



Львівський фізико - математичний ліцей

Алексеїчук Володимир Іванович

Конспекти з фізики

9 клас II семестр .

Закони збереження . Механічні коливання і хвилі .

м. Львів 1998 - 2000

K-18 Імпульс тіла (кількість руху) - \vec{p} руху тіла

Для матеріальної точки. $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t}$

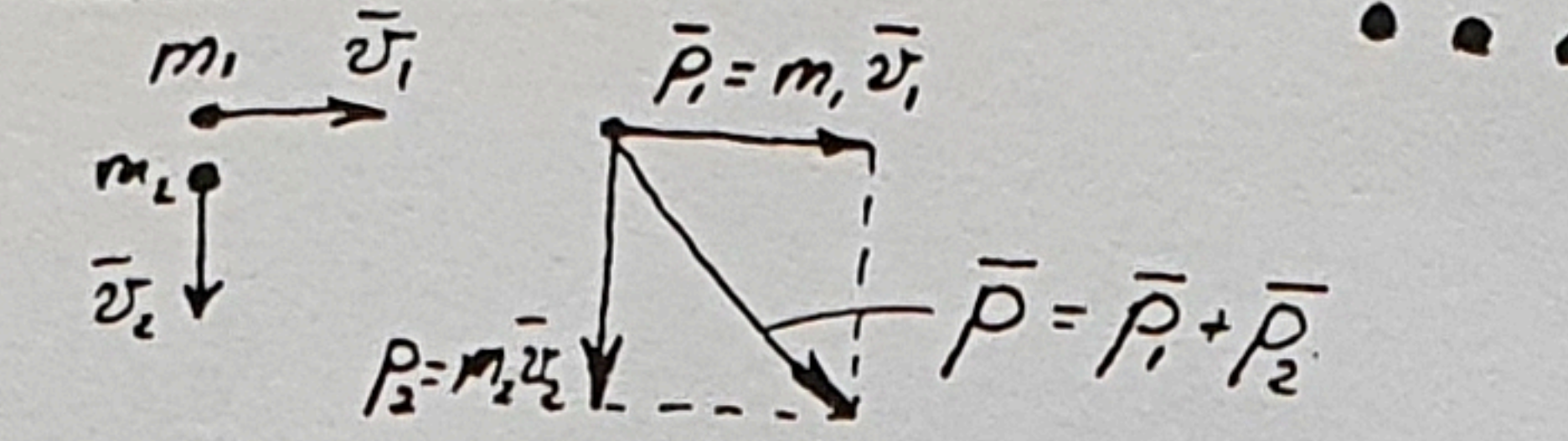
$\vec{p} = m\vec{v}$ $p = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}} \right]$

$\vec{F} \cdot \Delta t$ - імпульс сили $[\text{Н} \cdot \text{с}]$

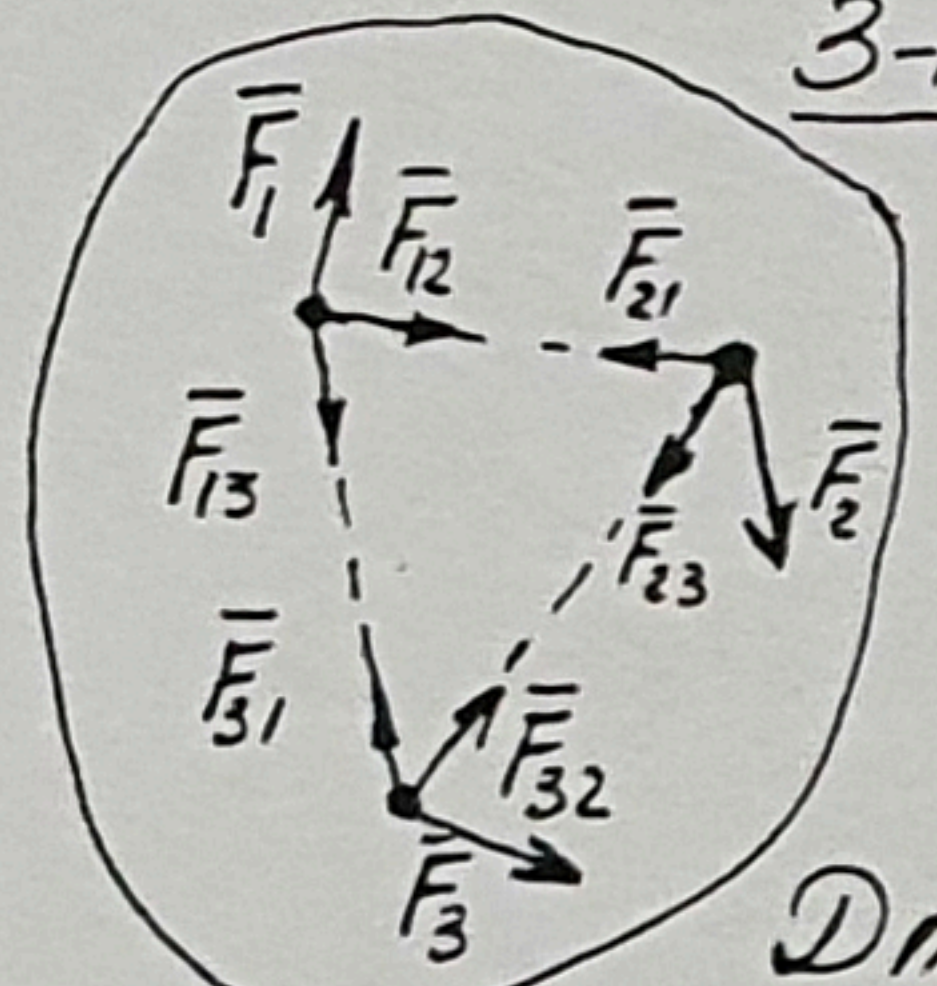
$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ або $\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$ - II з-н Ньютона

Для системи точок

$\vec{p}_{\text{сист.}} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \sum_{i=1}^N (m_i \cdot \vec{v}_i)$



3-н зміни імпульсу системи тіла



$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ - зовнішні сили (сили що діють на тіла системи з боку тіл, що не входять у дану систему).

$\vec{F}_{12}, \vec{F}_{21}, \vec{F}_{13}, \vec{F}_{31}, \vec{F}_{23}, \vec{F}_{32}$ - внутрішні сили (сили взаємодії тіл даної системи між собою).

$F_{12} = F_{21}$ $F_{13} = F_{31}$ $F_{23} = F_{32}$ - за III з-ном Ньютона.

Для кожного тіла системи застосовуємо II з-н. Н.

$$\left. \begin{aligned} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) \cdot \Delta t &= \Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_{1k} - \vec{p}_{10} \\ (\vec{F}_2 + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23}) \Delta t &= \Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2k} - \vec{p}_{20} \\ (\vec{F}_3 + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32}) \Delta t &= \Delta \vec{p}_3 = \vec{p}_{3k} - \vec{p}_{30} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{32}) \cdot \Delta t &= \\ &= (\vec{p}_{1k} + \vec{p}_{2k} + \vec{p}_{3k}) - (\vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} + \vec{p}_{30}) \\ \vec{F} \cdot \Delta t &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) \cdot \Delta t = \vec{p}_k - \vec{p}_0 = \Delta \vec{p} \end{aligned}$$

$\vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$ - зміна сумарного імпульсу системи визначається тільки дією зовнішніх сил (внутрішні сили, які б природи вони не були, імпульс системи змінити не можуть).

У проєкціях на осі: $F_x \cdot \Delta t = \Delta p_x$ $F_y \cdot \Delta t = \Delta p_y$ $F_z \cdot \Delta t = \Delta p_z$

3-н збереження імпульсу - в ІСВ для замкнутої

$\vec{p} = \text{const}$ (ізоляованої) системи тіл ($\vec{F}_{\text{зовн}} = 0$) повний імпульс системи - величина стала, хога між окремими ділянками системи може відбуватися перерозподіл імпульсу.

У проєкціях на осі:

$\Delta \vec{p} = 0$ $\vec{p}_k = \vec{p}_0$

$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 + \dots$

$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 + \dots$

$p_x = \sum (m_i v_{ix}) = \text{const}$ $p_x + p_{2x} + \dots = p'_{1x} + p'_{2x} + \dots$

$p_y = \sum (m_i v_{iy}) = \text{const}$ $m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + \dots = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y} + \dots$

$p_z = \sum (m_i v_{iz}) = \text{const}$ $= m_1 v'_{1z} + m_2 v'_{2z} + \dots$

Практично замкнутих систем (систем що не взаємодіють з оточуючими тілами) не існує.

Якщо система не замкнута - $\vec{F}_{\text{зовн}} \neq 0$ може статись так, що для якогось напрямку Ox $F_{\text{зовн},x} = 0$ тоді з-н збереження імпульсу виконується для осі Ox : $p_x = \sum (m_i v_{ix}) = \text{const}$ (сист. замкнута по напрямку Ox).

Систему можна вважати замкнутою (удар, постріл) коли імпульси частинок системи міняються дуже сильно ($F_{\text{внутр}} \gg F_{\text{зовн}}$) і швидко ($\Delta t \rightarrow 0$)

У релятивістській механіці ($v \approx c$) імпульс вільної частинки $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

K-19 Повний імпульс системи \vec{p} зручно приписати деякій точці, що має масу $M = \sum m_i$, цю точку називають центром мас або інерції.

Координати центра інерції: $X_c = \frac{\sum (m_i x_i)}{M}$ $Y_c = \frac{\sum (m_i y_i)}{M}$ $Z_c = \frac{\sum (m_i z_i)}{M}$

тоді $\vec{p} = M \cdot \vec{v}_c$ \vec{v}_c - швидкість центра мас.

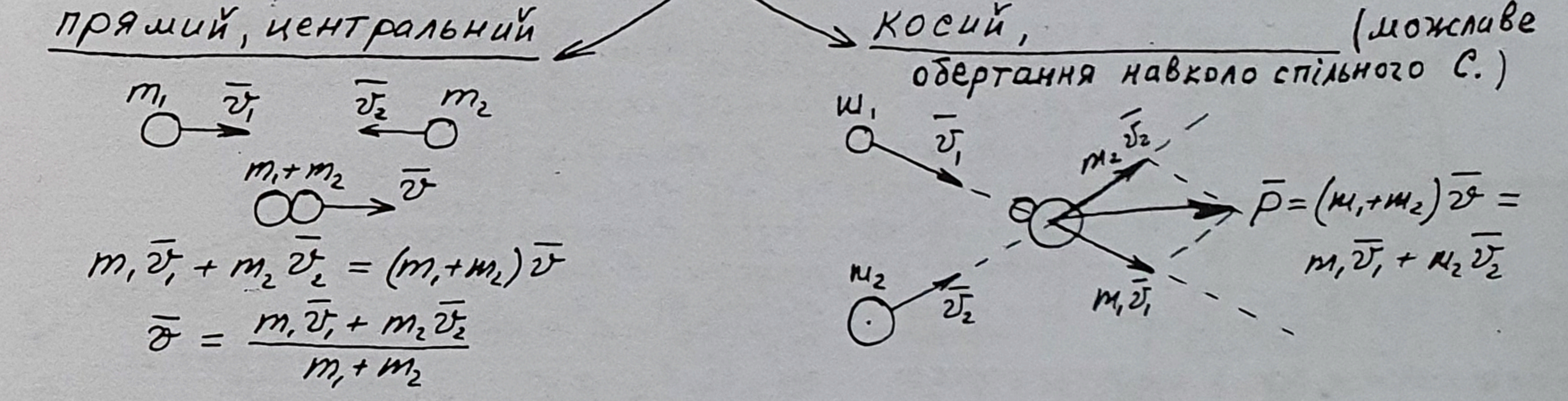
Центр інерції (мас) має сенс точки, швидкість якої рівна швидкості руху системи як цілого. При $\vec{v}_c = 0$, система, як ціле, перебуває у спокої (при цьому тіла системи можуть рухатись довільно відносно центра інерції) для замкнутої системи $\vec{v}_c = \text{const}$.

1. Для однорідних симетричних тіл - центр мас - центр симетрії
2. У тіл невеликих розмірів центр мас співпадає з центром тяжіння, у великих - не співпадають (неоднорідність гравітаційного поля Землі).

Удар - явище короткотривалої взаємодії тіл при безпосередньому зіткненні (при цьому, внаслідок деформації, виникають значні ударні сили).

Удар $\left\{ \begin{array}{l} \text{пружний} \text{ (зберігається механічна енергія і імпульс)} \\ \text{непружний} \text{ (механічна енергія перетворюється у внутрішню, зберігається імпульс)} \end{array} \right.$

Абсолютно neprужний удар - після стикання, тіла рухаються як єдине ціле

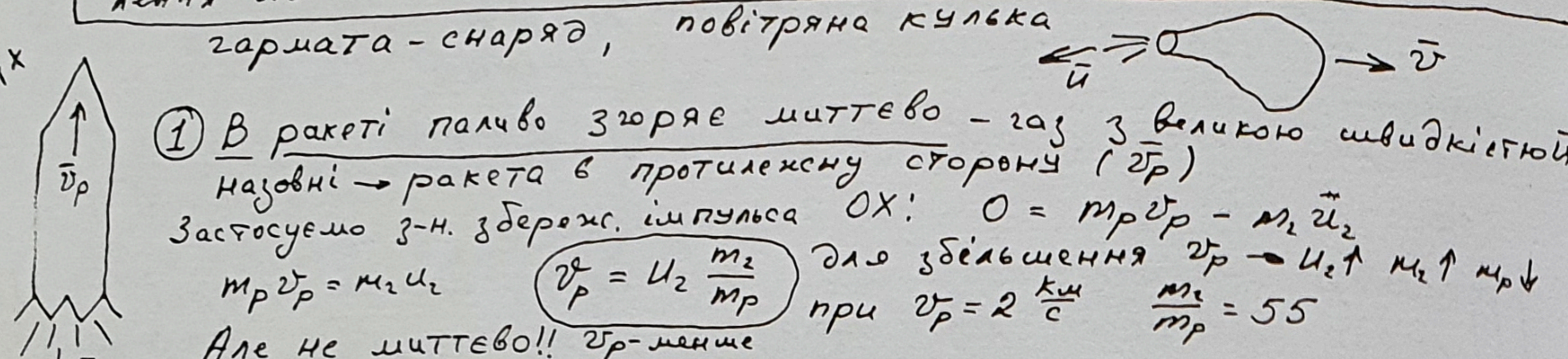


Рекомендації! при розв'язуванні задач робити 2 малюнки: до і після взаємодії.

3.3. І-закон збереження імпульсу \rightarrow Центр мас ізоляованої (замкнутої) системи зберігає свою швидкість сталою ($\vec{v}_c = \text{const}$), або перебуває у спокої ($\vec{v}_c = 0$)

!! Якщо система замкнута для певного напрямку Ox ($\sum F_{x, \text{зовн}} = 0$), тоді швидкість центра мас, для даного напрямку Ox , зберігається ($v_{cx} = \text{const}$), або центр мас залишається нерухомим ($v_{cx} = 0$).

Реактивний рух - рух, який виникає внаслідок відокремлення від тіла деякої його частини з певною швидкістю.



гармата - снаряд, повітряна кулька

① В ракеті паливо згорає миттєво - газ з великою швидкістю назовні → ракета в протилежну сторону (v_r)
 Застосуємо з-н. збереж. імпульса ОХ: $0 = m_r v_r - m_2 u_2$
 $m_r v_r = m_2 u_2$ $v_r = u_2 \frac{m_2}{m_r}$ для збільшення $v_r \rightarrow u_2 \uparrow m_2 \uparrow m_r \downarrow$
 Але не миттєво!! v_r - менше при $v_r = 2 \frac{км}{с}$ $\frac{m_2}{m_r} = 55$

② Ракета достатньо далеко від Землі ($F_{зовн} = 0$)
 $t=0$ $m + \Delta m$ - маса ракети з паливом Δm - маса викинутого палива
 \bar{v} - початкова швидкість ракети \bar{u} - швидкість газів відносно ракети
 $(\bar{u} + \Delta \bar{v})$ - швидкість газів відносно Землі
 $m(\bar{v} + \Delta \bar{v})$ - імпульс ракети

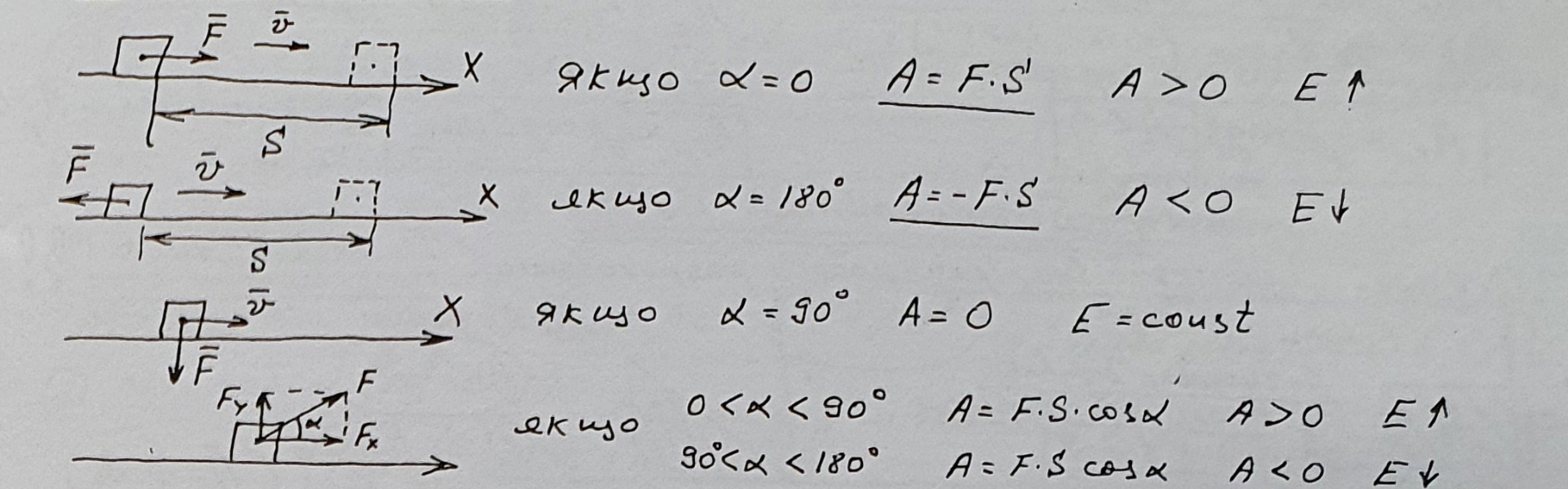
з-н збер. імпульсу:
 $m(\bar{v} + \Delta \bar{v}) + \Delta m(\bar{u} + \Delta \bar{v}) = (m + \Delta m)\bar{v}$
 $m\Delta \bar{v} + \Delta m\bar{u} + \Delta m\Delta \bar{v} = \Delta m\bar{v}$
 $m\Delta \bar{v} = -\Delta m\bar{u} \rightarrow m \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = -\frac{\Delta m}{\Delta t} \bar{u} \rightarrow m \bar{a} = -\frac{\Delta m}{\Delta t} \bar{u}$
 $\bar{F}_p = -\frac{\Delta m}{\Delta t} \bar{u}$ - реактивна сила тяги діє з боку газів на ракету і направлена протилежно витіканню газів
 $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ - секундна витрата палива

③ Якщо врахувати зовнішні сили на ракету
 $m \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \bar{F}_{зовн} + \bar{F}_p$ $m \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \bar{F}_{зовн} - \frac{\Delta m}{\Delta t} \bar{u}$ - р-ня Мещерського - основне р-ня динаміки матеріальної точки з змінною масою.

при $\bar{F}_{зовн} = 0$ розв'язком р-ня Мещерського буде:
 $\frac{m_0}{m} = e^{\frac{v}{u}}$ - формула Ціолковського.
 m_0 - маса ракети з паливом
 m - маса ракети без палива
 u - швидкість газів відносно ракети
 v - швидкість ракети в кінці роботи двигуна.

Для $v = 8 \frac{км}{с}$ при $u = 1 \frac{км}{с}$ $\frac{m_0}{m} = e^8 = e^8 = 2,72^8 \approx 3000$
 Для $v = 8 \frac{км}{с}$ при $u = 4 \frac{км}{с}$ $\frac{m_0}{m} = e^2 \approx 7,5$
 Ціолковський К.В. - засновник теорії космічних польотів
 ① ф-ла Ціолковського ② 1903р монографія „Дослідження світових просторів реактивними приладами“ ③ Розробив проблему створення орбітальних станцій ④ Запропонував використовувати атмосферу Землі для гальмування космічних апаратів ⑤ 1926р. Розробив теорію багатоступеневих ракет, і показав можливість досягнення першої космічної швидкості
 Кібальник, Цандер, Корольов С.П., Гаттарін Ю.О. ...
 Успіхи світової космонавтики ...
 реактивні двигуни ...

А - робота - скалярна величина, що характеризує дію сили \bar{F} на переміщенні \bar{s}
 $A = (\bar{F} \cdot \bar{s}) = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ $\alpha = (\bar{F} \cdot \bar{s})$
 при $F_s = \text{const}$ $A = [Дж]$ $A > 0 \rightarrow E$ -енергія тіла \uparrow
 $A < 0 \rightarrow E$ -енергія тіла \downarrow
 робота - процес фізична величина (F, S)



якщо $\alpha = 0$ $A = F \cdot s$ $A > 0$ $E \uparrow$
 якщо $\alpha = 180^\circ$ $A = -F \cdot s$ $A < 0$ $E \downarrow$
 якщо $\alpha = 90^\circ$ $A = 0$ $E = \text{const}$
 якщо $0 < \alpha < 90^\circ$ $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ $A > 0$ $E \uparrow$
 якщо $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$ $A < 0$ $E \downarrow$

Робота сили тяжіння (в однорідному полі)

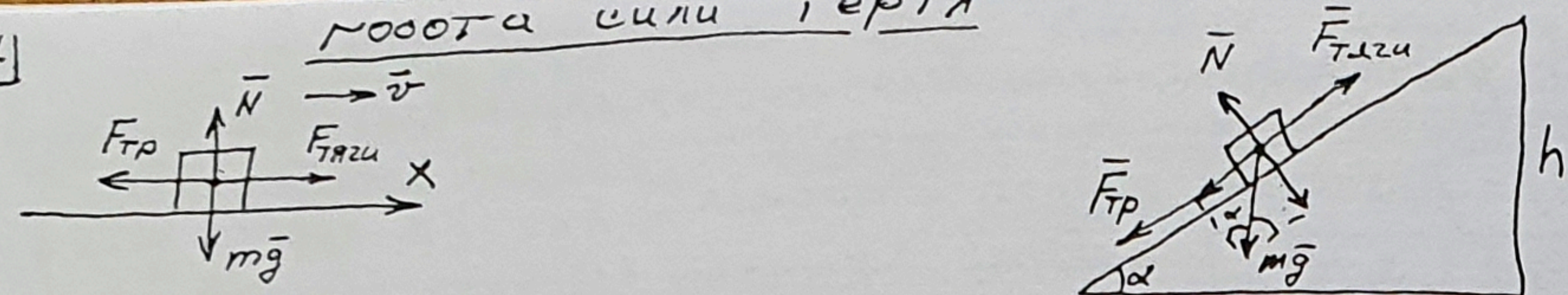
① Вільне падіння
 h_1 h_2 h h_1 h_2 h_1
 $A = F \cdot s$ $F = mg$ $s = h_2 - h_1 = h$ $A = mgh$
 $m\bar{g}$ виконує $A > 0$

② Рівномірний рух тіла вгору
 h_1 h_2 h h_1 h_2 h_1
 робота \bar{F} $A = F \cdot s$ $F = mg$ $A = mgh$ F виконує $A > 0$
 робота $m\bar{g}$ $A = mgh \cos 180^\circ$ $\cos 180^\circ = -1$ $A = -mgh$ $m\bar{g}$ виконує $A < 0$

③ Ковзання по похилій площині під дією $m\bar{g}$
 $A = mg s \cos \beta$ $s \cdot \cos \beta = h$ $A = mgh$ $A > 0$

④ Рівномірний рух вгору по похилій площині ($F_{тр} = 0$)
 $A = -F_x \cdot s$ $F_x = mg \sin \alpha$ $A = -mg s \sin \alpha$ $s \cdot \sin \alpha = h$ $A = -mgh$
 - виграти у силі - програш у відстані

⑤ Рух по довільній кривій під дією $m\bar{g}$ (множина похилих площин)
 $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = mgh_1 + mgh_2 + mgh_3 + mgh_4 = mgh$
 $A = mgh$ - робота сили тяжіння не залежить від траєкторії і завжди рівна $A = mgh$.
 При русі вниз $A > 0$, вгору $A < 0$
 Робота сили тяжіння по замкненому контуру рівна 0
 $A_0 = 0$ - (потенціальна сила).



$A_{тягн} = F_{тягн} \cdot S \quad A > 0$
 $A_{тр} = F_{тр} \cdot S \cdot \cos \alpha \quad (\alpha = 180 \text{ } \cos \alpha = -1)$
 $F_{тр} = \mu mg$
 $A_{тр} = -\mu mg S \quad A < 0$

$A_{тр} = F_{тр} \cdot S \cdot \cos \beta \quad \beta = 180^\circ$
 $F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha$
 $A_{тр} = -\mu mg S \cos \alpha \quad A < 0$ конвеєр $A_{тр} > 0$

Робота змінної сили

1) Сила змінюється рівномірно - роботу розраховують по графіку \leftarrow через середню силу !!
 $F = \text{const}, A = F \cdot S$
 A - чисельно дорівнює площі під графіком F від S
 $A = \frac{F_0 \cdot S_0}{2}$
 $A = F_{cp} \cdot S_0$
 $F_{cp} = \frac{F_0}{2}$
 $A = \frac{F_0}{2} \cdot S_0$

Робота сили пружності

$A_{пр} = \text{площі трапеції}$
 $A = \frac{F_1 + F_2}{2} (x_1 - x_2) = \frac{kx_1 + kx_2}{2} (x_1 - x_2) = \frac{k}{2} (x_1 + x_2) (x_1 - x_2) = \frac{k}{2} (x_1^2 - x_2^2)$
 $A = \frac{k(x_1^2 - x_2^2)}{2}$ робота сили пружності (пружини)
 якщо $x_2 = 0 \quad A = \frac{kx_1^2}{2}$ - пружина повністю розпрямилася.

2) Сила змінюється довільно, траєкторія довільна
 Роздіємо траєкторію на N малих переміщень ΔS . В межах ΔS можна вважати F_i - постійними, тоді елементарна робота $\Delta A = F_i \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$. Для розрахунку роботи сили на всій ділянці необхідно додати елементарні роботи на всіх нескінченно малих ділянках
 $A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \dots + \Delta A_N = \sum_{i=1}^N (F_i \cdot \Delta S_i)$
 $F_s = F \cdot \cos \alpha$ - проекція сили на елементарне переміщення, тоді:
 $\Delta A = F_s \cdot \Delta S \quad A = \sum F_{s_i} \cdot \Delta S_i \quad A = \int \vec{F} d\vec{S} = \int F_s dS$

ΔA - елементарна робота - чисельно дорівнює площі заштрихованої смужки, а робота на переміщенні від t_1 до t_2 - площі фігури, обмеженої кривою і віссю S . Площа фігури над віссю береться з знаком $(+)$, під віссю $(-)$

Робота сили всесвітнього тяжіння

$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{x^2}$
 $A_{12} = \int_{x_1}^{x_2} \gamma \frac{mM}{x^2} dx = +\gamma mM \frac{1}{x} \Big|_{x_1}^{x_2} = +\gamma mM \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1} \right)$
 $A = + \left(\gamma \frac{mM}{x_2} - \gamma \frac{mM}{x_1} \right)$

Потужність - N - ...

