелятивістського протона суттєво змінилася з  $286 \frac{\text{КМ}}{\text{с}}$  при застосування нерелятивістських імпульсів та енергій до  $379 \frac{\text{КМ}}{\text{с}}$ .

4. Розглянемо тепер розпад нейтрона на протон, електрон і антинейтрино. Припустимо, що кут розльоту протона і електрона дорівнює  $\alpha$ . Із закону збереження імпульсу маємо:

$$\vec{p}_v = -\vec{p}_p - \vec{p}_e$$

Щоб позбутися векторів, підносимо останній вираз до квадрату:

$$p_v^2 = p_p^2 + p_e^2 - 2p_p p_e \cos \alpha$$

З закону збереження енергії  $m_n c^2 = E_p + E_e + E_v$  виражаємо енергію антинейтрино:

$$E_v = m_n c^2 - E_p - E_e$$

Знаючи імпульс  $p_v$  і енергію  $E_v$  частинки, можна знайти і її швидкість, і її масу:

$$m_{\nu}^2 c^4 = E_{\nu}^2 - p_{\nu}^2 c^2 = (m_n c^2 - E_p - E_e)^2 - p_p^2 c^2 - p_e^2 c^2 + 2p_p p_e c^2 \cos \alpha$$

Як бачимо, в залежності від кута розльоту протона і електрона розрахована маса антинейтрино може бути різною. Найбільше значення маси відповідає  $\cos \alpha = +1$ . Підставляючи зменшені на 10% значення швидкостей протона і електрона, отримуємо обмеження на масу антинейтрино:

$$m_{\nu}^2 c^4 \leq 1,20 \cdot 10^{-27} \text{ Дж}^2$$

Отже, з даних задачі можна зробити висновок, що антинейтрино має масу меншу, ніж  $3,86 \cdot 10^{-31}$  кг, що менше за масу електрону. Згідно даних задачі, антинейтрино може бути й безмасовим, як гамма-квант. Деякий час так і вважалося. Зокрема, автор задачі колись студентом на кафедрі теоретичної фізики вивчав теорію безмасових нейтрино та антинейтрино. Зараз встановлено, що нейтрино (антинейтрино) мають масу набагато меншу за масу електрона. На теперішній час відомі три типи нейтрино та їх античастинки. Порушення закону збереження енергії при бета-розпадах (про антинейтрино тоді ніхто нічого не знав), навіть спонукало Нільса Бора висловити припущення, що у мікросвіті закон збереження енергії може не виконуватись.

# І н ф о р м а ц і й н е   в и д а н н я

Міністерство освіти і науки України  
Львівський фізико-математичний лицей-інтернат  
при Львівському національному університеті  
імені Івана Франка

## ВСЕУКРАЇНСЬКИЙ ФІЗИЧНИЙ КОНКУРС “ЛЕВЕНЯ–2024”

*Інформаційний вісник*

Упорядник *Петрунів Микола Іванович*

Редактор і коректор *Владислав Ляшко*,  
Технічний редактор Антон *Кістянець*,  
*Роксоляна Бедрій*

Підписано до друку з готових діапозитивів 12.11.2024.

Формат 60x84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Умов. друк. арк 3,72.

Обл.- вид. арк. 4,п. Наклад 20 000 прим.

Видавництво “Каменяр”, 79008, Львів, Підвальна, 3.

Свідоцтво Держ. реєстру: серія ДК, № 462.

Ел. адреса: [vvd@kamenyar.com.ua](mailto:vvd@kamenyar.com.ua)

Віддруковано ТЗОВ “Видавничий Дім ІНБУК”

79070 Львів, Г. Хоткевича, 14/117

**B85** Всеукраїнський фізичний конкурс «Левеня – 2024» [текст]:  
Інформаційний вісник/ Упорядник М.І.Петрунів ; Міністерство освіти і  
науки України; Львівський фізико-математичний лицей-інтернат при  
Львівському національному університеті ім. І. Франка. – Львів: Каменяр,  
2024. – 96 с: іл.

ISBN 978-966-607-591-2

*Інформаційний вісник підготовлено оргкомітетом за підсумками  
Всеукраїнського фізичного конкурсу «Левеня–2024» – як один з призів  
учасникам цього творчого змагання. У виданні відображено результати  
конкурсу, вміщено статистичний звіт про нього. Вісник допоможе  
вчителям, учням та їх батькам у підготовці до наступного конкурсу,  
державної підсумкової атестації і незалежного тестування з фізики.  
Друга частина книжки адресована переможцям конкурсу, сподіваючись,  
що зібрані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікавляться  
різними видами інтелектуальних змагань (олімпіади, конкурси, турніри)  
з фізики, та для вчителів, які їх готуватимуть.*

**УДК 372.853**