$N = \frac{A}{t}$
 $N = [Вт = \frac{Дж}{с}]$
 $N = F \cdot v$
 $1 \text{ к.с.} = 736 \text{ Вт}$
 літак, ракета $N = F_T \cdot v$
 $F_T = F_{опору} = \alpha v^2 \quad N = \alpha v^3$

N-потужність - характеризує інтенсивність з якою виконується робота

$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}$ - потужність - це робота, що виконується силою за одиницю часу
 $N = [Вт = \frac{Дж}{с}]$

$N_{cp} = \frac{A}{t} = F \cdot v_{cp}$ середня потужність
 $N = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \cos \alpha = (\vec{F} \cdot \vec{v})$ миттєва потужність

якщо $\vec{F} = \text{const} \quad \vec{F} \parallel \vec{v}$
 $v = \text{const} \quad N = \text{const} \quad N = F \cdot v$ - миттєва потужність = середній потужності

1) Літак, ракета
 $N = F_{тягн} \cdot v \quad F_{тягн} = F_{опору} = \beta v^2 \quad N = \beta v^3$ для збільшення v в 2 рази N - треба збільшити в 8 раз.

2) Автомобіль ($N = \text{const}$)
 $F_{тягн} = \frac{N}{v}$
 рушає з місця рух вгору рух горизонтальний рух під гору
 1 або 2 швидкості, автомобіль 3 або 4 швидкості

Робота постійного момента сил (сили що спричиняє обертання)

$A = M \cdot \varphi = F \cdot R \cdot \varphi = F \cdot \ell \quad \ell = R \cdot \varphi$ - довжина дуги

Потужність при рівномірному обертальному русі

$N = M \cdot \omega = \frac{M \cdot \varphi}{t}$

Класифікація сил і систем.

I Потенціальні сили - сили, робота яких залежить тільки від початкових і кінцевих положень тіла і не залежить від траєкторії (робота цих сил по замкнутій траєкторії рівна нулю $A_0 = 0$)
 сили тяжіння
 сили пружності
 електростатичні сили

Результат дії потенціальних сил - зміна механічного стану системи - зміна конфігурації, швидкостей, імпульсів

II Непотенціальні сили - дисипативні сили - сили робота яких залежить від форми траєкторії ($A_0 \neq 0$) і завжди відємна
 Результат їх дії - зміна механічного стану системи і перетворення механічної енергії у внутрішню (теплову)
 1) Сили тертя ковзання, сили тертя-опору в рідинах і газах
 2) Сила Лоренца, сила Коріоліса
 - 2) Гіроскопічні сили - сили що залежать від швидкості і направлені \perp до \vec{v} , їх $A = 0$ - завжди

Одиниці потужності: 1 кінська сила = 1 к.с. = 75 кг \cdot $\frac{1}{с}$ = 75 \cdot 9,8 $\frac{Н \cdot м}{с}$ = 736 Вт
 1 кВт = 10³ Вт 1 мВт = 10⁶ Вт 1 ГВт = 10⁹ Вт
 1 кГ = 9,8 Н = 1 кГс 1 мВт = 10³ Вт 1 мкВт = 10⁶ Вт

Одиниці роботи 1 ерг = 1 дин. см = 10⁻⁵ \cdot 10⁻² Н \cdot м = 10⁻⁷ Дж.
 1 кал = 4,18 Дж
 1 Вт \cdot год = 3600 Дж 1 кВт \cdot год = 3,6 \cdot 10⁶ Дж = 3,6 МВт 1 мВт \cdot год = 3,6 \cdot 10⁹ Дж

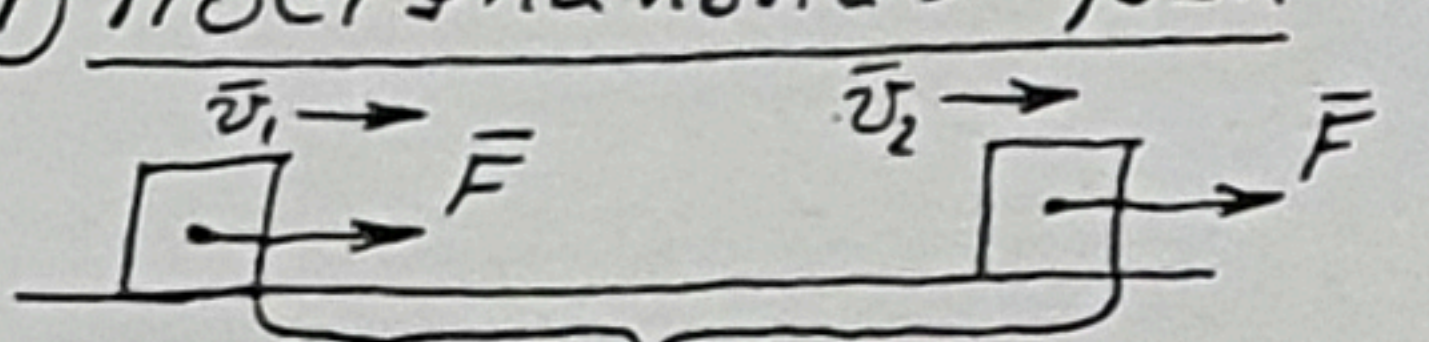
Енергія - скалярна фізична величина
 характеристика стану системи (тіла)

Енергія характеризує здатність тіла виконати роботу
Запас енергії визначається максимальною роботою яку може виконати тіло, міняючи свій стан

- Тіла володіють енергією:
- внаслідок руху - кінетична енергія
 - внаслідок взаємодії з іншими тілами - потенціальна енергія
 - внаслідок хаотичного руху і взаємодії своїх молекул - теплова або внутрішня енергія

К - кінетична енергія - енергія руху

① Поступальний рух - тіло розганяється силою $\vec{F} = const$

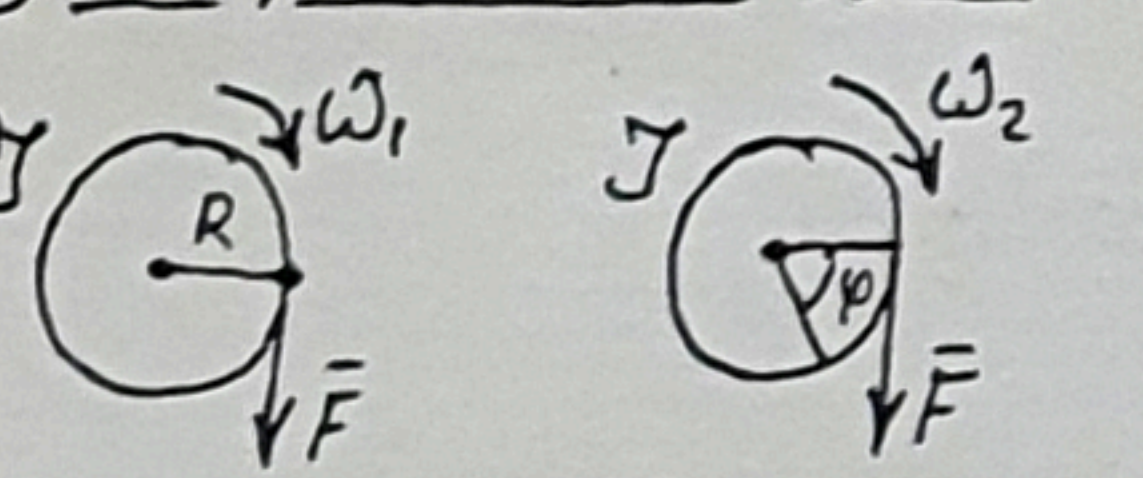


$$A = F \cdot s = F \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{F}{a} \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = K_2 - K_1 = \Delta K$$

$K = \frac{mv^2}{2}$ - кінетична енергія тіла

② Обертальний рух - тіло обертається під дією моменту сил $\vec{M} = const$



$$A = M \cdot \varphi = M \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\beta} = \frac{M}{\beta} \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} = J \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$$

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2} = K_{об.2} - K_{об.1} = \Delta K_{об}$$

$K_{об} = \frac{J\omega^2}{2}$ - кінетична енергія обертального руху тіла.

Повна кінетична енергія тіла -

$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$

кінетична енергія поступального і обертального руху тіла.

Теорема про кінетичну енергію

$A = \Delta K = K_2 - K_1$ - Робота A всіх сил прикладених до тіла зорівнює зміні ΔK кінетичної енергії тіла.

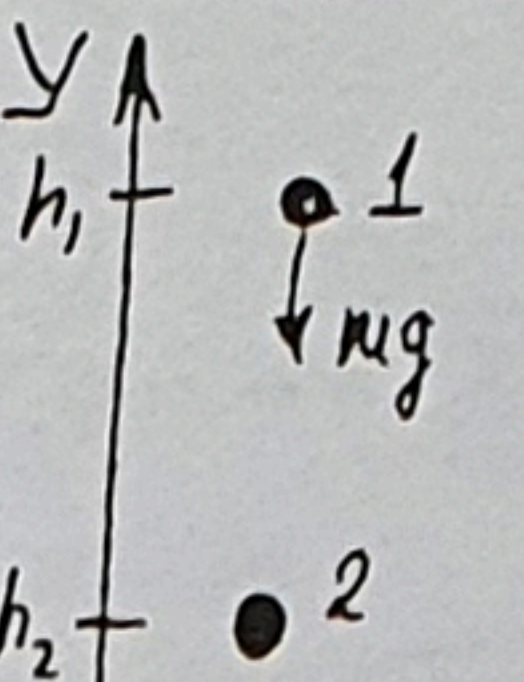
якщо $A > 0$ $\Delta K > 0$ $K \uparrow$ - незалежно від виду сил
 $A < 0$ $\Delta K < 0$ $K \downarrow$ - справедлива для змінних сил.

Робота - міра зміни енергії

П - потенціальна енергія - енергія взаємодії

визначається конфігурацією системи, тобто взаємним розташуванням тіл і їх положенням в силовому полі тієї ж потенціальних сил.

① Потенціальна енергія тіла в однорідному полі тяжіння Землі (біля поверхні)



$$A = F \cdot s \quad F = mg$$

$$A = mg(h_1 - h_2)$$

$$A = -(mgh_2 - mgh_1)$$

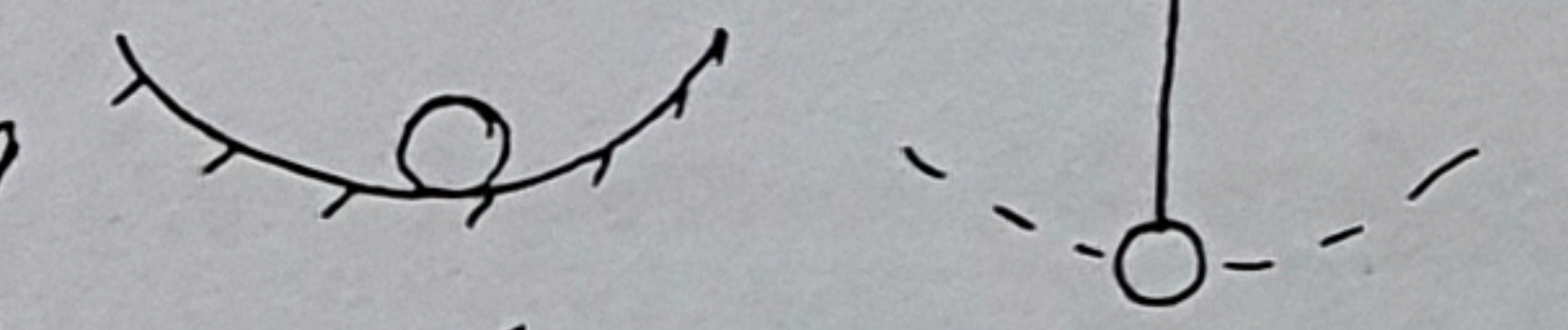
$\Pi = mgh$ - потенціальна енергія тіла піднятого над Землею

$A = -(\Pi_2 - \Pi_1)$ - робота сил тяжіння рівна зміні потенціальної енергії тіла взятої з протилежним знаком.

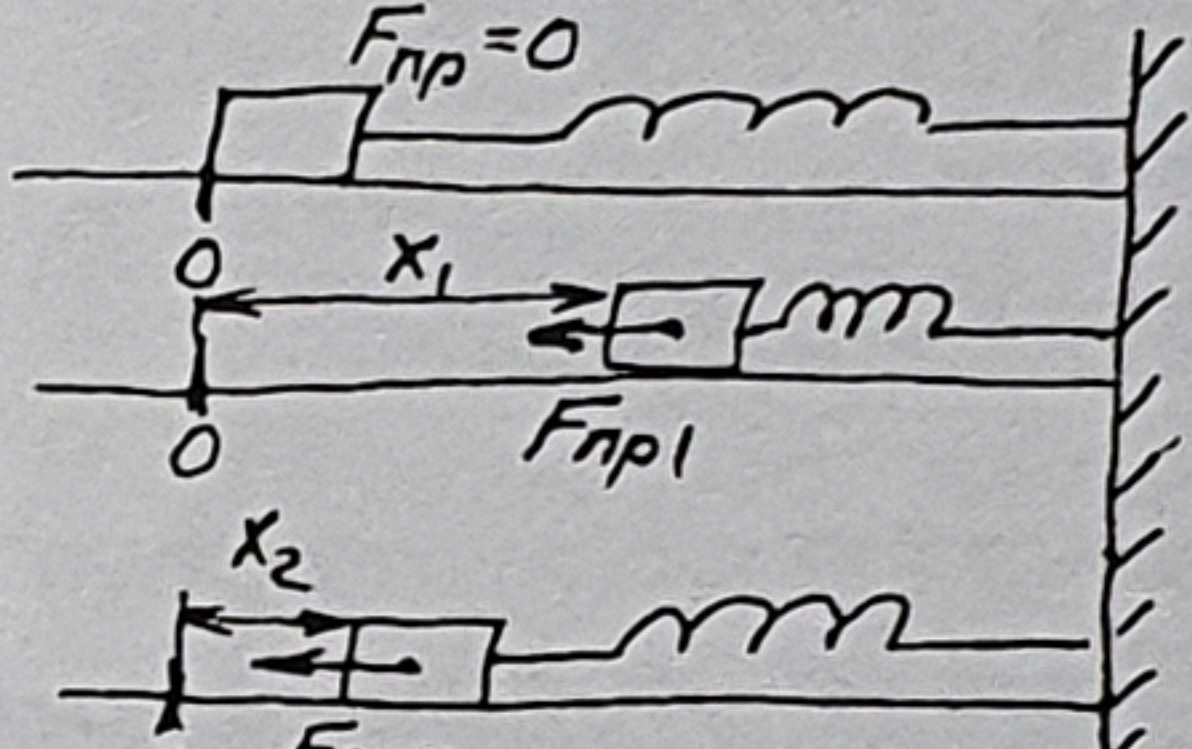
Нуль відліку потенціальної енергії вибирають довільно, виходячи з міркувань спрощення розв'язку задачі

$\Pi = mgh$ - це енергія взаємодії з Землею
 робота сили тяжіння при опусканні тіла на нульовий рівень

В стані стійкої рівноваги потенціальна енергія - мінімальна



② Потенціальна енергія пружньо деформованого тіла (пружина)



$$A = \frac{F_{пр1} + F_{пр2}}{2} \cdot \Delta x = \frac{kx_1 + kx_2}{2} (x_1 - x_2) = \frac{k}{2} (x_1^2 - x_2^2)$$

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right)$$

$\Pi = \frac{kx^2}{2}$ - потенціальна енергія стиснутої пружини

$A = -(\Pi_2 - \Pi_1)$ - Робота сили пружності рівна зміні потенціальної енергії пружини взятої з протилежним знаком.

$\Pi = \frac{kx^2}{2}$ - це енергія взаємодії частинок тіла
 робота сили пружності при переході у стан, коли деформація рівна нулю.

Теорема про потенціальну енергію

$A = -\Delta \Pi = -(\Pi_2 - \Pi_1)$ - Робота A потенціальних сил рівна зміні $\Delta \Pi$ потенціальної енергії системи, при переході з початкового стану ① в кінцевий ②, взятої з протилежним знаком.

К-26 I Теорема про кінетичну енергію

$$\Delta K = A_{зовн.} + A_{внутр.} = A_{зовн.} + A_{внутр.}^{потенц.} + A_{внутр.}^{дисип.}$$

II Теорема про потенціальну енергію — $\Delta \Pi = -A_{внутр.}^{потенц.}$

Повна механічна енергія системи — $E = K + \Pi$ — залежить від швидкостей тіл, характеру взаємодії між ними і від конфігурації системи (неадитивна)

з теорем I і II $\Delta K + \Delta \Pi = A_{зовн.} + A_{внутр.}^{дис.} \rightarrow \Delta E = A_{зовн.} + A_{внутр.}^{дис.}$

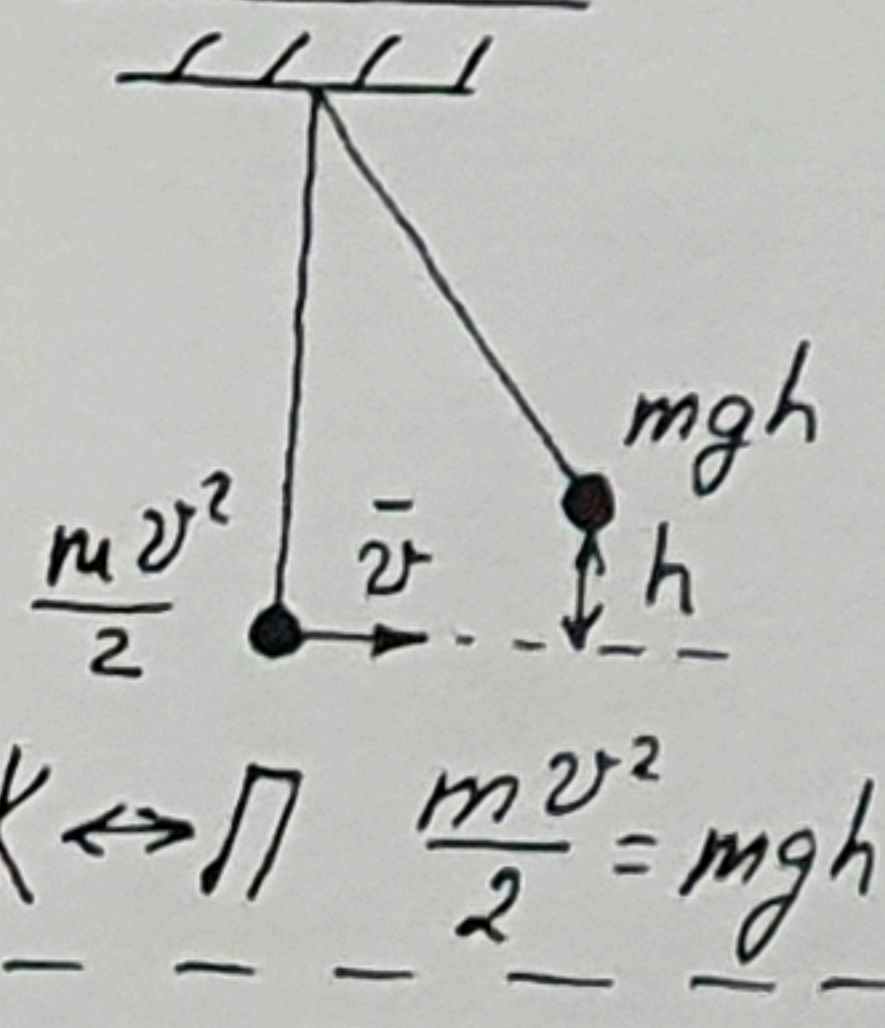
Закон збереження механічної енергії — в ІСВ, для ізольованих консервативних систем, повна механічна енергія системи — зберігається $E = K + \Pi = const \rightarrow K_1 + \Pi_1 = K_2 + \Pi_2$

Консервативна система — діють тільки потенціальні сили, відсутні дисипативні сили.

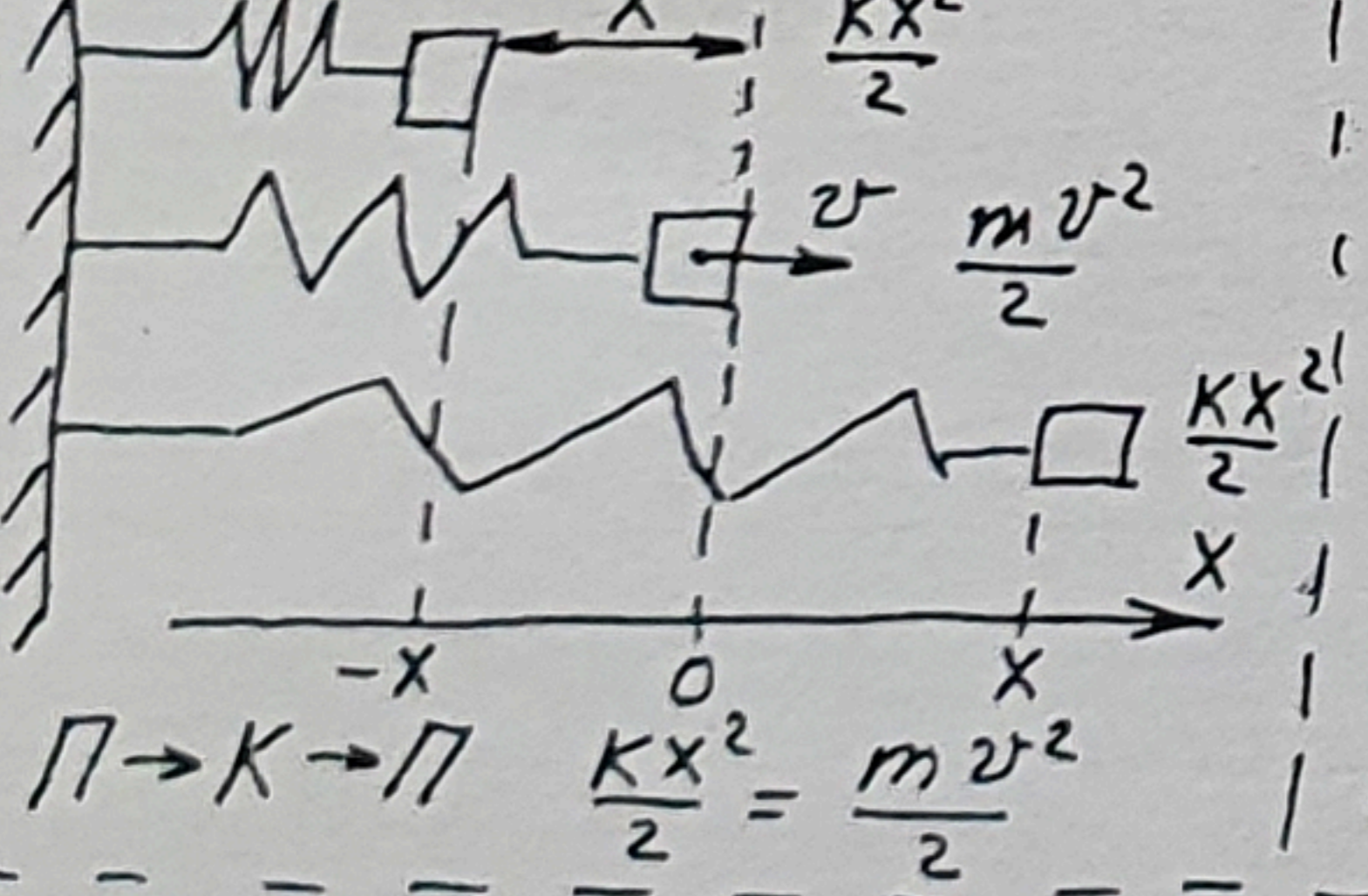
Ізольована система — сонячна система (велика точність)
в земних умовах, завдяку наявності дисипативних сил (сила тертя, опору), консервативні системи реалізуються лише грубо наближено.

$\Delta K = -\Delta \Pi$ — при взаємодії тіл, на скільки збільшується кінетична енергія системи, на стільки зменшується потенціальна і навпаки, говорять про перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки $K \rightarrow \Pi \rightarrow K$

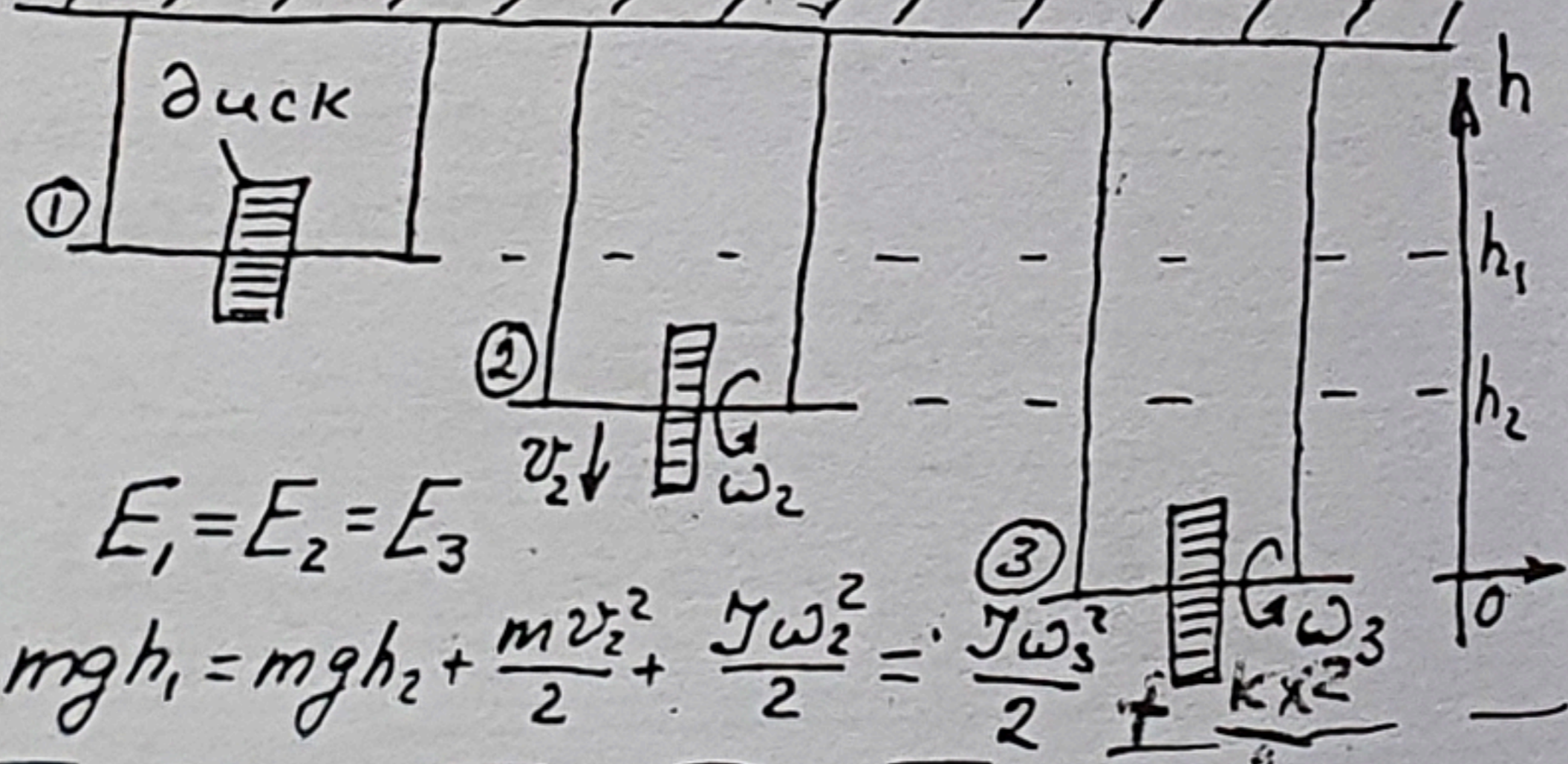
1) Математичний маятник



2) Пружинний маятник



3) Маятник Максвелла



Закон зміни механічної енергії — в ІСВ зміна механічної енергії системи дорівнює алгебраїчній сумі робіт всіх зовнішніх і внутрішніх дисипативних сил.

або $\frac{\Delta E}{\Delta t} = N_{зовн.} + N_{внутр.}^{дис.}$ — швидкість зміни мех. енергії системи.

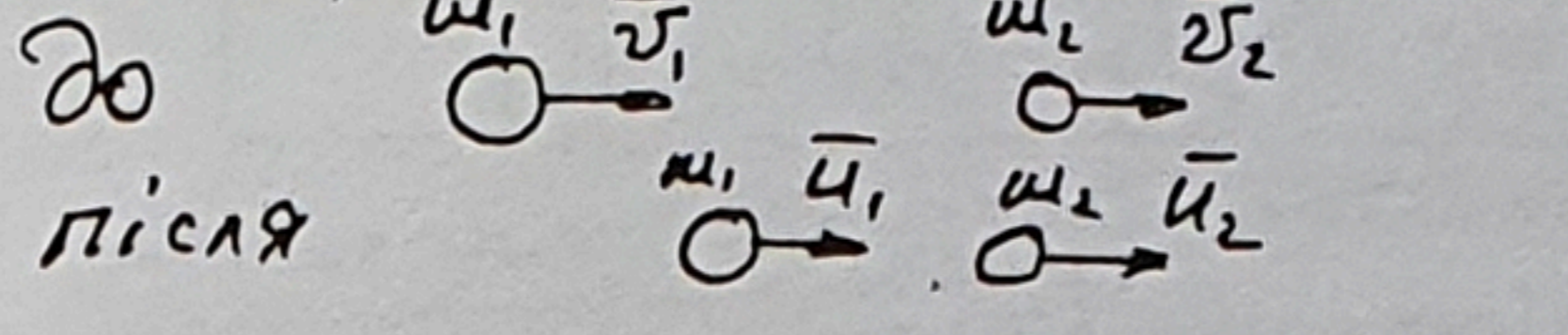
Повна механічна енергія замкнутої неконсервативної системи зменшується $\Delta E = E_2 - E_1 = A_{внутр.}^{дис.} < 0$ — це не суперечить загальному закону збереження енергії, при зменшенні механічної енергії системи виникає еквівалентна кількість енергії інших видів (внутрішня, електрична, випромінювання).

К-27 Закон збереження енергії

Енергія в природі ніколи не зникає і не виникає з нічого. Вона лише перетворюється з одного виду в інший або переходить від одного тіла до другого

Удар — 1 СВ-інерціальна 2. сист. тіл — потенціальна 3. потенц. енергією взаємодії — нехтуємо

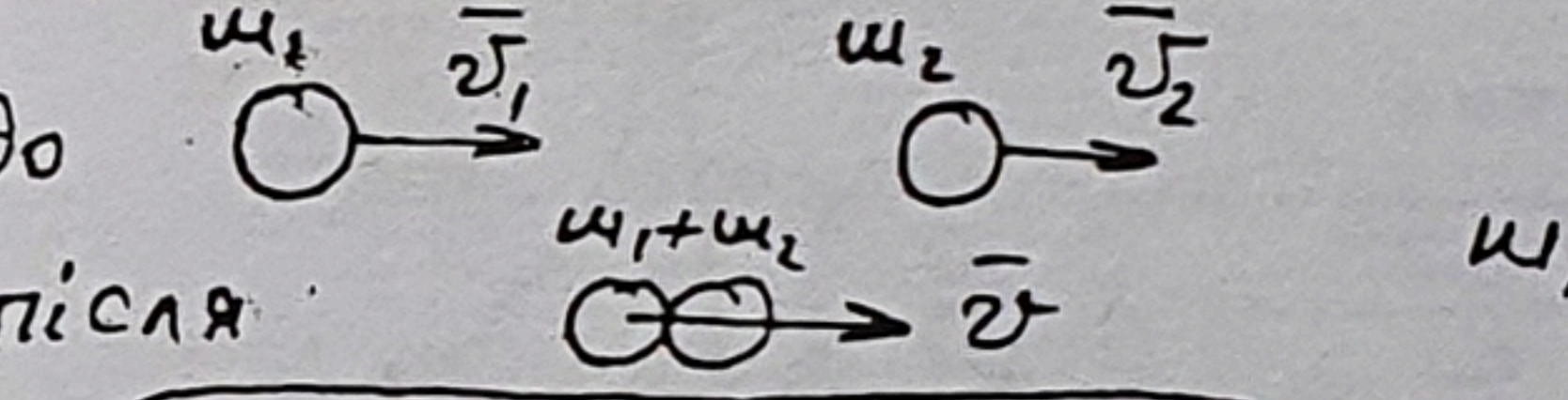
I Абсолютно пружний



потенціальні сили, абсолютно пружні тіла, закони збереження енергії і імпульсу

- 1) якщо $m_1 = m_2, v_2 = 0 \rightarrow u_1 = 0, u_2 = v_1$ — обмін швидкостями
- 2) якщо $m_1 = m_2, v_2 = 0 \rightarrow u_1 = 0, u_2 = v_1$ — обмін швидкостями
- 3) якщо $m_1 = m_2 \rightarrow u_1 = v_2, u_2 = v_1$ — обмін швидкостями
- 4) в ядерних реакторах — отримують швидкі нейтрони ($m_n = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$) з швидкостями $v \sim 10^7 \text{ м/с}$, їх необхідно сповільнити до $u = 3 \cdot 10^3 \text{ м/с}$. Для цього їх заставляють рухатися в середовищі, що містить атоми важкого водню H^2 (дейтерій) — у «важкій воді»
- 5) якщо $m_1 \ll m_2, v_2 = 0 \rightarrow u_1 = -v_1, u_2 = 0$ (стікання з стінкою)

II Абсолютно непружний



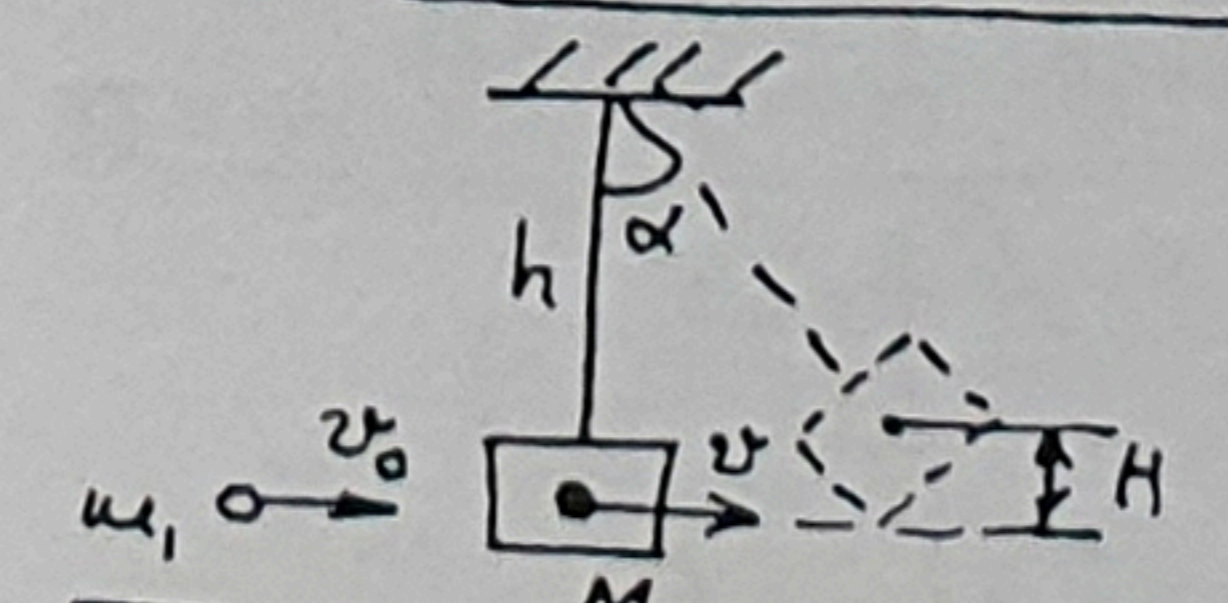
непотенціальні сили, тіла «зліпаються», $E \neq const$, закон збереж. імпульсу

$\Delta Q = E_2 - E_1 = -\Delta E$ — механічна енергія перетворюється у внутрішню (приріст внутрішньої енергії = зменшенню механічної (кінетичної))

$$\Delta Q = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)(m_1 + m_2) - (m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2 v_1^2 + m_1 m_2 v_2^2 - 2 m_1 m_2 v_1 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{1}{2} \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_1 - v_2)^2 > 0$$

- 1) $\Delta Q > 0$ — тіла нагріваються
- 2) якщо $m_1 v_1 = -m_2 v_2 \rightarrow \Delta Q = E$ вся механічна енергія перетворюється у внутрішню.
- 3) якщо $v_2 = 0 \rightarrow \frac{\Delta Q}{E} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$

- а) ковка, клепка, штампівка $\frac{\Delta Q}{E} \approx 1$ маса деталі з наковаленью m_2 , m_1 — маса молота.
- б) бдівання цвяхів, свай (мінімальні втрати кінетичної енергії) $\frac{\Delta Q}{E} \ll 1$ маса молота $m_1 \gg m_2$ маса цвяхів (свай)
- в) Балістичний маятник (ящик з глиною або піском)



$m v_0 = (m + M) v$
 $\frac{(m + M) v^2}{2} = (m + M) g H$ — знайдіть швидкість кулі $v_0 = \dots$

III Непружний удар ($\Delta E \leq 0$) $Q > 0$ екзоенергетичні $Q < 0$ ендоенергетичні
мекросвіт (деформація) мікросвіт (частина енергії йде на збудження атомів,

Угосоди опису взаємодії

Блиькодія - безпосереднє взаємодія при дотику, одне з тіл штовхає або тягне інше (проміжне тіло) $t \neq 0$ (скінченний час) швидкість обмежена $v \leq c$ $c = 300000 \frac{km}{s}$

Далекодія - тіла віддалені одне від другого на макроскопічні відстані $t = 0$ (миттєво) швидкість необмежена $v = \infty$

Зміна взаємодії передається

За сучасними уявленнями - всі взаємодії між тілами в природі передаються за допомогою **полів** - особливій форми матерії, відмінної від речовини і існують відносно з нею в просторі, що оточує речовину.

Поле є носієм певного типу взаємодії (гравітаційна, електромагнітна, ядерна), яка передається із скінченною швидкістю за схемою: **ТІЛО-ПОЛЕ-ТІЛО**

Гравітаційна взаємодія (взаємне притягання між тілами, що мають масу) здійснюється через **гравітаційне поле** (відіграє важливу роль в будові і динаміці астрономічних систем, для мікросвіту істотного значення не має)

- Властивості гравітаційного поля:**
- створюється тілами (існує разом з ними)
 - діє на тіла з певною силою ($F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}$; $\vec{F} = m \cdot \vec{G}$)
 - здатне виконувати роботу ($A = -(\Pi_2 - \Pi_1)$) - володіє енергією ($\Pi = -\gamma \frac{m_1 m_2}{R}$)

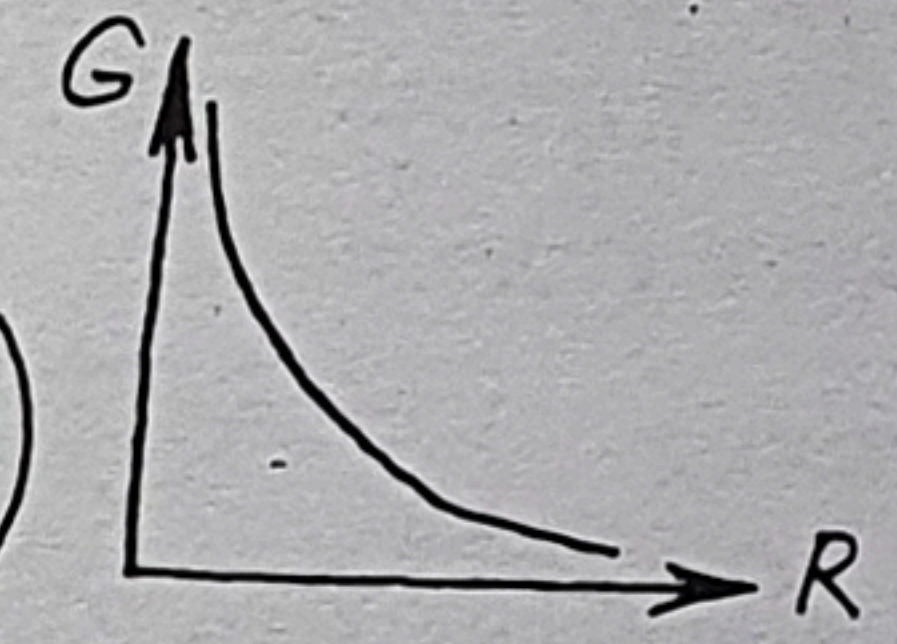
Гравітаційне поле - **стаціонарне** - якщо створюється нерухомими тілами

Характеристики поля

Напруженість гравітаційного поля (силова характеристика) $\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m_n}$ ($\vec{G} = \vec{F}$ що діє з боку поля на тіло $m_n = 1kg$)

$G = [\frac{m}{c^2}]$ вектори \vec{G} і \vec{F} - співнаправлені

Для точкового заряду - $G = \gamma \frac{M}{R^2}$ ($G = \frac{F}{m_n} = \frac{\gamma \frac{m \cdot m_n}{R^2}}{m_n} = \gamma \frac{m}{R^2}$)



Принцип суперпозиції полів - при накладанні декількох полів їх напруженості в кожній точці додаються геометрично $\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \dots$

Гравітаційне поле сфери - $\rho = \frac{m}{V}$ - маса одиниці поверхні

$\sigma = \frac{\Delta S_1}{R_1^2} = \frac{\Delta S_2}{R_2^2}$ - тілесний кут...

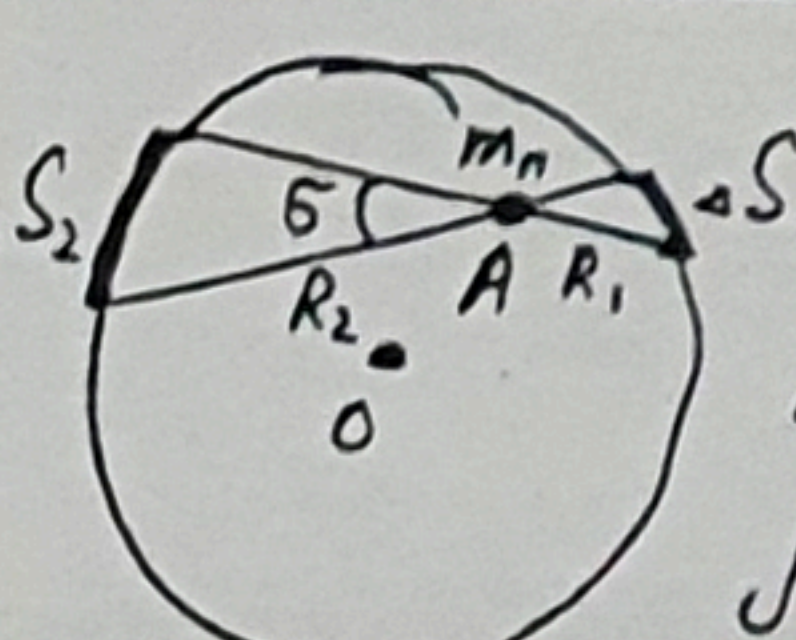
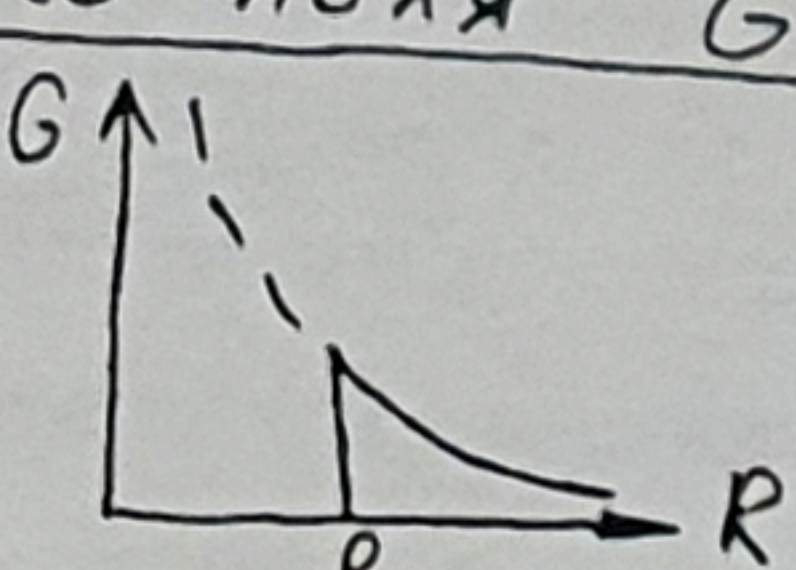
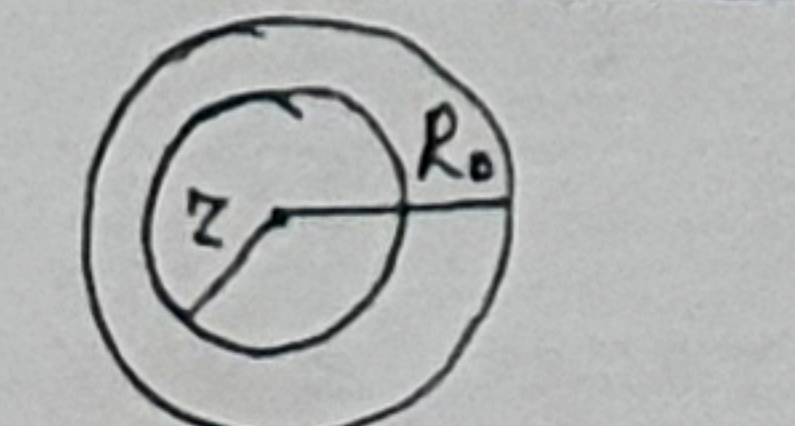
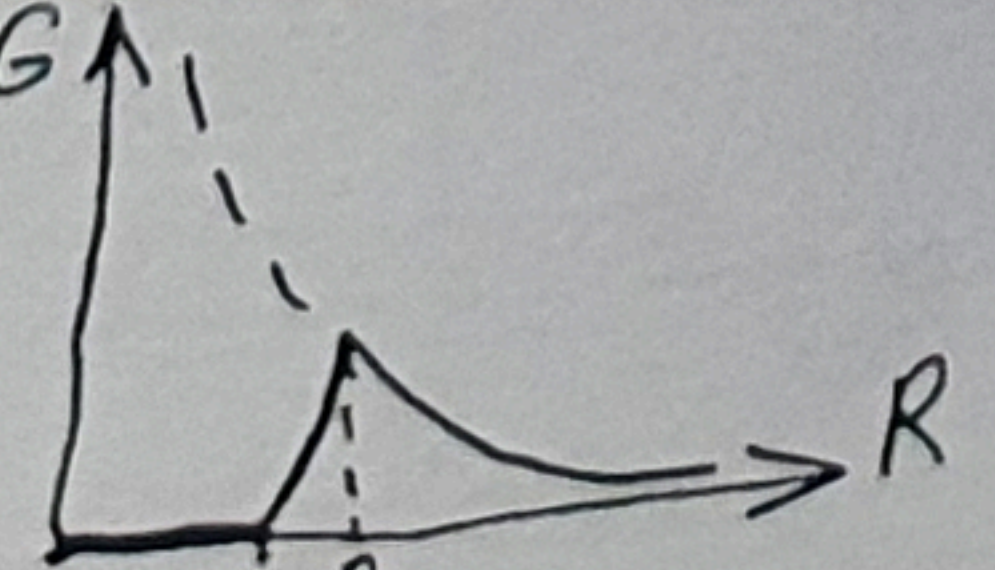
$F_1 = \gamma \frac{\rho \Delta S_1 \cdot m_n}{R_1^2}$ - сила, що діє на тіло A з боку першої площадки ΔS_1

$\rho \Delta S_1$ - маса ділянки сфери ΔS_1

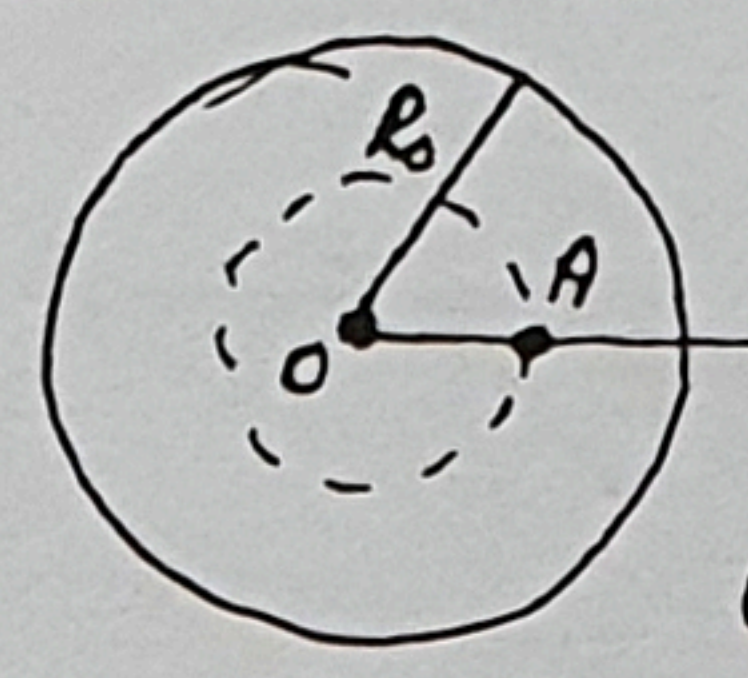
$F_1 = \gamma \frac{\rho \Delta S_2 \cdot m_n}{R_2^2}$ - сила що діє на тіло A з боку ΔS_2

$F_1 = \gamma \rho \Delta S m_n$ $F_2 = \gamma \rho \Delta S m_n \rightarrow \vec{F}_1 = -\vec{F}_2 \rightarrow$ дія ділянок ΔS_1 і ΔS_2 компенсується, так само компенсується і дія інших ділянок сфери на тіло A.

В середині сфери на тіло не діє сила, тобто напруженість гравітаційного поля $\vec{G} = 0$ - поле відсутнє

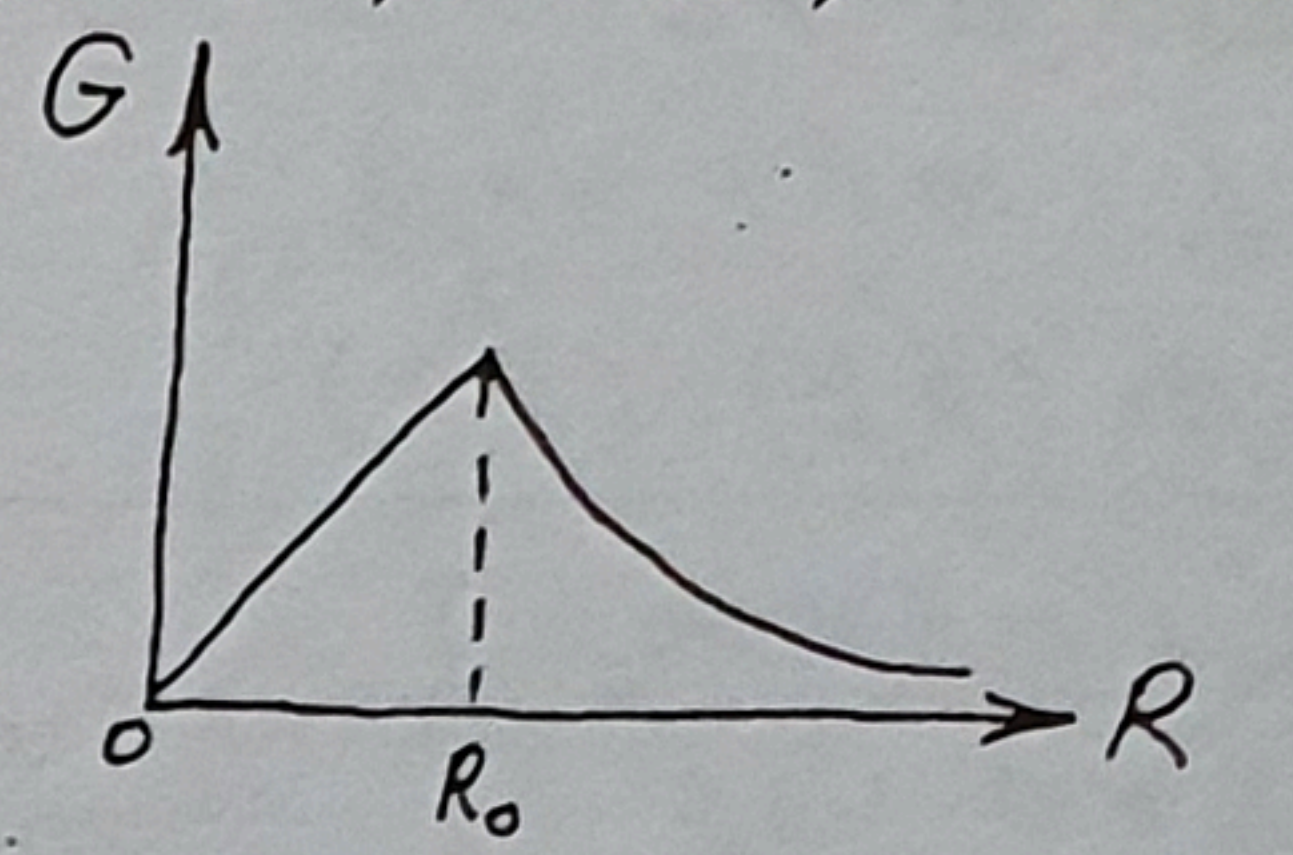





Гравітаційне поле кулі (маса розподілена рівномірно ρ - густина R_0 - радіус)



в т. A, ($R > R_0$) $G = \gamma \frac{M}{R^2}$

в т. A ($R < R_0$) $G = \gamma \frac{m_{обл}}{R^2} = \gamma \frac{\rho \cdot V_{обл}}{R^2} = \gamma \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{R^2} = \frac{4}{3} \pi \rho \gamma R$



Робота гравітаційного поля

$A = -(\Pi_2 - \Pi_1) = -\left[\left(-\gamma \frac{M \cdot m_n}{R_2}\right) - \left(-\gamma \frac{M \cdot m_n}{R_1}\right) \right]$

$\Pi = -\gamma \frac{M \cdot m_n}{R}$

- потенціальна енергія тіла масою m_n в гравітаційному полі тіла масою M (потенціальна енергія взаємодії тіл M і m на відстані R) при $R = \infty$ потенціальна енергія прийнята рівною нулю.

Φ -ПОТЕНЦІАЛ - енергетична характеристика гравіт. поля (скаляр)

$\Phi = \frac{\Pi_n}{m_n}$

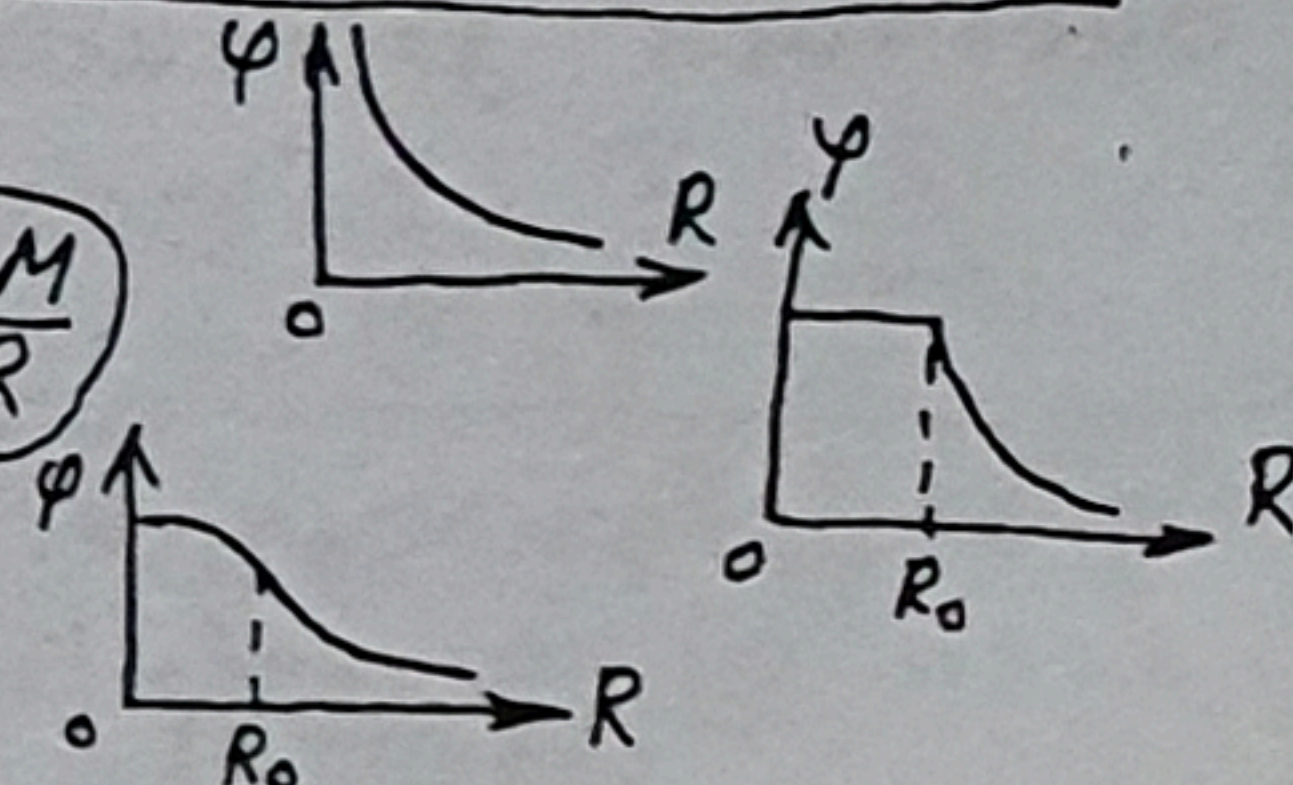
- потенціал гравітаційного поля ($\Phi = \Pi$ тіла $m_n = 1kg$ в данній точці поля)

\vec{G} і Φ не залежать від маси пробного тіла m_n , а є функцією тільки координат точки гравітаційного поля

Для точкового тіла $\Phi = -\gamma \frac{M}{R}$

Для сфери радіуса R_0 при $R > R_0$ $\Phi = -\gamma \frac{M}{R}$

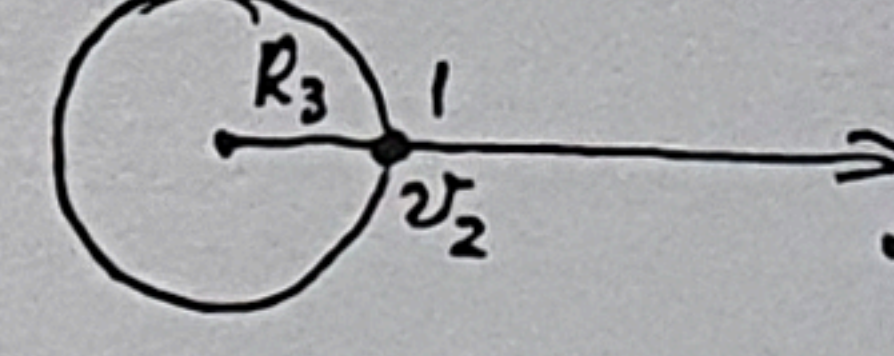
Для кулі радіуса R_0 при $R > R_0$ $\Phi = -\gamma \frac{M}{R}$



Робота гравітац. поля $A = -m_n \Delta \Phi = m_n (\Phi_1 - \Phi_2)$

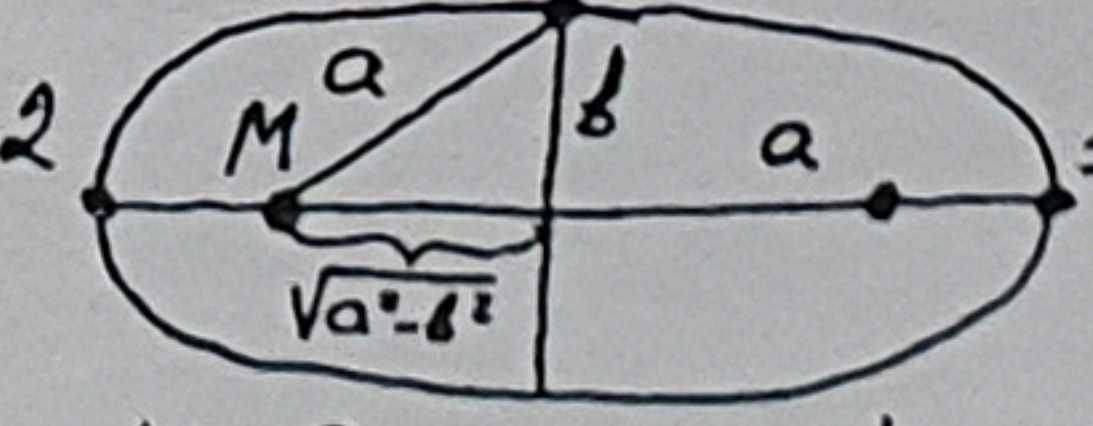
I космічна швидкість (рух по колу) $m \frac{v^2}{R} = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2}$ $v_1 = \sqrt{\gamma \frac{M}{R}} = \sqrt{g \cdot R} = 7.9 \frac{m}{s}$

II космічна швидкість (вийти з поля тяжіння Землі) (параболічна) $\Pi_{\infty} = 0$ $K_{\infty} = 0$



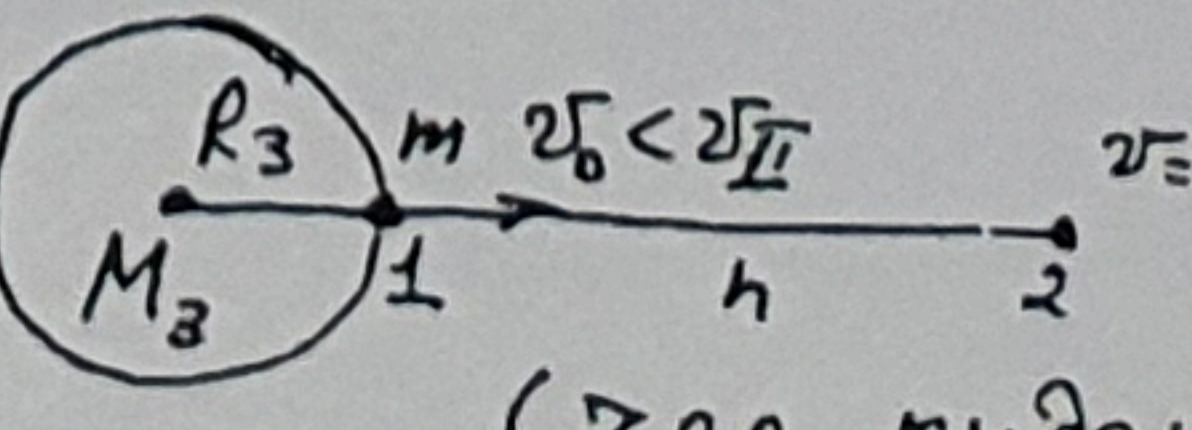
$\Pi_1 + K_1 = 0$ з-н збер. енергії: $-\gamma \frac{M \cdot m}{R} + \frac{m v_2^2}{2} = 0$ $v_2 = \sqrt{2 \gamma \frac{M}{R}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2} \cdot v_1 = 11.2 \frac{km}{s}$

Рух планет (шС)



$\Pi_1 + K_1 = \Pi_2 + K_2 = \Pi_3 + K_3$ з-н збер. енергії

Кидання тіл



$\frac{m v_0^2}{2} - \gamma \frac{m M_3}{R_3} = -\gamma \frac{m M_3}{(R_3 + h)}$ $\rightarrow h = \dots$ (час кидання визначають користуючись III з-ном Кеплера)

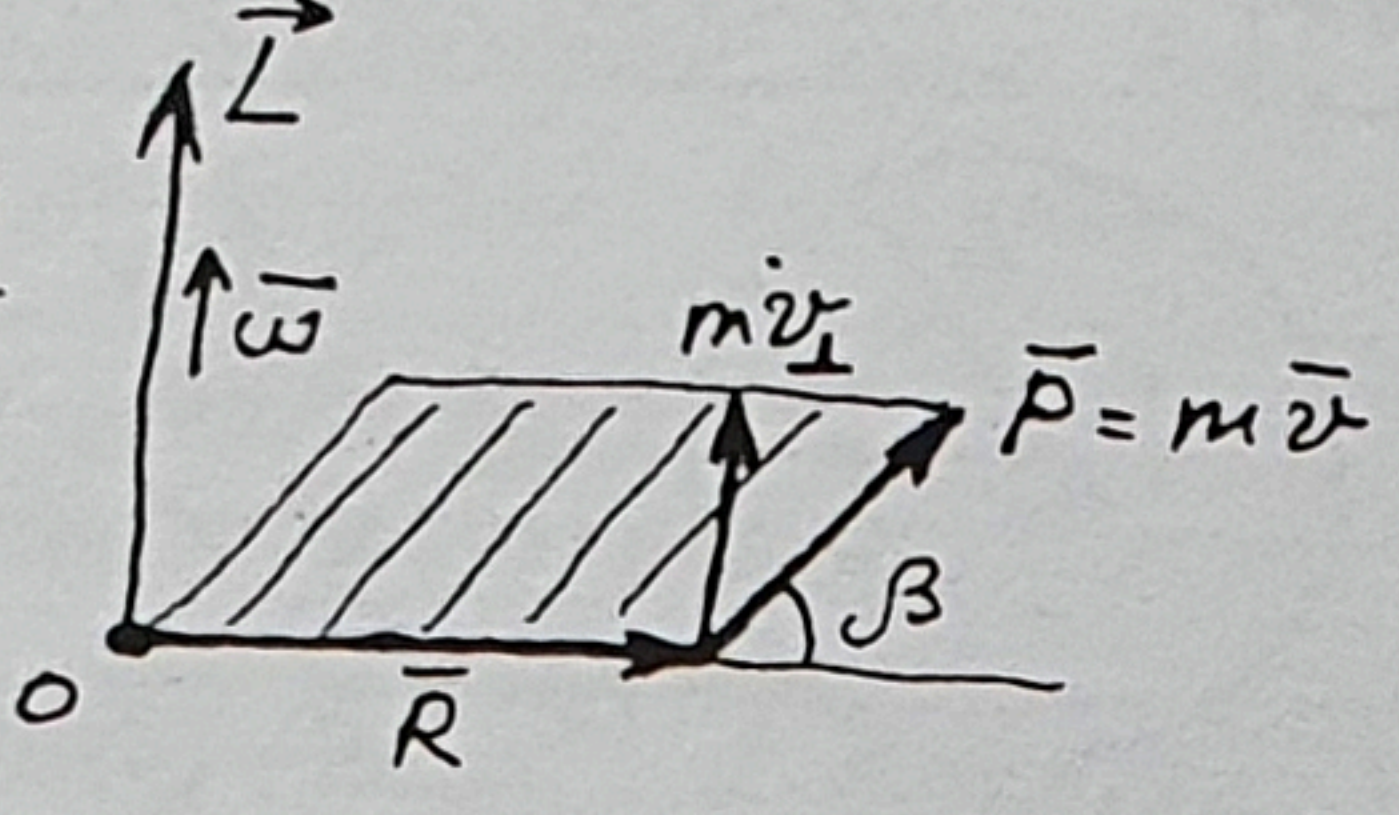
K-30 Л-момент імпульсу тіла вектор величина адитивна

$$\vec{L} = [\vec{R} \cdot \vec{p}] = m[\vec{R} \cdot \vec{v}]$$

$$L = m R v \sin \beta$$

$$\beta = (\vec{R} \cdot \vec{p}) = (\vec{R} \cdot \vec{v})$$

Л-момент імпульсу тіла відносно точки (момент кількості руху, кутовий момент)



$$L = m R v \sin \beta$$

$$v_{\perp} = v \cdot \sin \beta$$

$$v_{\perp} = \omega R$$

$$L = m R v_{\perp} = m R \omega R = m R^2 \omega = J \cdot \omega$$

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

момент імпульсу тіла L_{zo} напрямом співпадає з $\vec{\omega}$

З основного рівняння динаміки обертального руху

$$\vec{M} = J \cdot \vec{\beta} = J \frac{\vec{\omega} - \vec{\omega}_0}{\Delta t} = \frac{J\vec{\omega} - J\vec{\omega}_0}{\Delta t} = \frac{\vec{L} - \vec{L}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t}$$

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} \text{ або } \vec{M} \cdot \Delta t = \Delta \vec{L} \quad \vec{M} \cdot \Delta t \text{ - імпульс моменту сили}$$

Зміна моменту імпульсу тіла $\Delta \vec{L}$ (при незмінному моменті інерції тіла J) може відбуватися тільки внаслідок зміни кутової швидкості і завжди зумовлена дією моменту \vec{M} сил.

Закон збереження моменту імпульсу відносно будь-якої точки

В ІСВ векторна сума моментів імпульсів тіл замкнутої системи залишається постійною (зберігається напрям осі обертання)

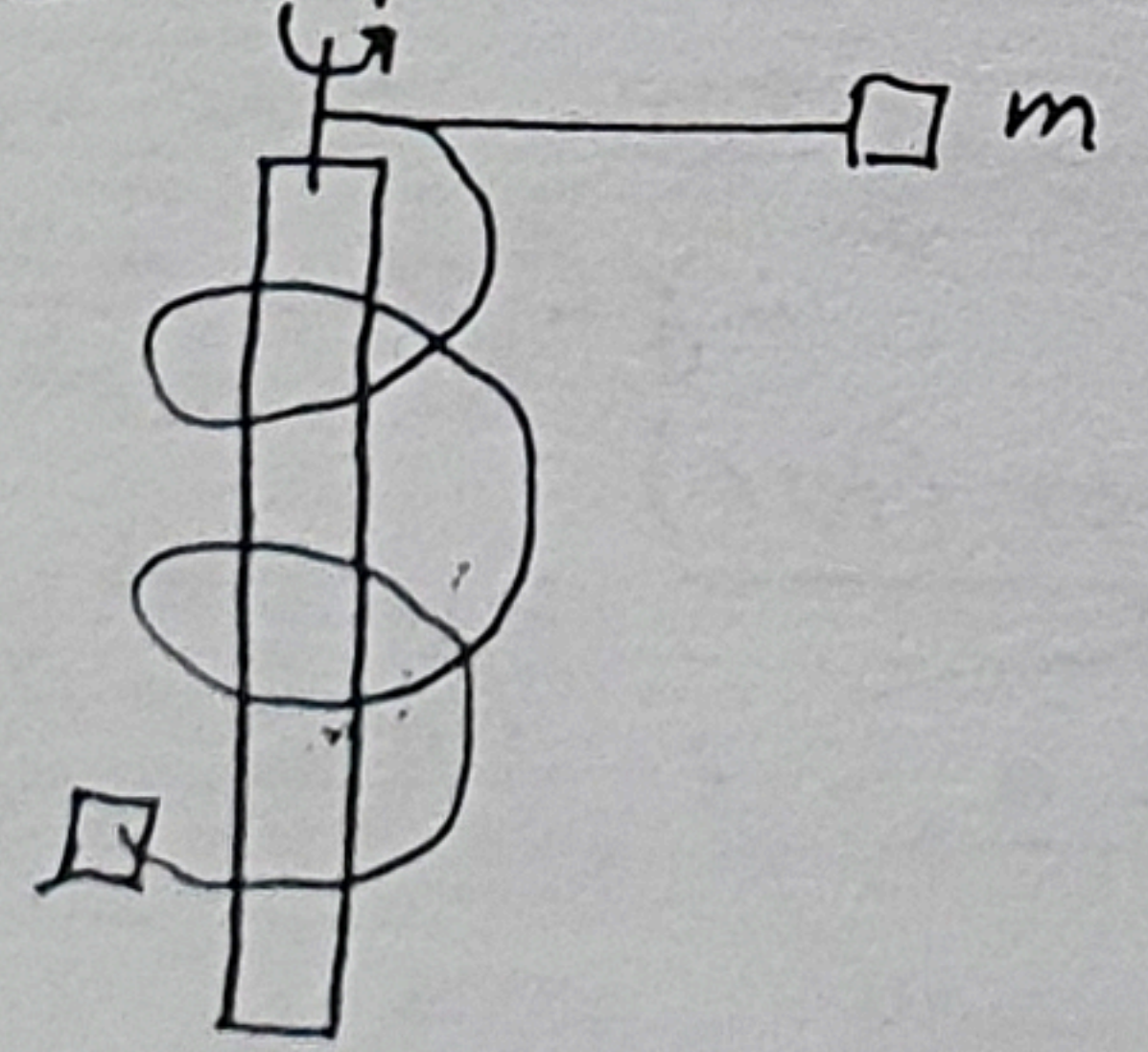
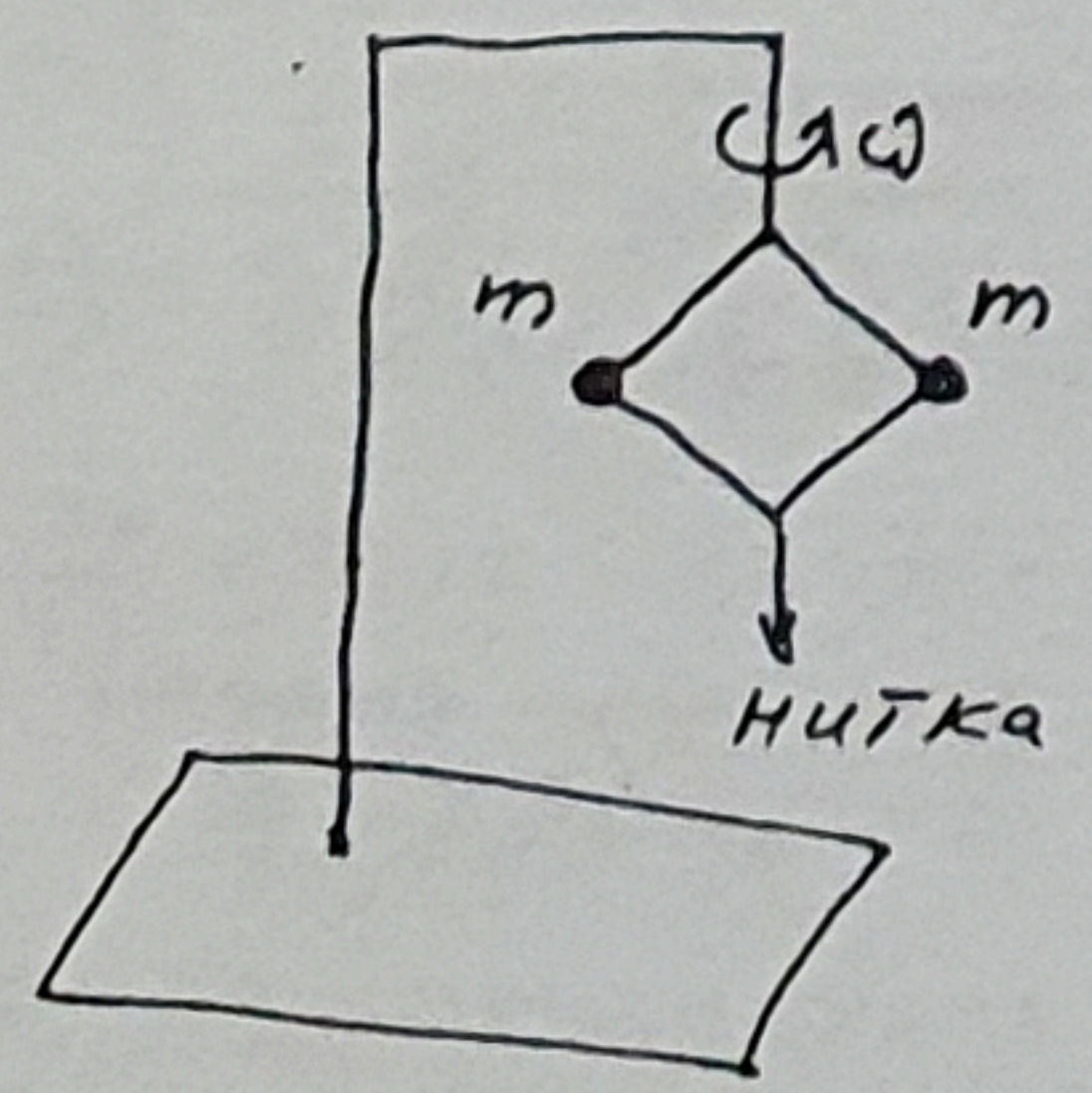
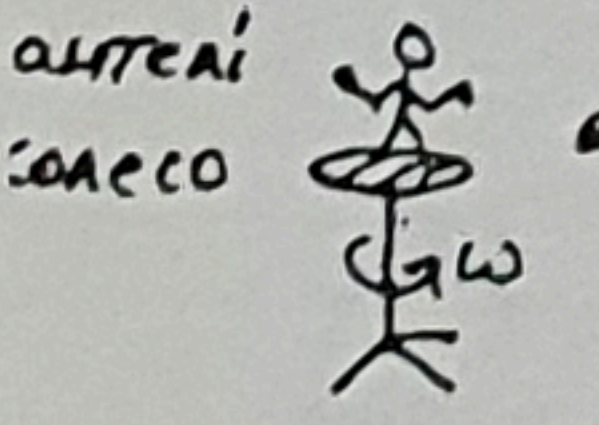
$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots = \text{const} \text{ або } \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{L}'_1 + \vec{L}'_2 \text{ або } J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 = J_1 \vec{\omega}'_1 + J_2 \vec{\omega}'_2$$

Закон збереження імпульсу для незамкнутих систем виконується:

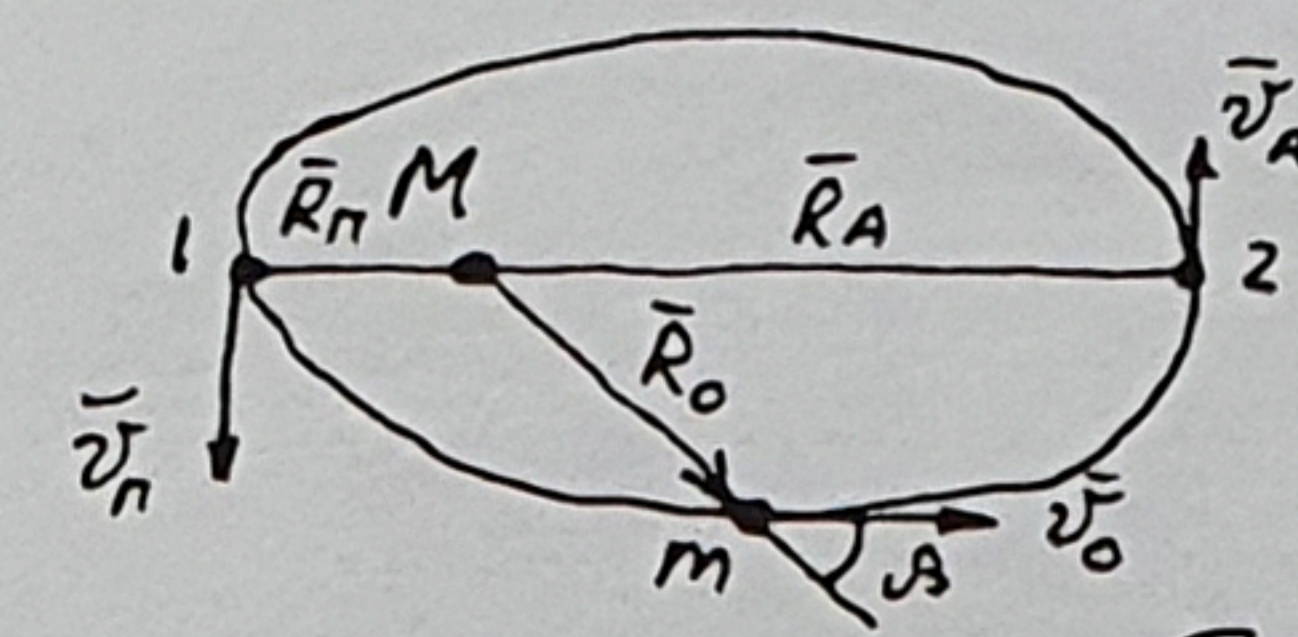
- коли сума зовнішніх сил, діючих на тіло (систему) дорівнює нулю
- момент сили діючої на тіло моментів відносно даної точки дорівнює нулю (центральні сили).

Приклади: ① сонячна система ② Земля-місяць відносно Сонця

- лава Жуковського ④ фігуристи, гімнасти...
- рамка з тягарцями ⑥ стержень і тіло на нитці



K-31 Застосування закону збереж. моменту імпульсу
Рух планет (шс) (закон збереж. моменту імпульсу і енергії)



$$R_0 \text{ и } v_0 \text{ и } \beta = R_{1,2} \cdot \omega_{1,2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} - \gamma \frac{M \cdot m}{R_0} = \frac{m v_{1,2}^2}{2} - \gamma \frac{M \cdot m}{R_{1,2}}$$

$$R_{1,2} = \dots$$

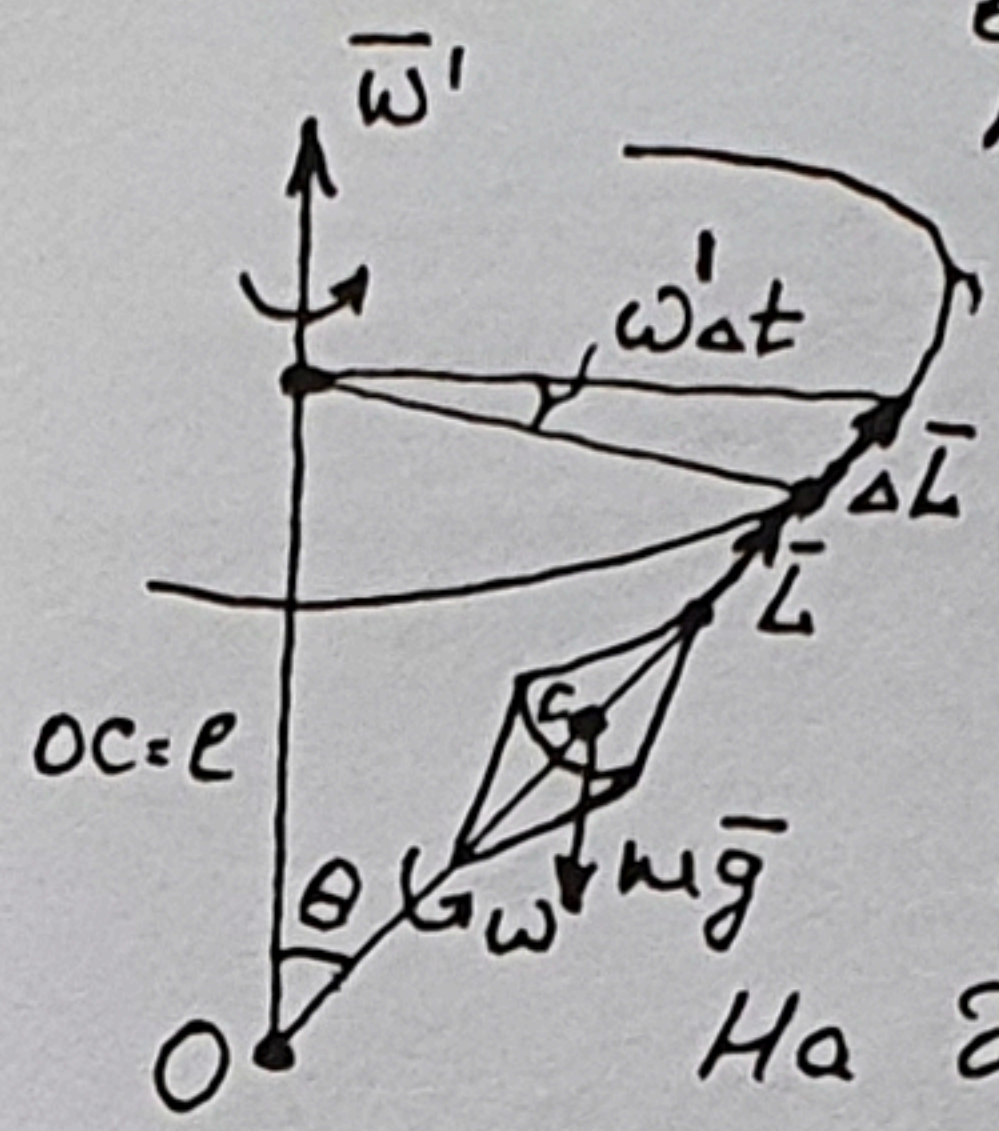
$$v_{1,2} = \dots$$

Закон зміни моменту імпульсу

$$\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t$$

момент імпульсу \vec{L} тіла (системи) може змінитись тільки під дією моменту зовнішніх сил (справдливо і для НІСВ, але треба врахувати моменти сил інерції)

Прецесія - рух дзиги - при якому її вісь описує конус навколо вертикалі з деякою кутовою швидкістю ω' - цей рух пояснюється законом зміни моменту імпульсу



Відносно т. О момент імпульсу \vec{L} прецесуючої дзиги є векторною сумою \vec{L}_ω - моменту імпульсу дзиги відносно власної осі і \vec{L}' - моменту імпульсу дзиги зумовленого прецесією $\vec{L} = \vec{L}_\omega + \vec{L}'$ де $L_\omega = J \cdot \omega$ якщо $\omega \gg \omega'$ $L_\omega \gg L'$ тоді $L = L_\omega = J \cdot \omega$

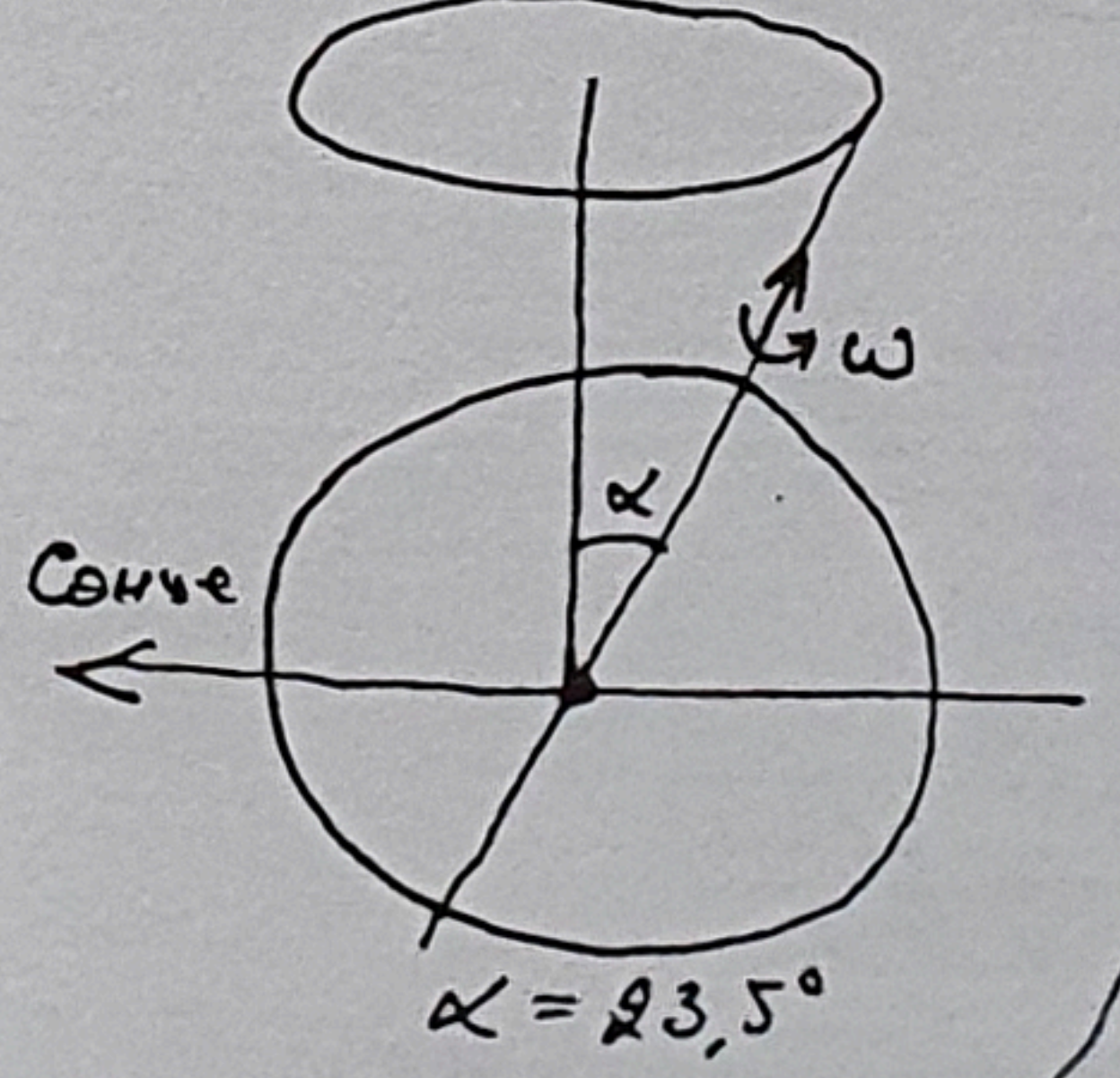
На дзигу діє момент сили тяжіння $m \vec{g}$ (зовнішня сила) тоді з $\Delta \vec{L} = \vec{M} \cdot \Delta t \rightarrow$ напрям $\Delta \vec{L}$ і \vec{M} співпадають але $\vec{M} \perp \vec{L} \rightarrow \Delta \vec{L} \perp \vec{L} \rightarrow$ вектор \vec{L} буде повертатись разом з \vec{M} навколо вертикальної осі - дзига прецесує

З малюнку $\Delta L = L \cdot \sin \theta \cdot \omega' \cdot \Delta t = J \cdot \omega \cdot \sin \theta \cdot \omega' \cdot \Delta t$
імпульс моменту сили тяжіння $\vec{M} \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta \cdot \Delta t$

З закону зміни моменту імпульсу $\Delta L = \vec{M} \cdot \Delta t \rightarrow J \cdot \omega \cdot \sin \theta \cdot \omega' \cdot \Delta t = m \cdot g \cdot l \cdot \sin \theta \cdot \Delta t$

$$\omega' = \frac{m g l}{J \omega} \text{ - кутова швидкість прецесії дзиги (гіроскопа)}$$

Земля прецесує - це пояснюється наявністю моменту сили всесвітнього тяжіння, що діє на Землю з боку Сонця, відносно Сонця (Земля не сфера)



Період прецесії Землі $T \approx 26000$ років

Гіроскоп - масивне симетричне тіло, що обертається з великою кутовою швидкістю, навколо своєї осі симетрії (дзига, планети, снаряди, ротори турбін...)

Гіроскоп - складова частина авіагоризонта, автопілота, системи наведення ракет тощо.

Гіроскоп підвішений у кардановому підвісі - вільний гіроскоп. Фізична основа його властивостей - прояв закону збереження моменту імпульсу. Основа властивість - вільний гіроскоп зберігає напрям своєї осі обертання.

Гіроскопічний ефект - виникнення гіроскопічних сил при вимушеному обертанні осі гіроскопа - використовують в гірокомпасах, в гіроскопічних заспокоювачах катки кораблів, гіроскопічних стабілізаторах тощо.

Закони збереження енергії, імпульса і моменту імпульса тісно пов'язані з основними властивостями простору і часу

енергії - однорідність часу (рівнозначність всіх моментів часу).
 імпульсу - однорідність простору (однаковість властивостей простору у всіх точках).
 моменту імпульсу - ізотропія простору (однаковість властивостей простору по всіх напрямках).

Закони збереження отримані з законів Ньютона, але вони більш загальні ніж закони Ньютона (залишаються справедливими, навіть тоді, коли з-ни Н. порушуються) Закони збереження строго виконуються і в релятивістській області.

Аналогія між величинами що характеризують рух

<u>Поступальний</u>	<u>Обертальний</u>
x - координата	φ - кут
$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \dot{x}$ - швидкість	$\bar{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \dot{\varphi}$ - кутова швидкість
$\bar{a} = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \ddot{x}$ - прискорення	$\bar{\beta} = \frac{\Delta \bar{\omega}}{\Delta t} = \ddot{\varphi}$ - кутове прискорення

$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$ $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta t^2}{2}$

$2 a s = v^2 - v_0^2$ $2 \beta \Delta \varphi = \omega^2 - \omega_0^2$

m - маса $J = m R^2$ момент інерції точки
 \bar{F} - сила $(J = J_0 + m R^2 - \text{теорема Штейнера})$
 $\bar{F} = m \bar{a}$ $\bar{M} = [R \cdot \bar{F}]$ - момент сил
 $\bar{F} \Delta t = \Delta \bar{p}$ $\bar{M} \Delta t = \Delta \bar{L}$
 $\bar{p} = m \bar{v}$ імпульс тіла $\bar{L} = [R \cdot \bar{p}]$ - момент імпульса тіла

$\bar{p} = \text{const}$ $m \bar{v} = \text{const}$ $\bar{L} = \text{const}$ $J \bar{\omega} = \text{const}$

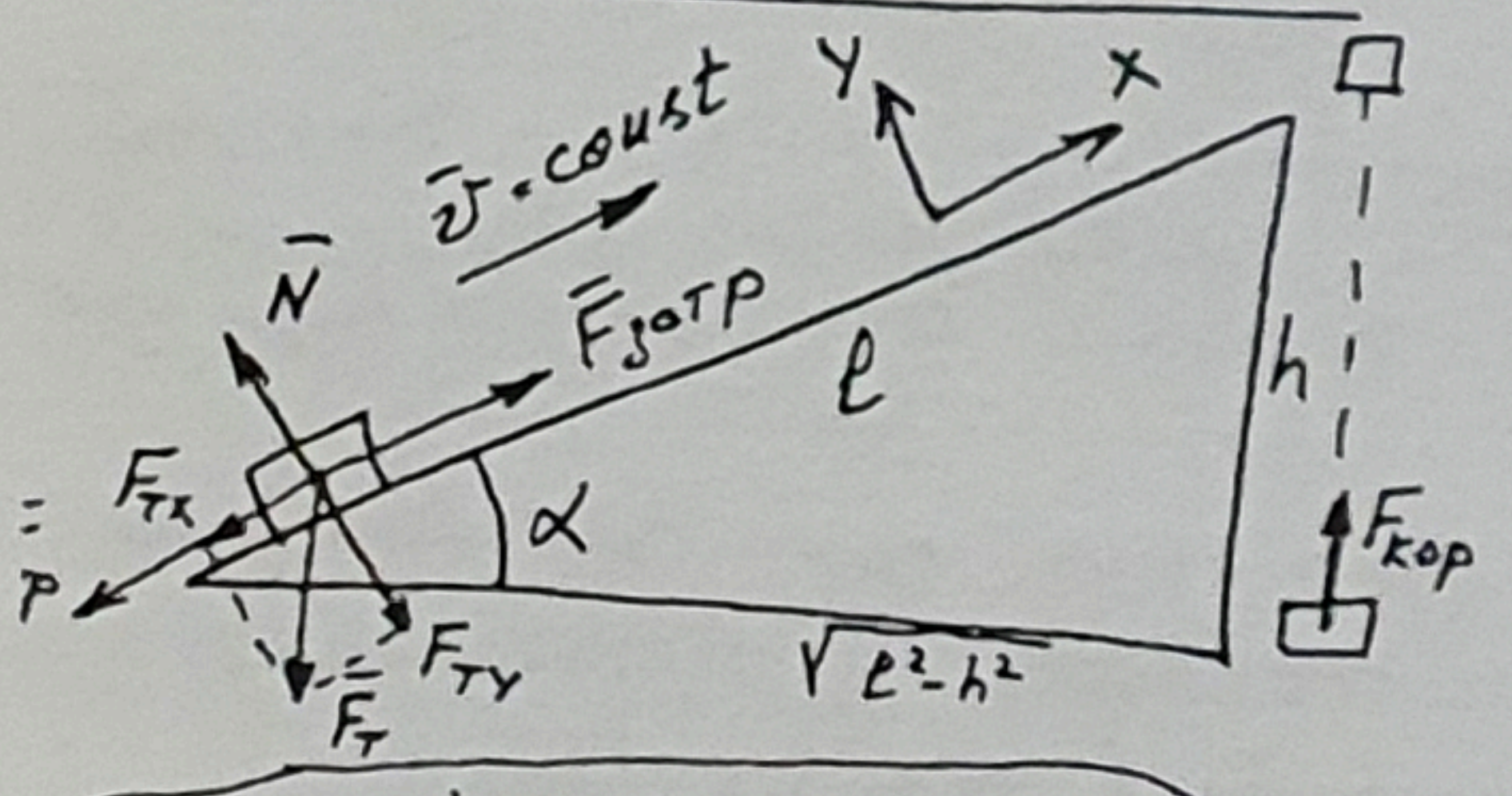
З-н збереження
 1. $\sum \bar{F}_{\text{зовн}} = 0$
 2. $\sum F_{x, \text{зовн}} = 0$
 3. $\Delta t \rightarrow 0$ $F_{\text{зовн}} \ll F_{\text{внутр}}$

Кінетична енергія
 $K_{\text{пост.}} = \frac{m v^2}{2}$ $K_{\text{об.}} = \frac{J \omega^2}{2}$
 $K = \frac{m v^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}$

η - К.К.Д. (коефіцієнт корисної дії)

$\eta = \frac{A_{\text{кор.}}}{A_{\text{затр.}}} = \frac{N_{\text{кор.}}}{N_{\text{затр.}}}$ - К.К.Д. - дорівнює відношенню корисної роботи до затратеної

η - похилі площини



$OY: N = F_{Ty} = mg \cos \alpha = mg \frac{\sqrt{v^2 - h^2}}{l}$
 $Ox: F_{\text{затр}} = F_{Tx} + F_{\text{тр}} = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha = mg \left(\frac{h}{l} + \mu \frac{\sqrt{v^2 - h^2}}{l} \right)$
 $A_{\text{затр.}} = F_{\text{затр}} \cdot l = mg (h + \mu \sqrt{v^2 - h^2})$
 $A_{\text{кор.}} = F_{\text{кор.}} \cdot h = mgh$

$\eta = \frac{mgh}{mg(h + \mu \sqrt{v^2 - h^2})} = \frac{1}{1 + \mu \frac{\sqrt{v^2 - h^2}}{h}} = \frac{1}{1 + \mu \cdot \text{ctg} \alpha}$

$\sin \alpha = \frac{h}{l}$ $\text{tg} \alpha = \frac{h}{\sqrt{v^2 - h^2}}$
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{v^2 - h^2}}{l}$ $\text{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{v^2 - h^2}}{h}$

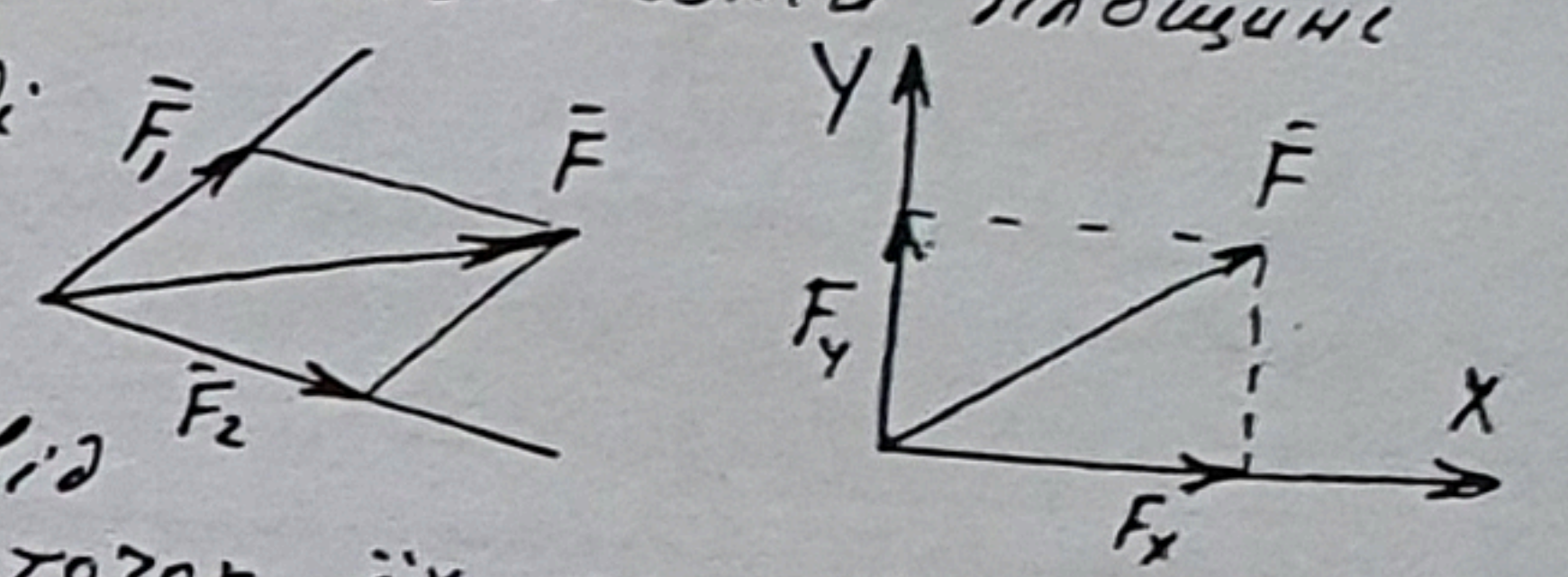
СТАТИКА - вивчає умови рівноваги тіл

Рівновагою тіла називають такий стан, коли всі прискорення тіла (лінійне-а, кутове- β) рівні нулю. При цьому тіло може перебувати у спокої, рухатись рівномірно або рівномірно обертатись.

Умова рівноваги матеріальної точки - геометрична сума всіх зовнішніх сил прикладених до точки дорівнює нулю

$\sum \bar{F}_{\text{зовн}} = 0$ або $\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$

1. Точку прикладання сили можна переносити вздовж лінії дії
2. Сили додаються за правилом паралелограма
3. Дві сили під кутом не зрівноважуються
4. Три сили зрівноважуються, якщо лежать в одній площині і утворюють трикутник
5. Розкладання сили \bar{F} на складові по заданим напрямкам



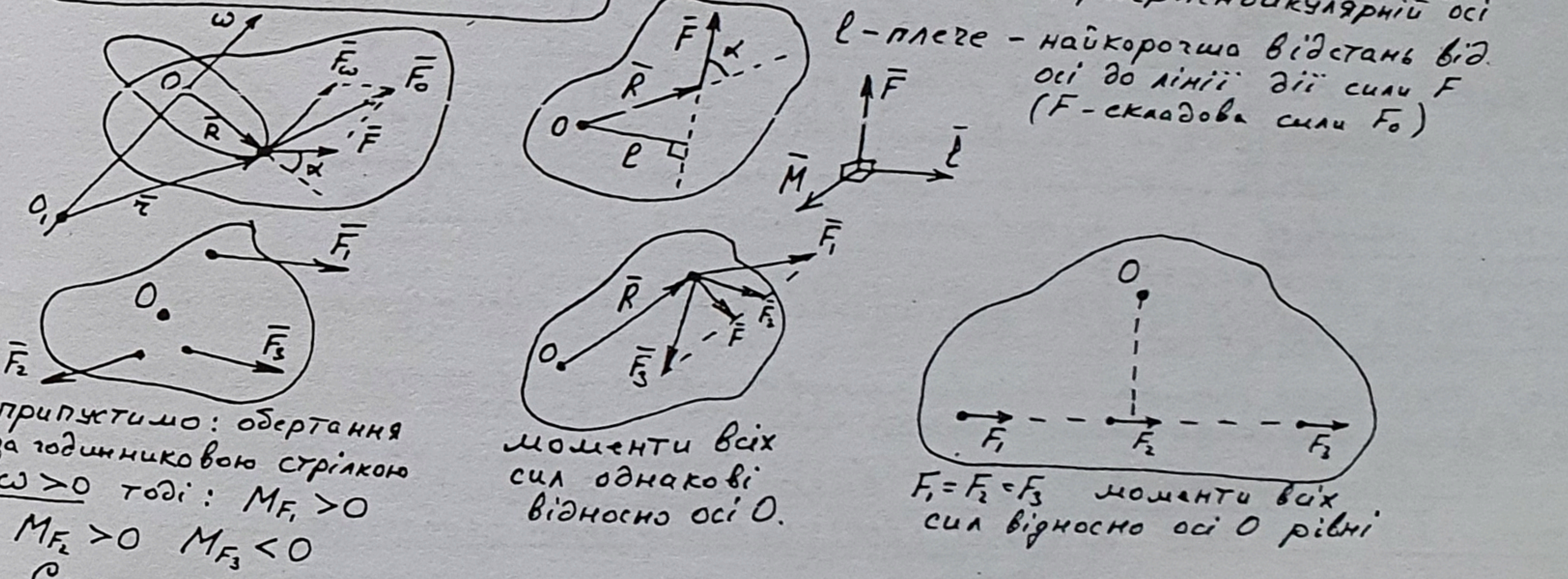
Рівновага, т.т. залежить не тільки від модулів і напрямків сил, але і від того як їх прикладання

Умова рівноваги т.т. $\sum \bar{F} = 0$ $\sum \bar{M} = 0$ сума моментів всіх зовнішніх сил, відносно будь якої осі, що проходить через будь яку точку O, рівна нулю.

Осі X, Y, Z і точку O вибирають довільно (з міркувань зручності)

Момент сили відносно осі - векторний добуток радіус вектора сили \bar{R} відносно осі на складову цієї сили \bar{F} , розташовану в площині, перпендикулярній осі

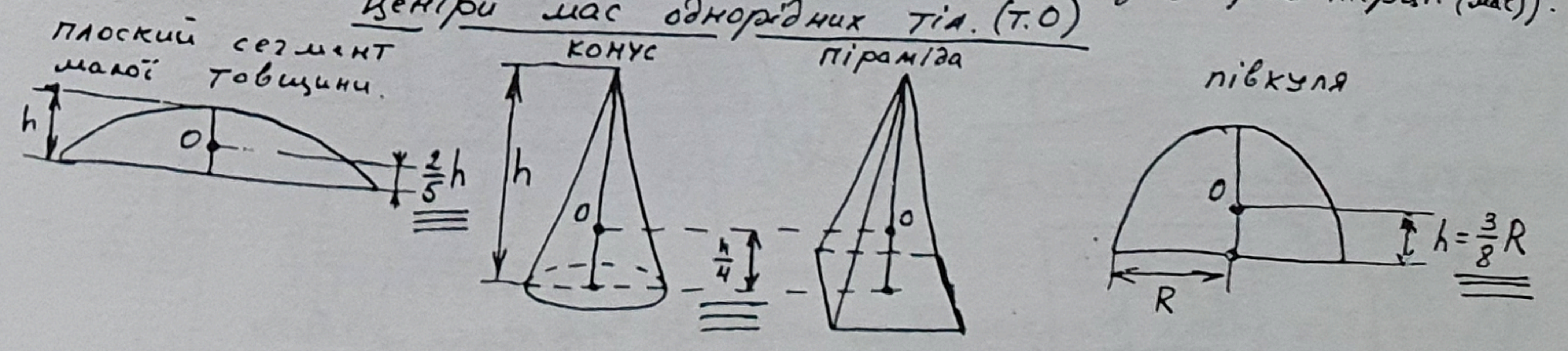
$\bar{M} = [\bar{R} \cdot \bar{F}]$ $M = l \cdot F$
 $M = R \cdot F \sin \alpha$ $l = R \sin \alpha$ - плече



прихитимо: обертання за годинниковою стрілкою $\omega > 0$ тоді: $M_{F1} > 0$
 $M_{F2} > 0$ $M_{F3} < 0$

Сила, момент якої відносно даної осі рівний нулю, не викликає обертання навколо цієї осі. Приклад: сила тяжіння не викликає обертання тіл навколо осей проведених через центр ваги (тяжіння)

Центр ваги - точка до якої прикладена рівновійна всіх сил тяжіння діючих на окремі малі об'єми тіла. (в однорідному полі тяжіння центр ваги співпадає з центром інерції (мас)).
 Центри мас однорідних тіл. (т.о.)



Додавання паралельних сил (важіль 1-го роду)
 Відносно осі O $M_1 + M_2 = 0$ $-F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 = 0$ $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$
 $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$ $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
 ① $F = F_1 + F_2$
 ② F співнаправлена з F_1 і F_2
 ③ точка прикладання...

Додавання антипаралельних сил (важіль 2-го роду)
 Відносно осі O $M_1 + M_2 = 0$ $F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = 0$ $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$
 $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$ $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$
 ① $F = F_1 - F_2$
 ② F співнаправлена з F_1 ($F_1 > F_2$)
 ③ точка прикладання...

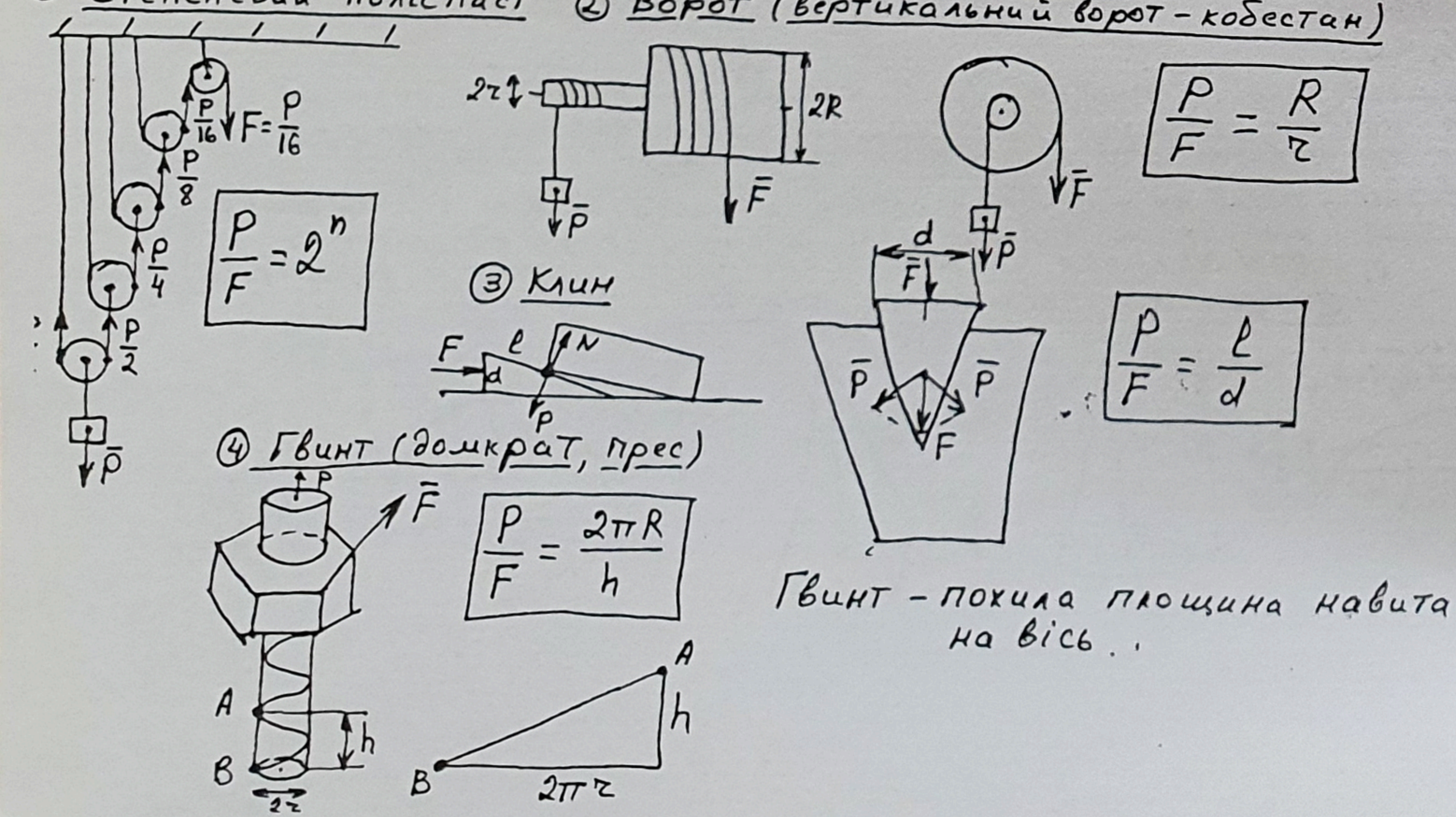
Пара сил - система двох рівних за модулем і протилежно направлених сил
 ① пара сил не має рівнодійної
 ② пара сил характеризується моментом сил, який не залежить від положення осі обертання
 $\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$

Умови руху Т.Т - переносять сили у напрямі їх дії, проводять їх додавання, яке можна звести до сили \vec{F} , прикладеної до центра мас і пари сил:
 ① якщо є тільки \vec{F} - то тіло рухається поступально
 ② якщо є тільки пара сил - то тіло обертається навколо осі, що проходить через центр мас і \perp площині пари сил.
 ③ якщо є і сила \vec{F} і пара сил - тіло рухається поступально, одночасно обертається (вісь як і в ②)

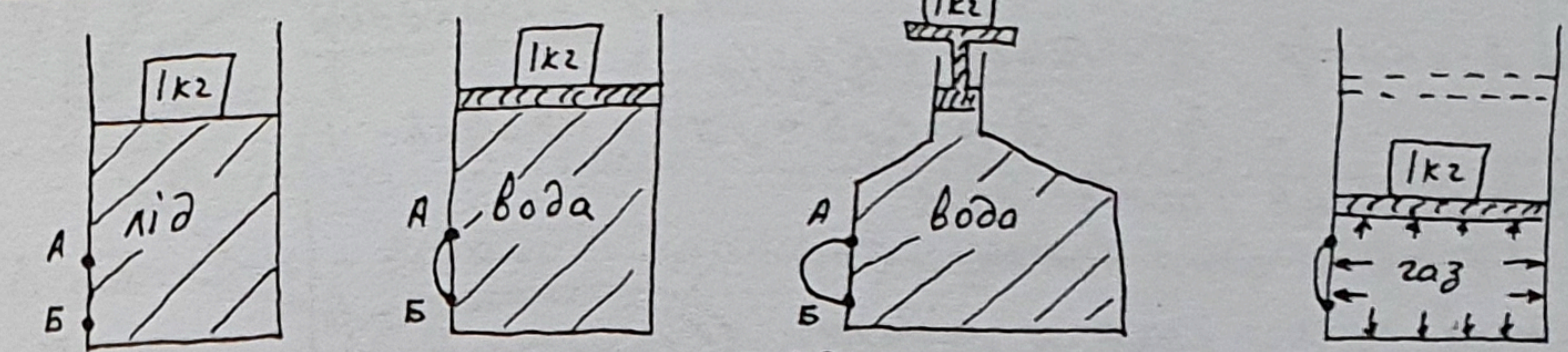
Види рівноваги

При виведенні тіла з положення рівноваги можливо:
 I **Стійка рівновага** - тіло самовільно повертається до рівноваги ④ (мінімальна потенціальна енергія - при зміщенні центр мас піднімається)
 II **Нестійка рівновага** - тіло безповоротно виводиться з рівноваги ② (центр мас опускається)
 III **Байдужа рівновага** - тіло залишається в новому положенні рівноваги ①, ③
 Стійке положення тіла на підставці умовне - воно виявляється доти, поки сила ваги не вийде за межі площі опори

Прості механізми - виграти у силі



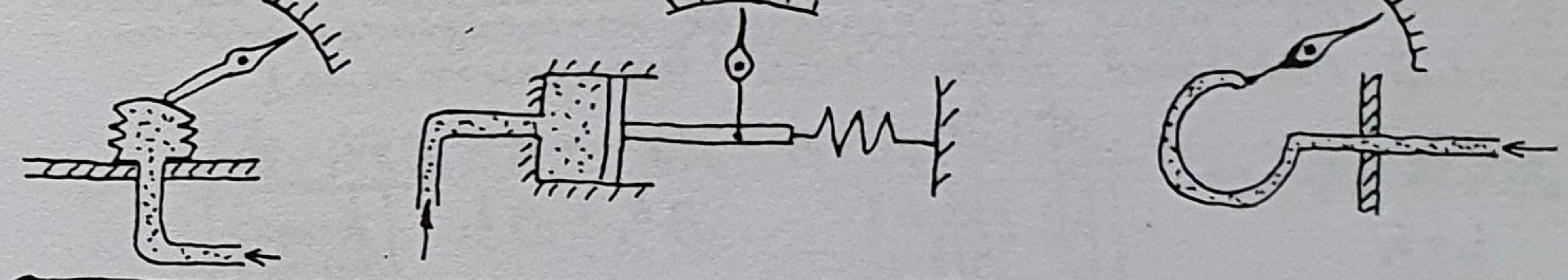
К-35	Форма	Об'єм	Густина молекула	Густина	Рух молекул	Сили взаємодії молекул
Тверді тіла	зберігає	зберігає	кристалічна решітка (впритул)	$\sim 10^3 \frac{кг}{м^3}$	коливання повороти	дуже великі
Рідини	(текучі) форма посудини	зберігає	хаотичне (впритул)	$\sim 10^3 \frac{кг}{м^3}$	коливаюно-поступальний	великі
Газу	не зберігає (леткі)	не зберігає	хаотичне $d > (5+10)d_0$	$\sim 1 \frac{кг}{м^3}$	поступальний $v \sim 10^2 \frac{м}{с}$	незначні



Зовнішню дію на межі рідини чи газу характеризують не вектором сили \vec{F} , а створеним цією силою тиском P (скаляр)
 $P = \frac{F}{S}$ - тиск - відношення модуля нормальної складової вектора сили F до площі ділянки поверхні S
 $P = [1 \frac{Н}{м^2} = 1 Па]$ (паскаль) одиниці тиску:

$1 атм = 101,3 кПа = 1,013 бар = 1,033 ат = 760 тор = 760 мм.рт.ст.$

Вимірювання тиску - манометр = датчик тиску + показчик (мембранні, поршневі, п'єзодатчики - еластичні...)

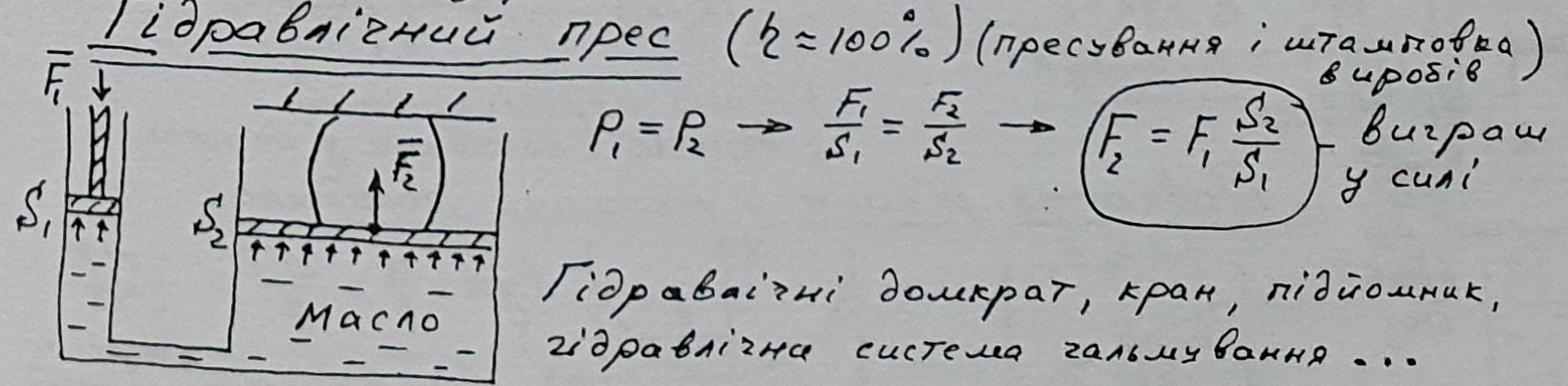


Закон Паскаля - тиск, що створюється на рідину або газ, передається без жодних змін у всі точки об'єму і у всіх напрямках

Пояснення закону Паскаля ґрунтується на аналізі руху молекула рідини чи газу
 З-н Паскаля - наслідок повної хаотичності руху молекула в однорідних рідинах чи газах

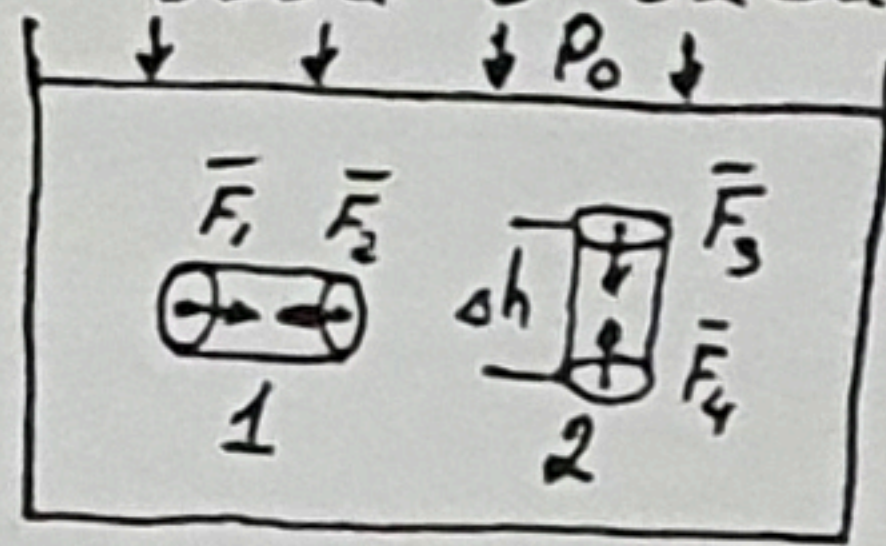
Порушення однорідності - порушення закону
 Зауваження: з формулювання закону Паскаля зовсім не випливає висновок про те, що тиск у всіх точках нерухомого об'єму рідини чи газу однаковий

Внутрішній тиск у рідині чи газі - скалярна величина, що визначається густиною ρ їх енергії (Підвищення температури газу веде до збільшення енергії руху молекула і пропорційного зростання тиску газу).



K-36 Рідина в однорідному полі тяжіння.

Вільна поверхня рідини займає у нерухомій посудині горизонтальне положення ($\perp \vec{g}$) (теглярський рівень, поверхня води в океані викривлена по формі Землі).



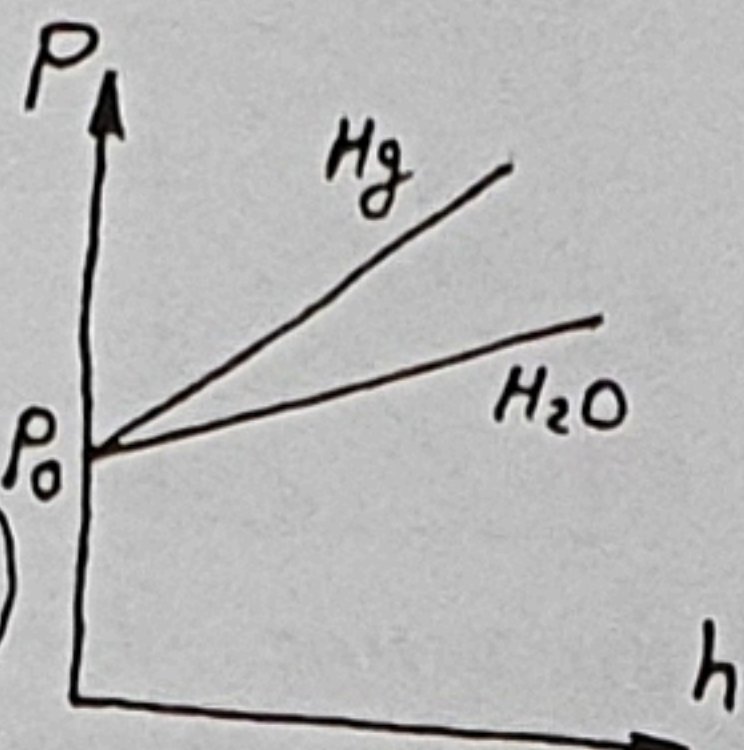
Рідина у рівновазі

1-циліндр $F_1 = F_2 \rightarrow P_1 = P_2$ - тиск у всіх точках на горизонталі в однорідній рідині однаковий
 2-циліндр $F_4 = F_3 + mg = F_3 + \rho Vg$
 $F_4 - F_3 = P_4 \Delta S - P_3 \Delta S = \rho g V = \rho g \Delta S \Delta h$

$\Delta P = \rho g \Delta h$ - різниця тисків двох точок на одній вертикалі

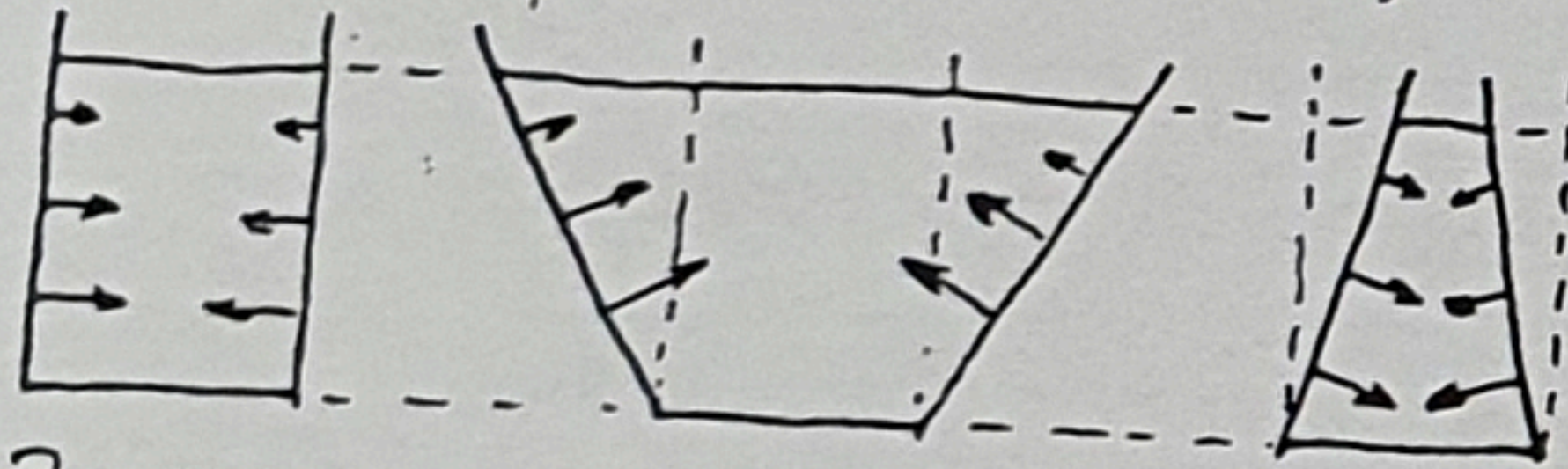
Гідростатичний тиск - тиск у рідині зумовлений її вагою (не залежить від напрямку)

$P = \rho g h$

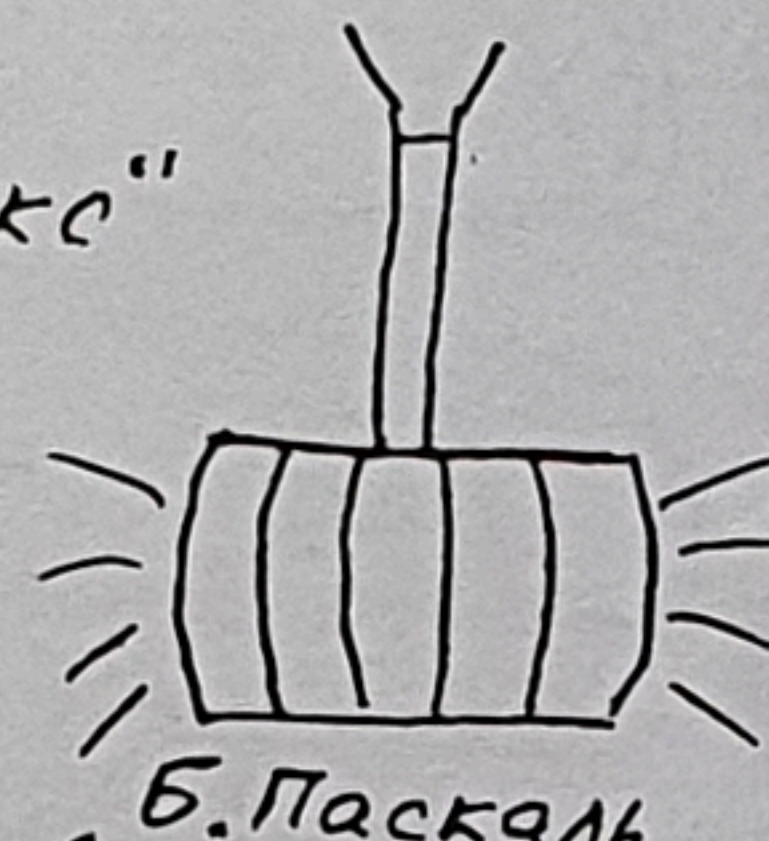


Сила дії на дно посудини - $F = P \cdot S = \rho g h S$

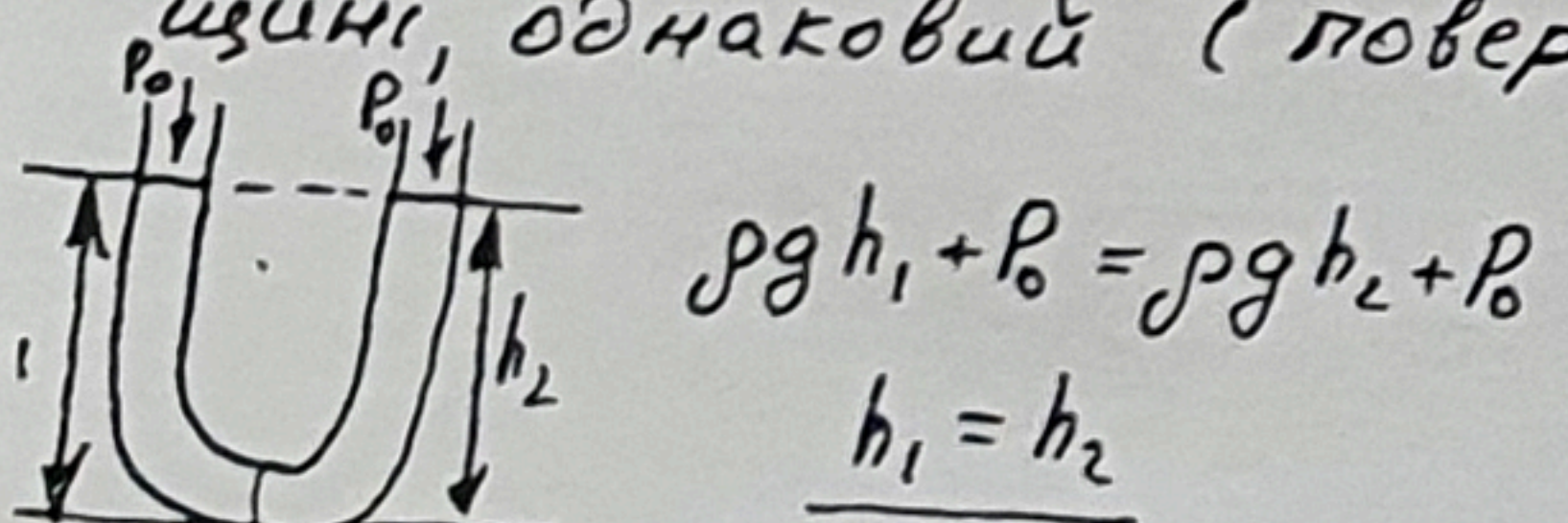
визначається лише площею дна і висотою рівня рідини, не залежить від маси рідини - "гідростатичний парадокс"



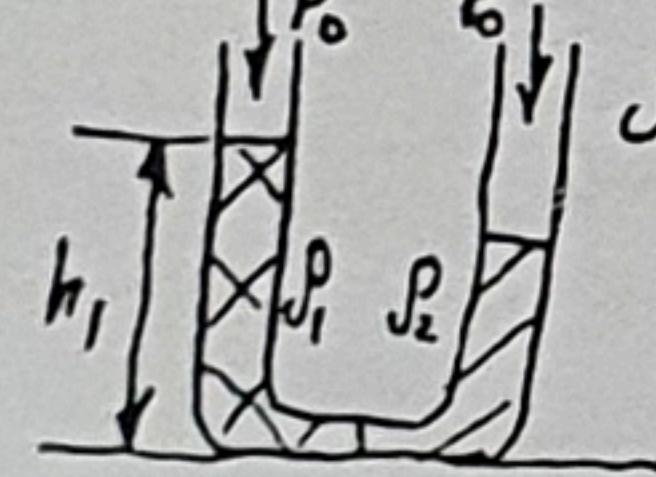
Сила тиску на дно різних посудин (при $V_1 = V_2 = V_3$) однакова - це пояснюється дією стінок посудин на рідину



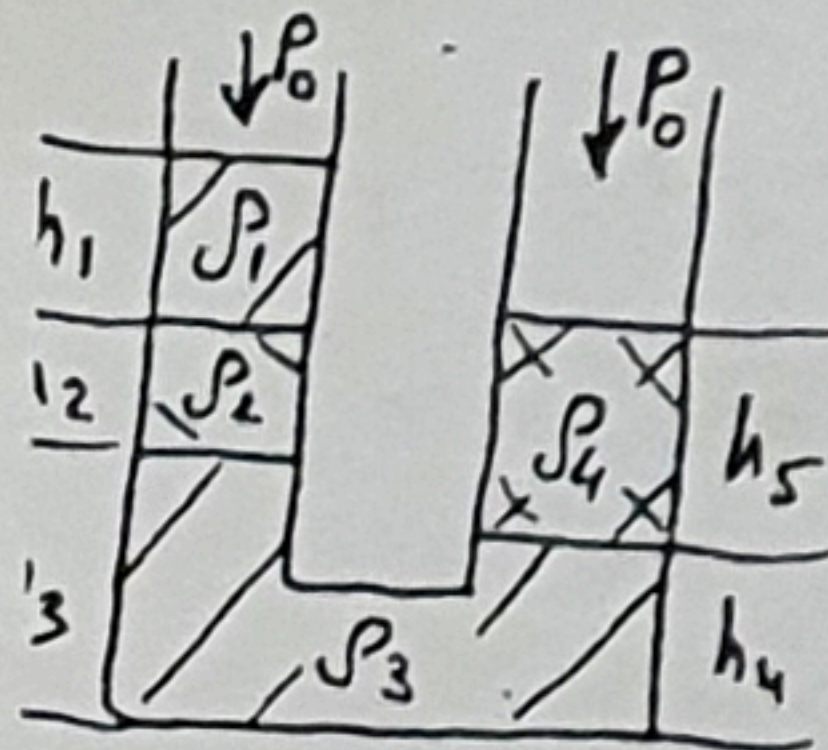
Закон сполучених посудин - однорідна рідина встановлюється так, що тиск у всіх точках, розташованих на горизонтальній площині, однаковий (поверхня рівних тисків горизонтальна).



$\rho g h_1 + P_0 = \rho g h_2 + P_0$
 $h_1 = h_2$

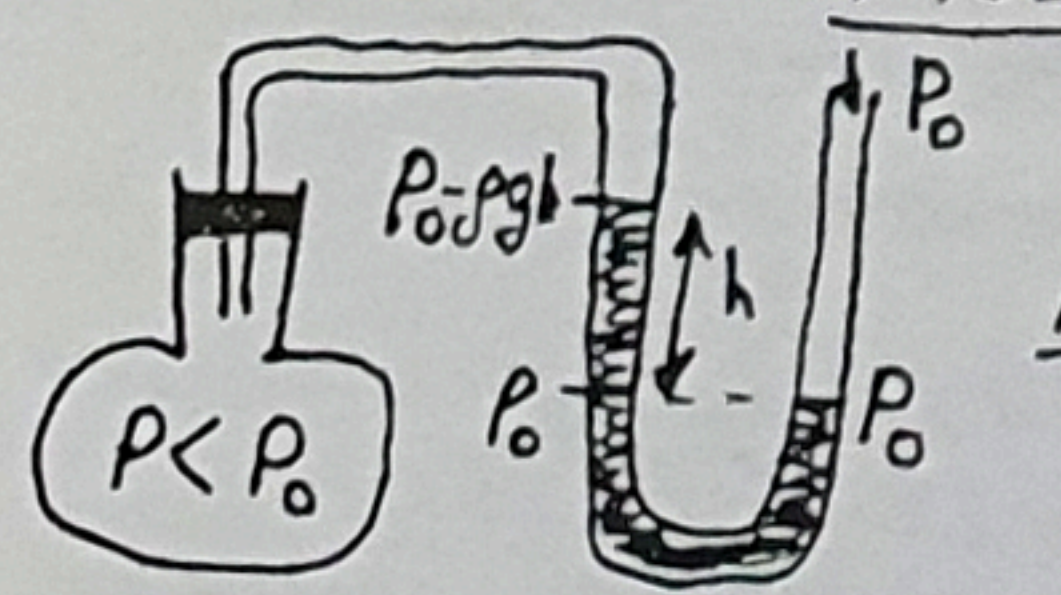


$\rho_2 > \rho_1$
 $\rho_1 g h_1 + P_0 = \rho_2 g h_2 + P_0$
 $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$
 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$

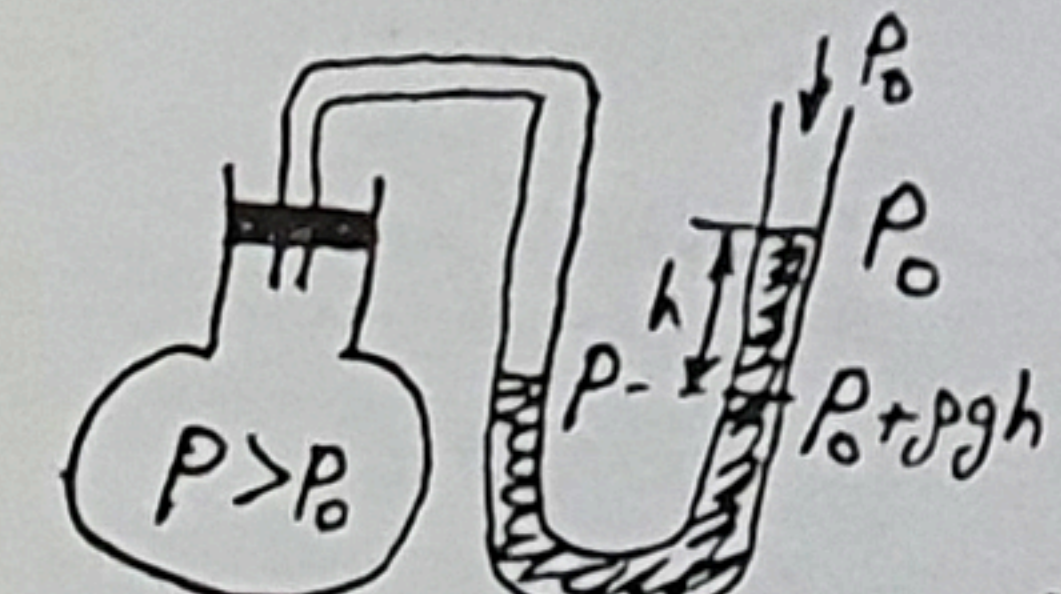


якщо рідини різні - тоді для довільного спільного рівня нижньої рідини
 $\rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3 + P_0 = \rho_3 g h_4 + \rho_4 g h_5 + P_0$

Рідинний манометр

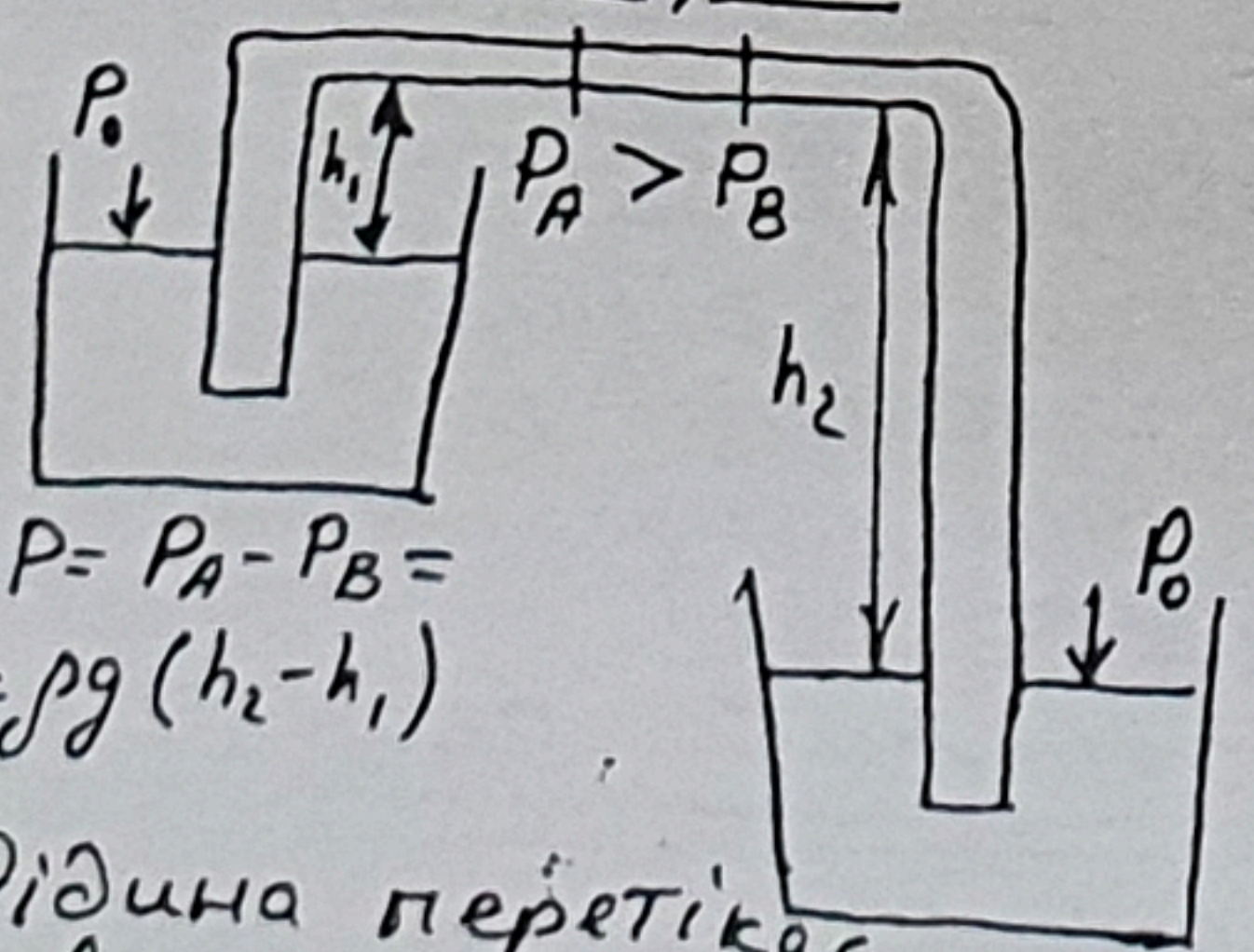


$P + \rho g h = P_0$
 $P = P_0 - \rho g h$



$P_0 + \rho g h = P$
 $P = P_0 + \rho g h$

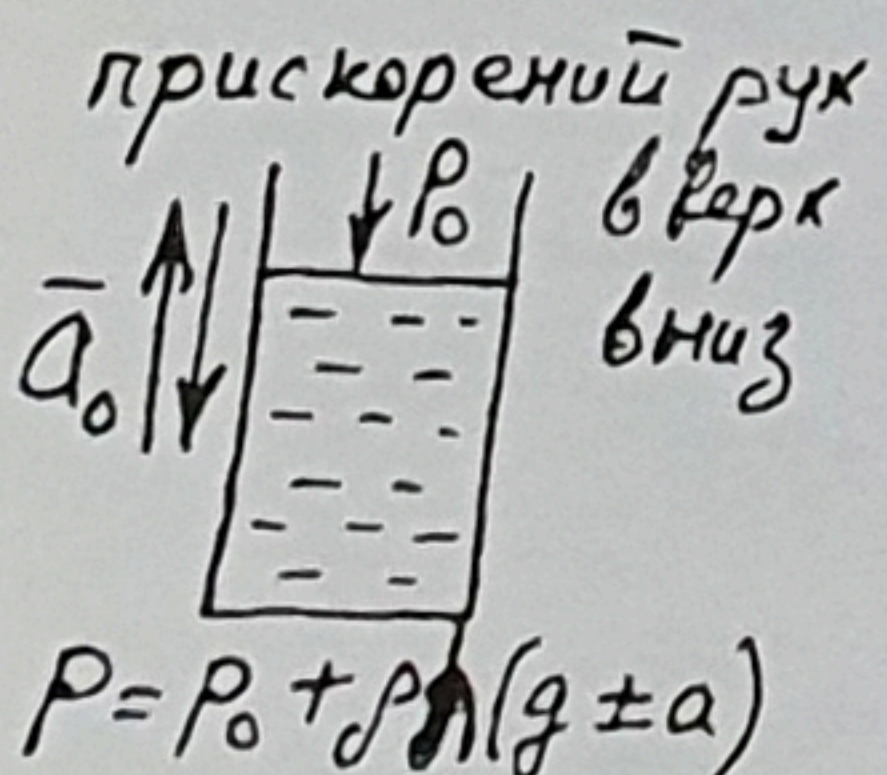
Сифон



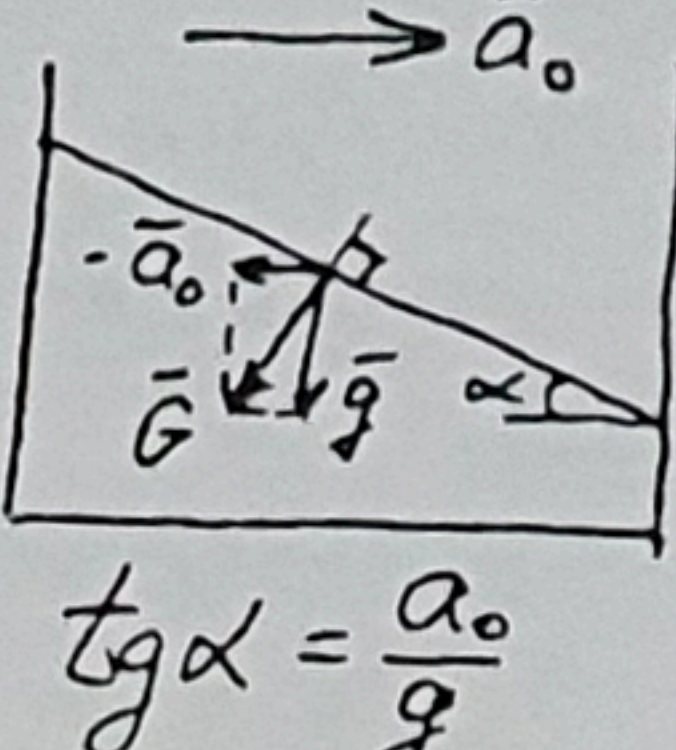
$\Delta P = P_A - P_B = \rho g (h_2 - h_1)$

Рідина перетікає з верхньої посудини у нижню.

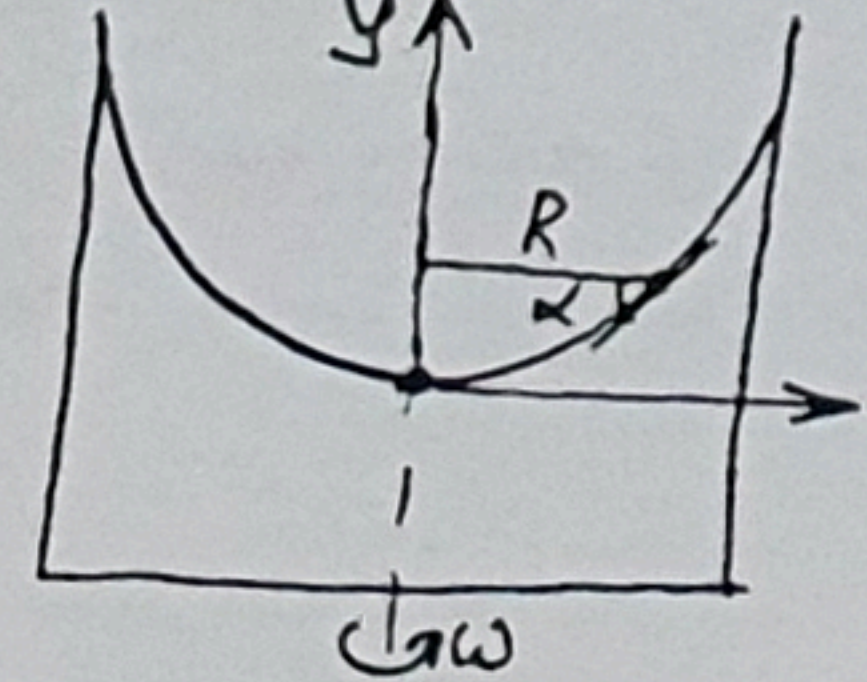
Поверхня рідини у рухомих посудинах



$P = P_0 + \rho g (g \pm a)$



$tg \alpha = \frac{a_0}{g}$



$tg \alpha = \frac{a}{g} = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{4\pi^2 R}{g T^2}$

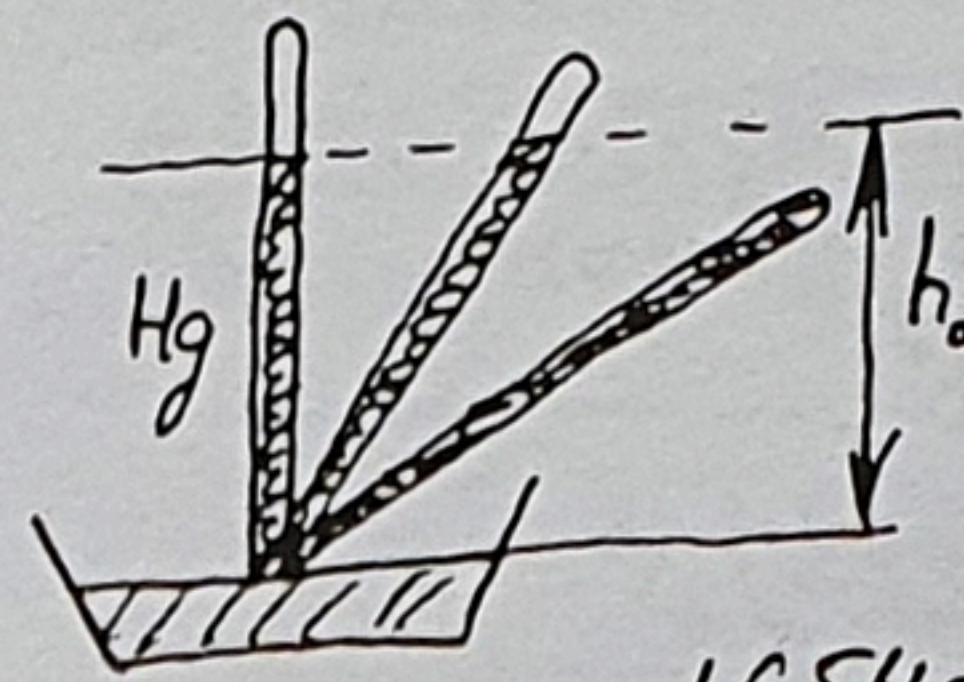
$y = \frac{2\pi^2}{g T^2} x^2$ - поверхня параболоїд обертання

K-37

Атмосфера - газова оболонка, що оточує Землю

Повітря - суміш газів $\rightarrow 78\% N_2 + 21\% O_2 + (H_2O + CO_2 + \dots)$

Атмосферний тиск зумовлений власною вагою повітря



1643р. Е. Торрічеллі - ртутний барометр

$P_0 = \rho g h = 101325 \text{ Па} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} = 1 \text{ атм} = 760 \text{ мм.рт.ст.}$

$1 \text{ мм.рт.ст.} = 133,3 \text{ Па}$

1654р. О. Геріке - "Магдебурзькі досліди"

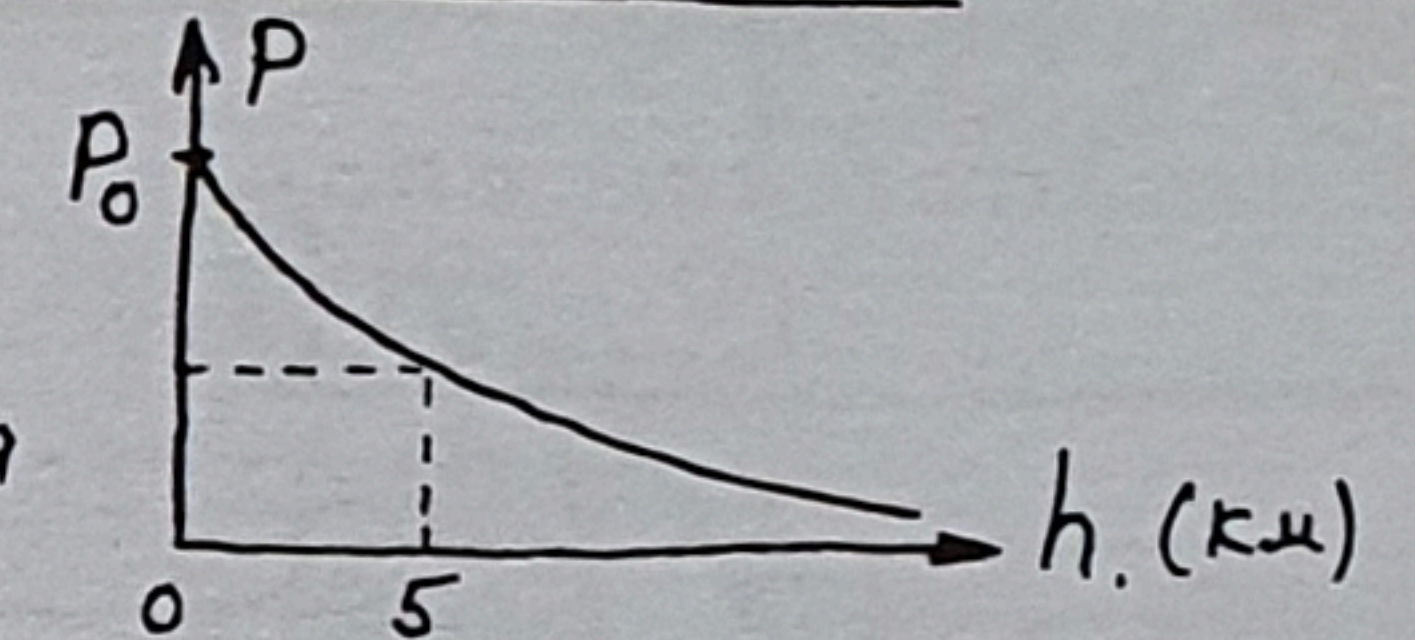
Б. Паскаль - водяний барометр, залежність P від h .

Залежності атмосферного тиску від висоти

$P = P_0 e^{-\frac{\rho g h}{P_0}}$

для $h = 5 \text{ км}$

$P = 0,53 P_0$

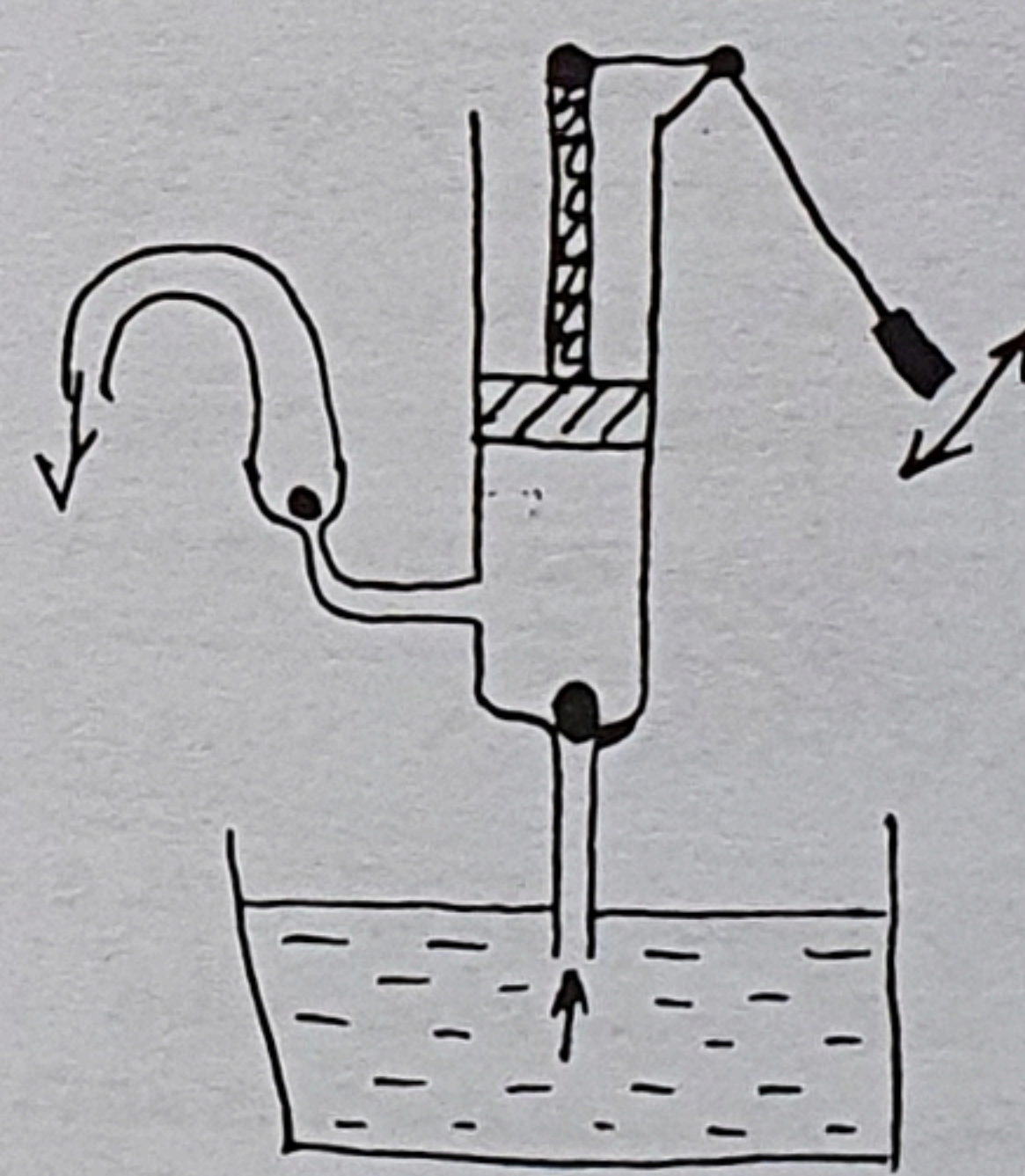


Густина повітря швидко зменшується з збільшенням висоти над поверхнею

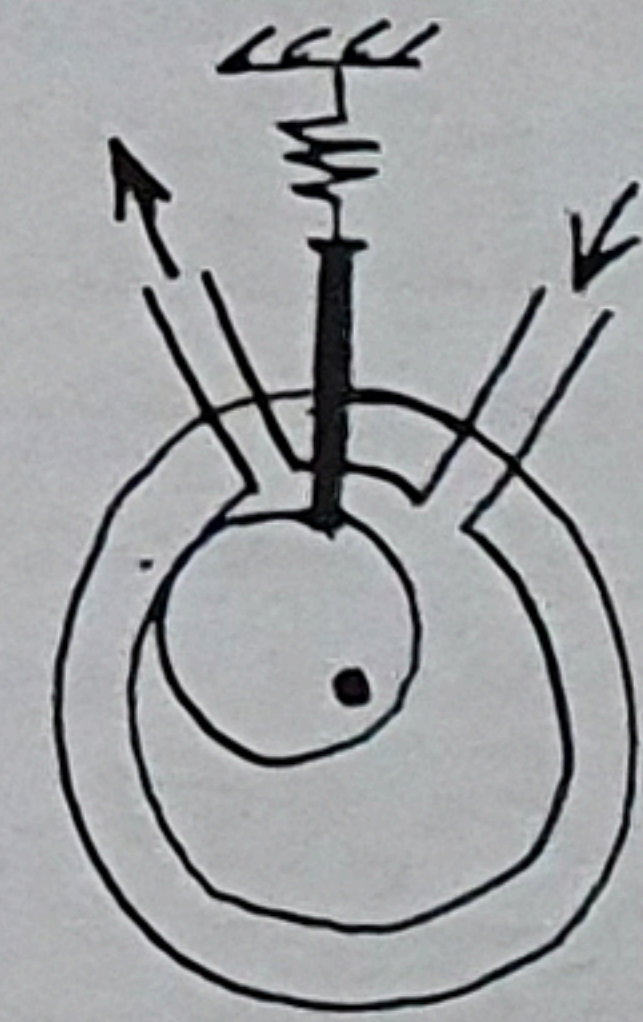
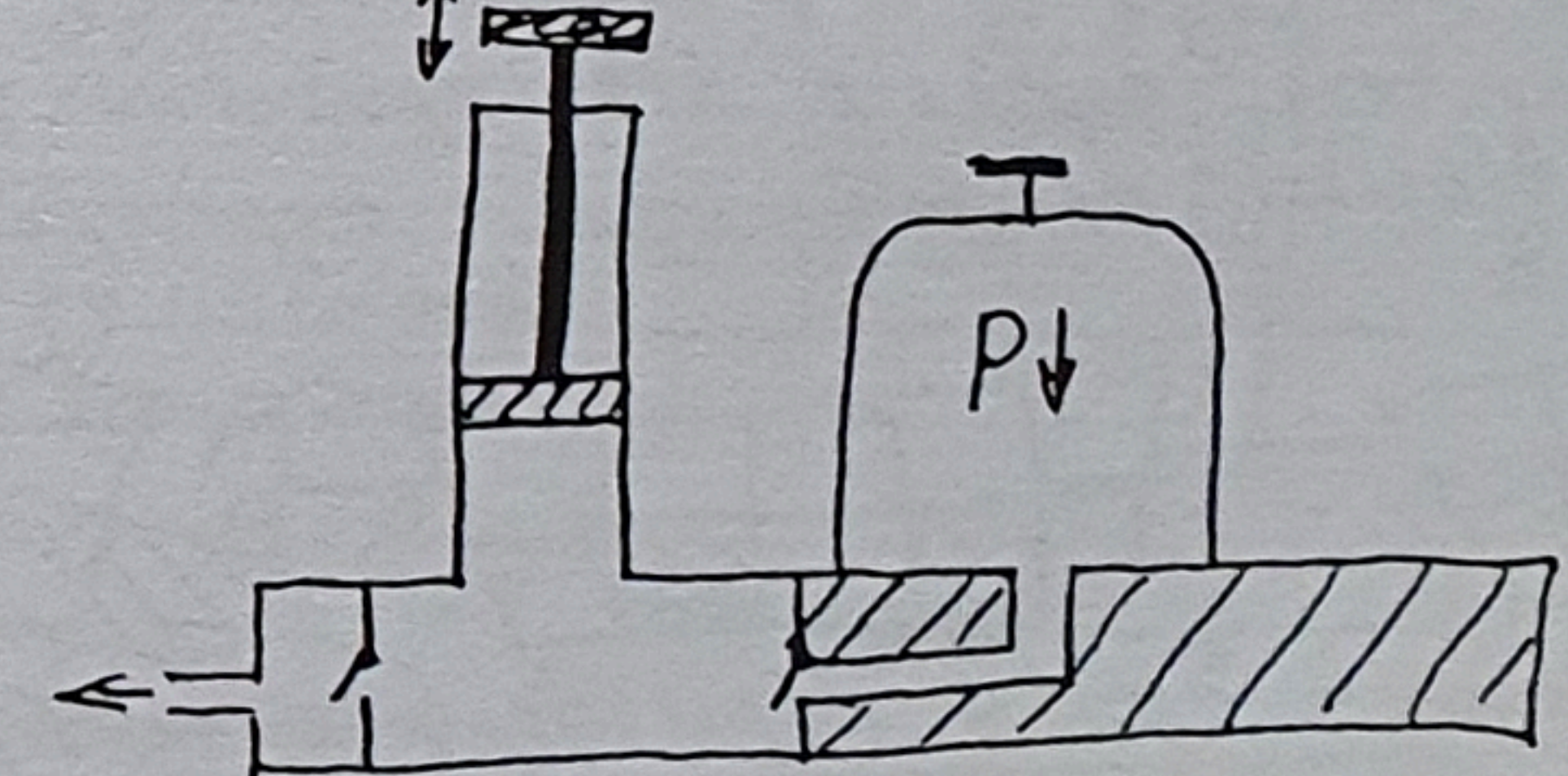
Землі - відповідно зменшується концентрація молекул $n = \frac{N}{V}$ яка і визначає тиск газу ($P = nkT$)

Барометр-анероїд - гутливий елемент - металічна коробочка з якої частково відкачано повітря

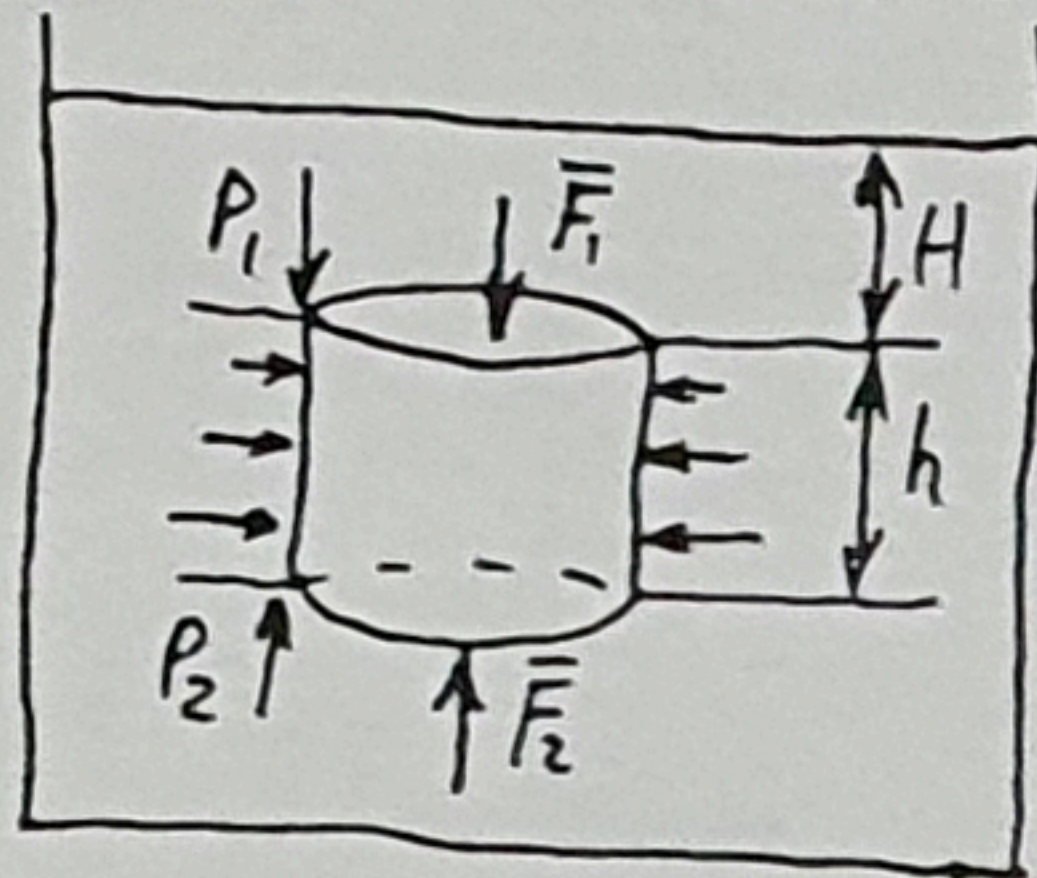
Помпа



Розріджувальні помпи



Закон Архімеда На кожне занурене у рідину (чи газ) тіло діє висхідна сила, що чисельно дорівнює вазі витісненої тілом рідини (чи газу); напрямлена вертикально вгору з центра тяжіння витісненого об'єму рідини (чи газу)



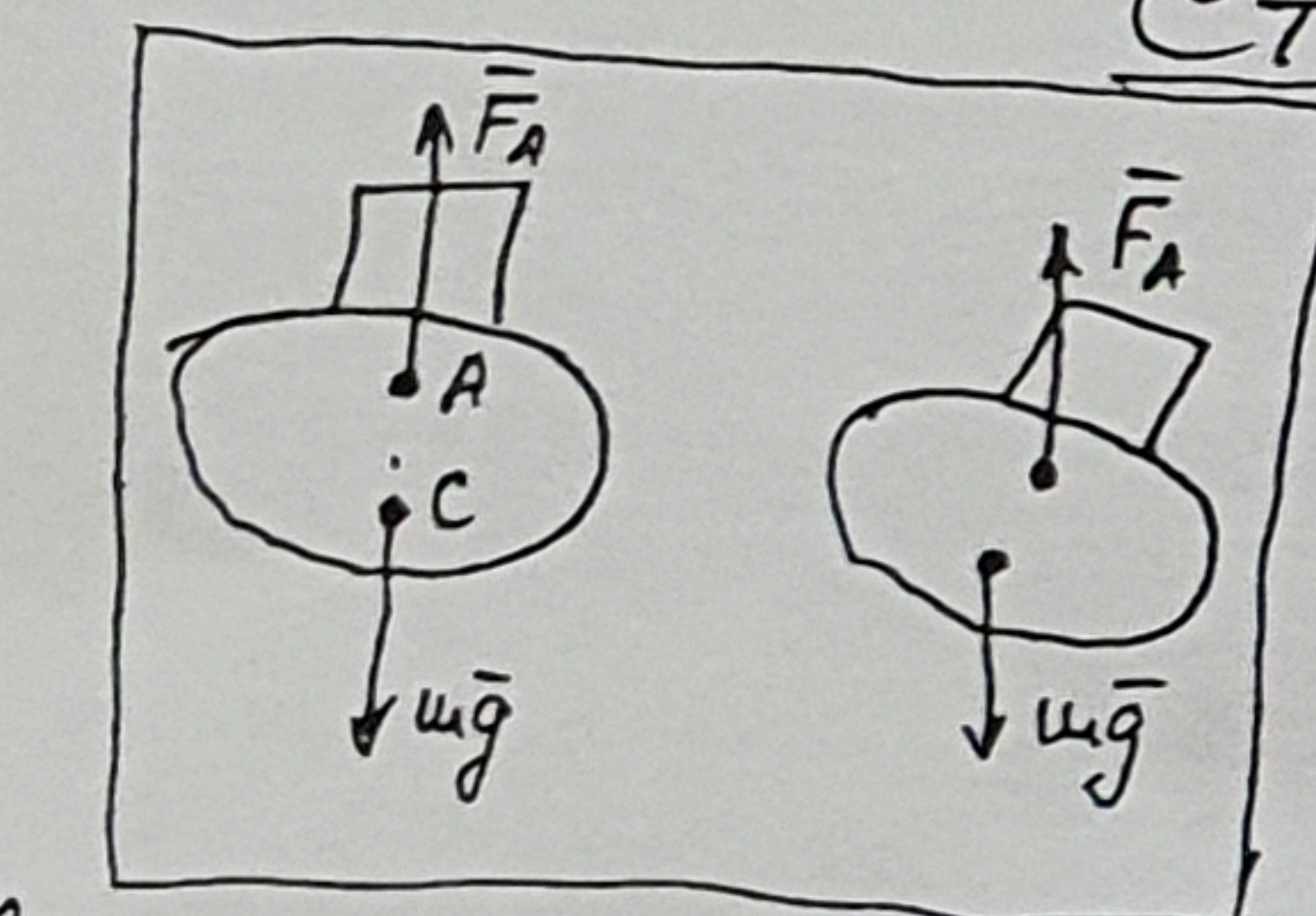
Сила Архімеда - результат додавання безлічі сил, прикладених до поверхні тіла з боку оточуючої речовини

$$P_1 = P_0 + \rho g H \quad F_1 = P_1 S = (P_0 + \rho g H) S$$

$$P_2 = P_0 + \rho g (H+h) \quad F_2 = P_2 S = (P_0 + \rho g H + \rho g h) S$$

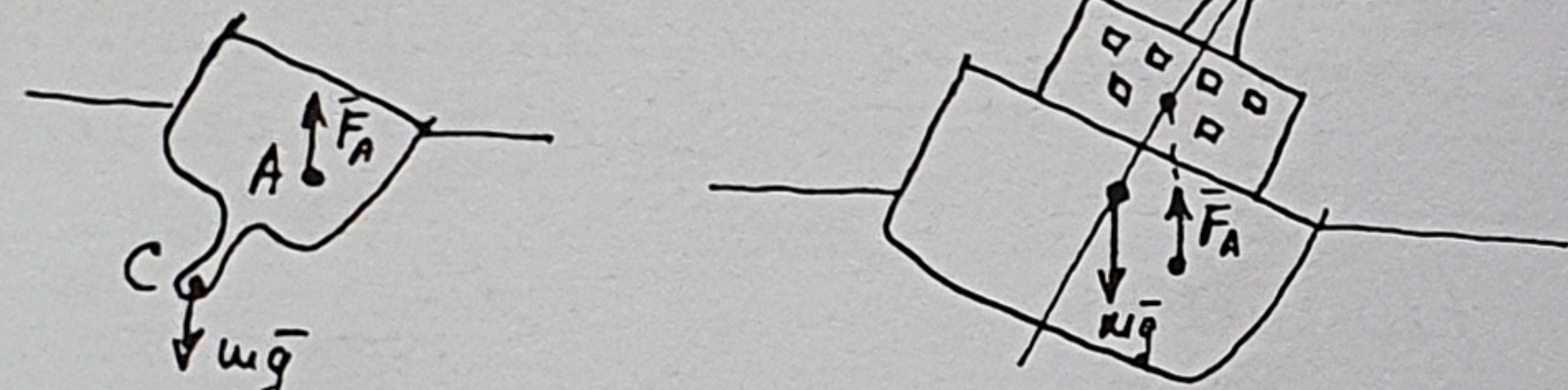
$$F_A = F_2 - F_1 = \rho g h S = \rho g V \quad \text{Ареометр...}$$

- ① $F_A > mg \rightarrow [P_P > P_T]$ - умова плавання тіла.
- ② $mg > F_A \rightarrow [P_T > P_P]$ - тіло тоне
- ③ $F_A = mg \rightarrow [P_P = P_T]$ Тіло зависає у рідині



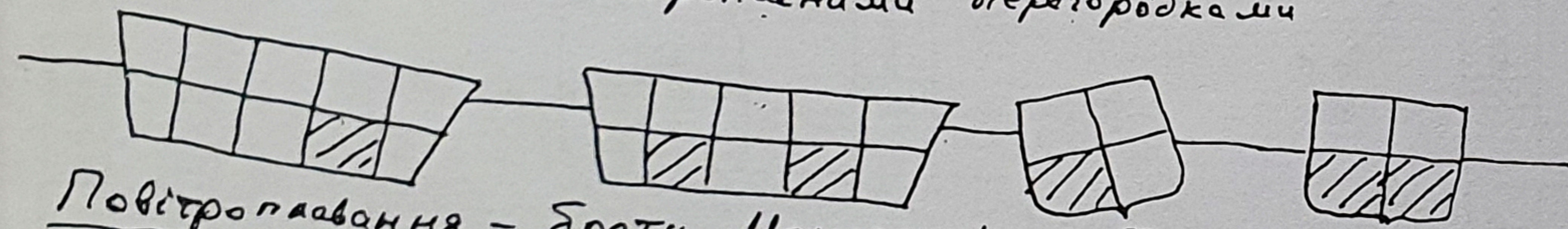
Стійкість плавання

- ① підводні гвинти т. С - центр тяжіння гвинта т. А - центр тяжіння витісненого тілом об'єму рідини.
- ② тіло на поверхні умова стійкості



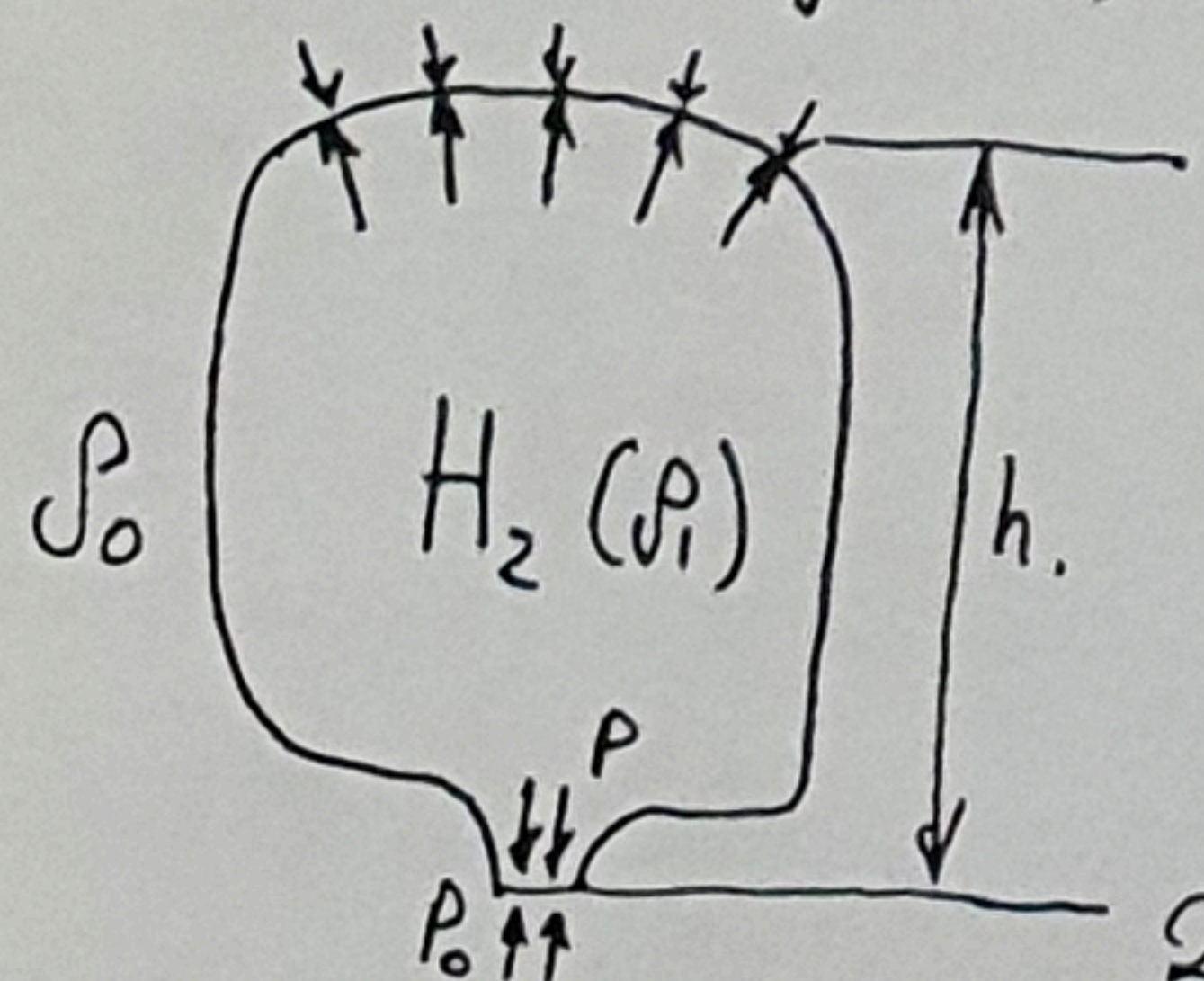
Втрата стійкості - зміщення вантажу - зміна положення центра тяжіння

Запобігання загибелі кораблів від пробіти у борті - поділ корпусу на герметичні відсіки непроникними перегородками



Повітроплавання - брати Монгольф'є - Франція

(важку і легку оболонку наповнили гарячим повітрям густина якого менша від густини холодного)



Силу Архімеда створює різниця тисків, що виникає у верхній частині оболонки (за малої маси молекул тиск H2 з висотою спадає помітно слабше, ніж тиск повітря)

$$F = \rho_0 g V - \rho_1 g V = (\rho_0 - \rho_1) g V$$

Водневі зонди $h = 30-35$ км

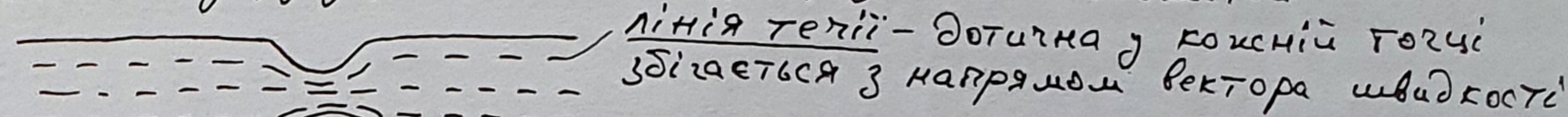
Для польотів людей - гаряче повітря, що нагрівають газовими пальниками.

$$F = \rho_0 g V - m_{кулі} g \quad \text{— підіймальна сила.}$$

Рух рідин відбувається під дією різниці тисків, сили тяжіння і т.д.

Ідеальна рідина ① нестислива ($\rho = const$) ② відсутня в'язкість

③ основні характеристики ρ, ρ, ν
 ν - швидкість течії - швидкість переносу маси рідини
 об'єкт аналізу - мікрооб'єм рідини, що містить досить багато молекул
 Для опису руху рідини - поняття - розподіл швидкостей



лінія течії - долина у кожній точці збігається з напрямком вектора швидкості
Стационарний потік - розподіл швидкостей і положення ліній течії з часом не змінюються (витікання тонкої струмки води з в'язки)

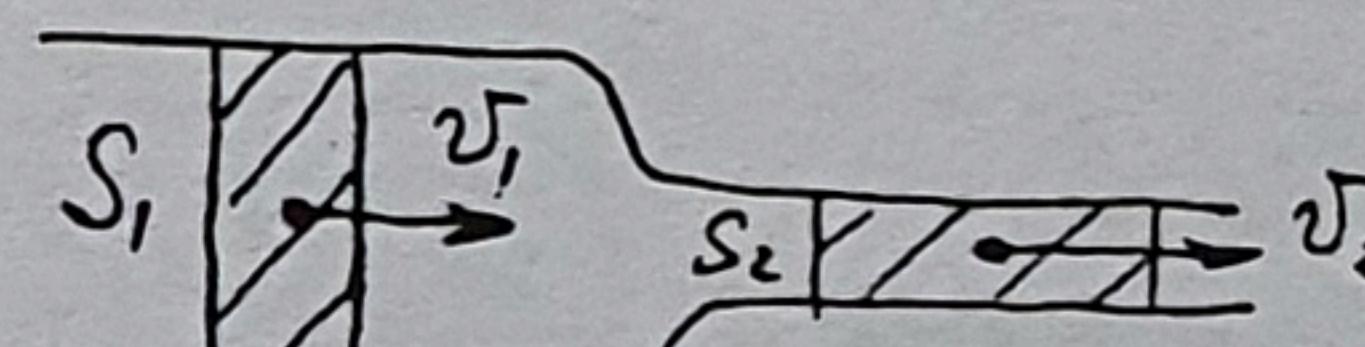
Течія по трубах

$$V = S \cdot v \cdot \Delta t \quad \text{об'єм рідини, що пройшов через трубу} \quad m = \rho S v \Delta t$$

$$Q = S \cdot v = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \text{об'ємна витрата рідини}$$

Рівняння неперервності -

через будь-які перерізи труби за рівні проміжки часу Δt проходять однакові об'єми V (маси), оскільки рідина нестислива, через переріз з меншою площею вода тече швидше



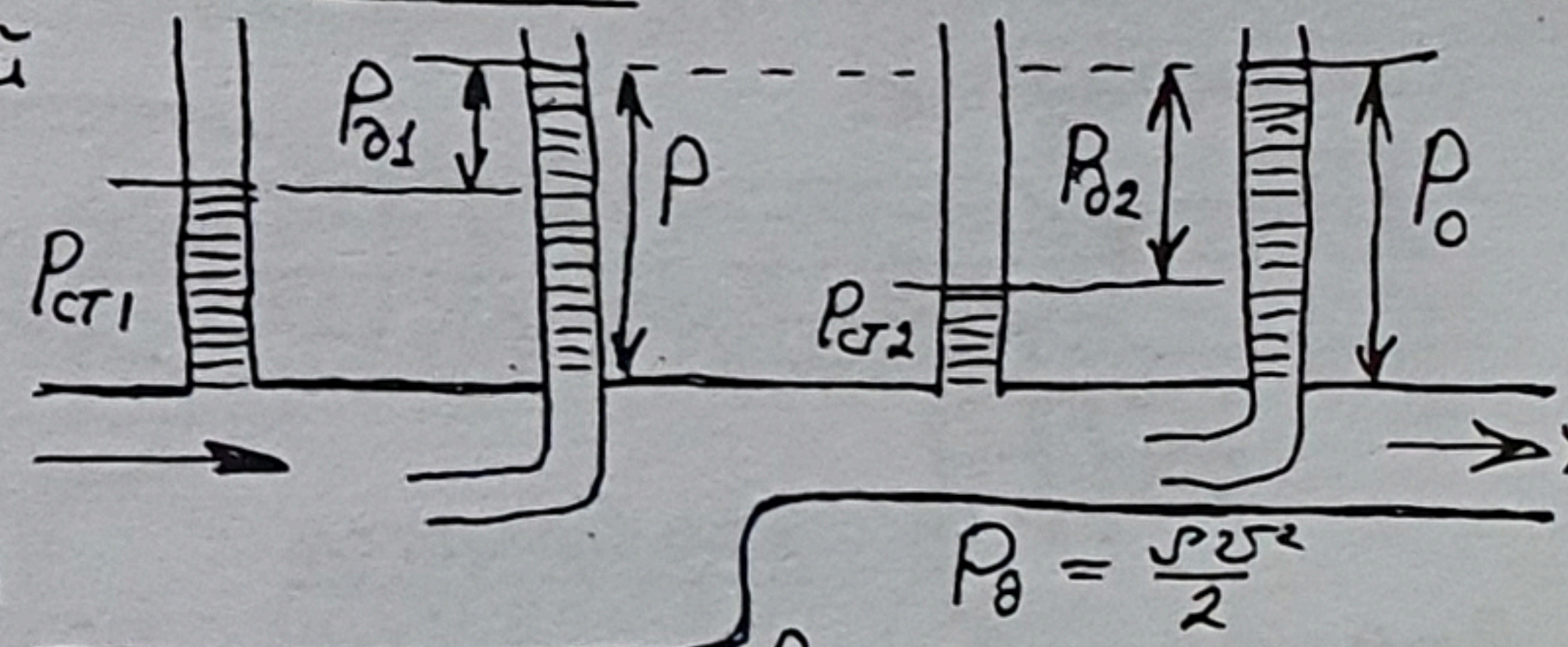
$$Q_1 = Q_2 \quad S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad S \cdot v = const$$

Тиск у рухомих рідинах $P = P_{ст} + P_d$

$P_{ст}$ - статичний тиск - зумовлений потенціальною енергією рідини що знаходиться під тиском

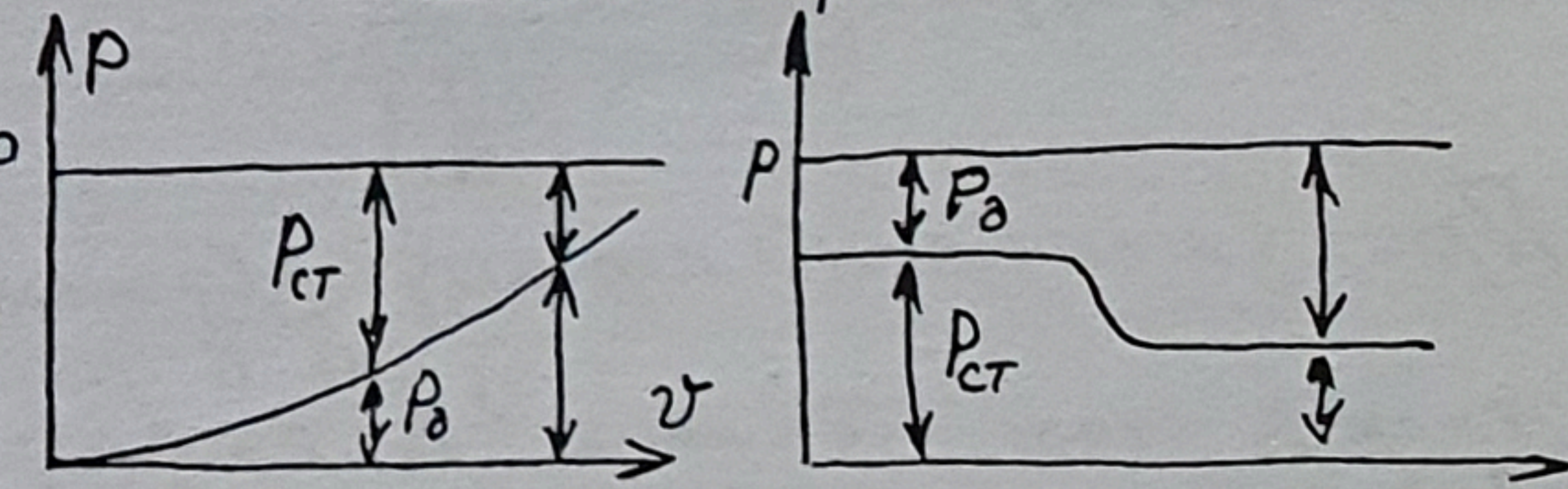
P_d - динамічний тиск - зумовлений кінетичною енергією рухомих рідини

нерухома рідина $P_d = 0 \quad P_{ст} = P_0 + \rho g h$



Закон Бернуллі - у стаціонарному потоці сума статичного і динамічного тисків залишається постійною. Ця сума відповідає гідростатичному тиску у нерухомих рідині

$A = F \Delta l = \Delta P \cdot S \cdot \Delta l = \Delta P \cdot \Delta V$
 $(P_1 - P_2) \Delta V = mg(h_2 - h_1) + \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2)$
 $P_1 - P_2 = \rho g h_2 - \rho g h_1 + \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}$



$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}$$

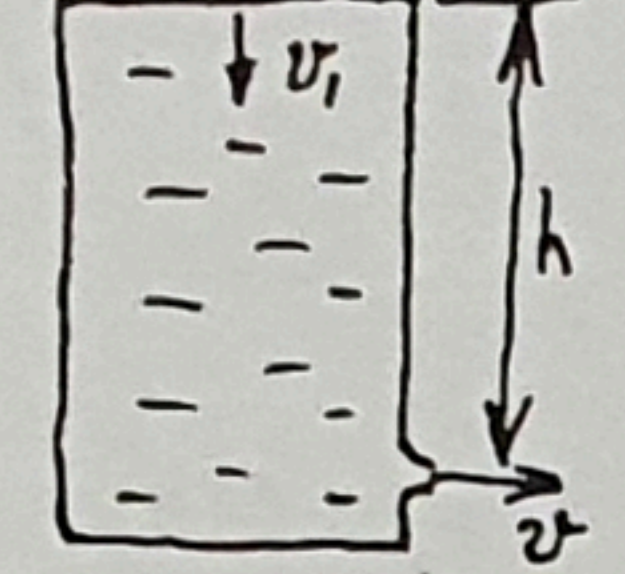
$$P + \rho g h + \frac{\rho v^2}{2} = const$$

справедливо лише для ідеальної рідини

якщо рідина тече приблизно на одному рівні

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad \left| \quad P + \frac{\rho v^2}{2} = const \right|$$

Швидкість витікання струмину з отвору

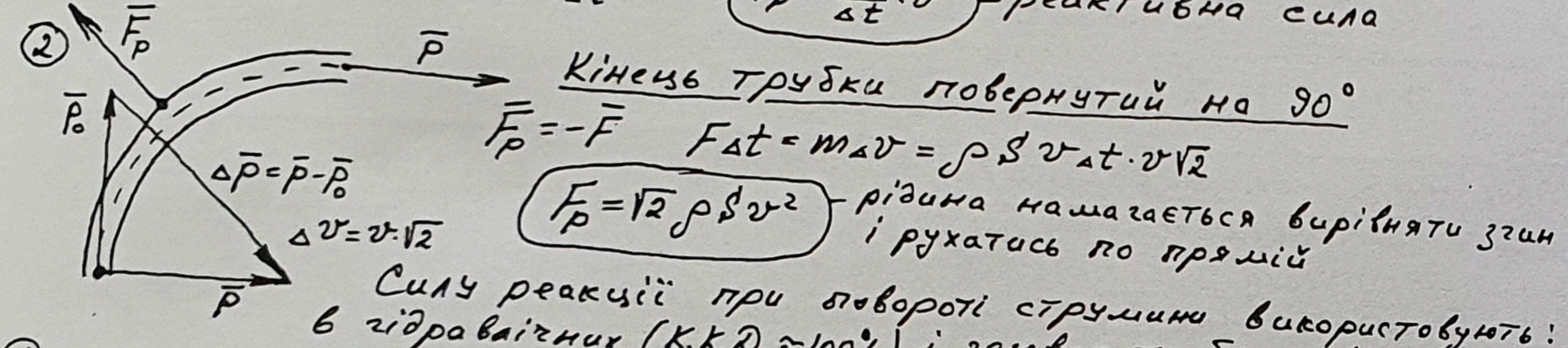


З рівняння Бернуллі $\rho_0 + \rho g h + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho_0 + 0 + \frac{\rho v_2^2}{2}$
 якщо площа отвору \ll площі поверхні рідини то $v_1 \approx 0$
 $\rho g h = \frac{\rho v^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$ - формула Торрічеллі (v - швидкості тіла руху тільки для ідеальної рідини) вільному падінню
 Реально v залежить ще від в'язкості рідини і форми отвору, і незалежить від густини рідини ρ .

Реакція струмину

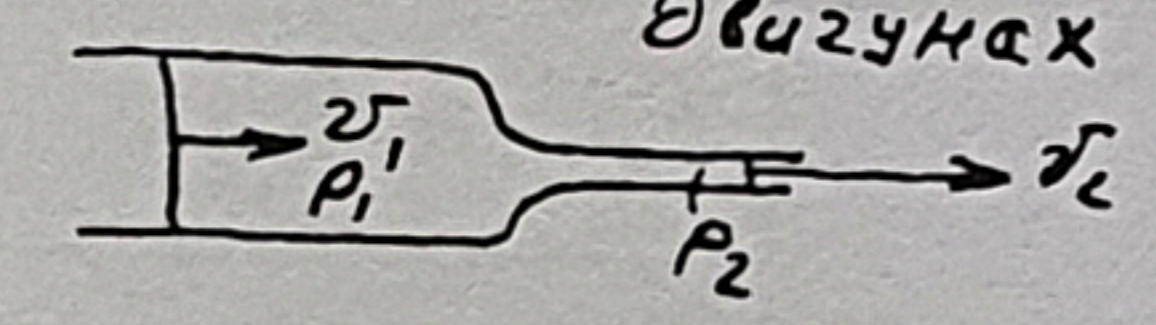
① При витіканні з отвору струмина отримує від посудини імпульс тиску за II законом Н (або за законом зміни імпульсу)
 $F \cdot \Delta t = m v = \rho V \cdot v = \rho S v \Delta t \cdot v = \rho S v^2 \Delta t$

за III з-ном Н. на посудину діє $F_p = F = \rho S v^2$ - реакція витікаючої струмини, або $F_p = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$ - реактивна сила



Силу реакції при повороті струмини використовують в гідравлічних (к.к.д. $\approx 100\%$) і газових турбінах, вітряних двигунах

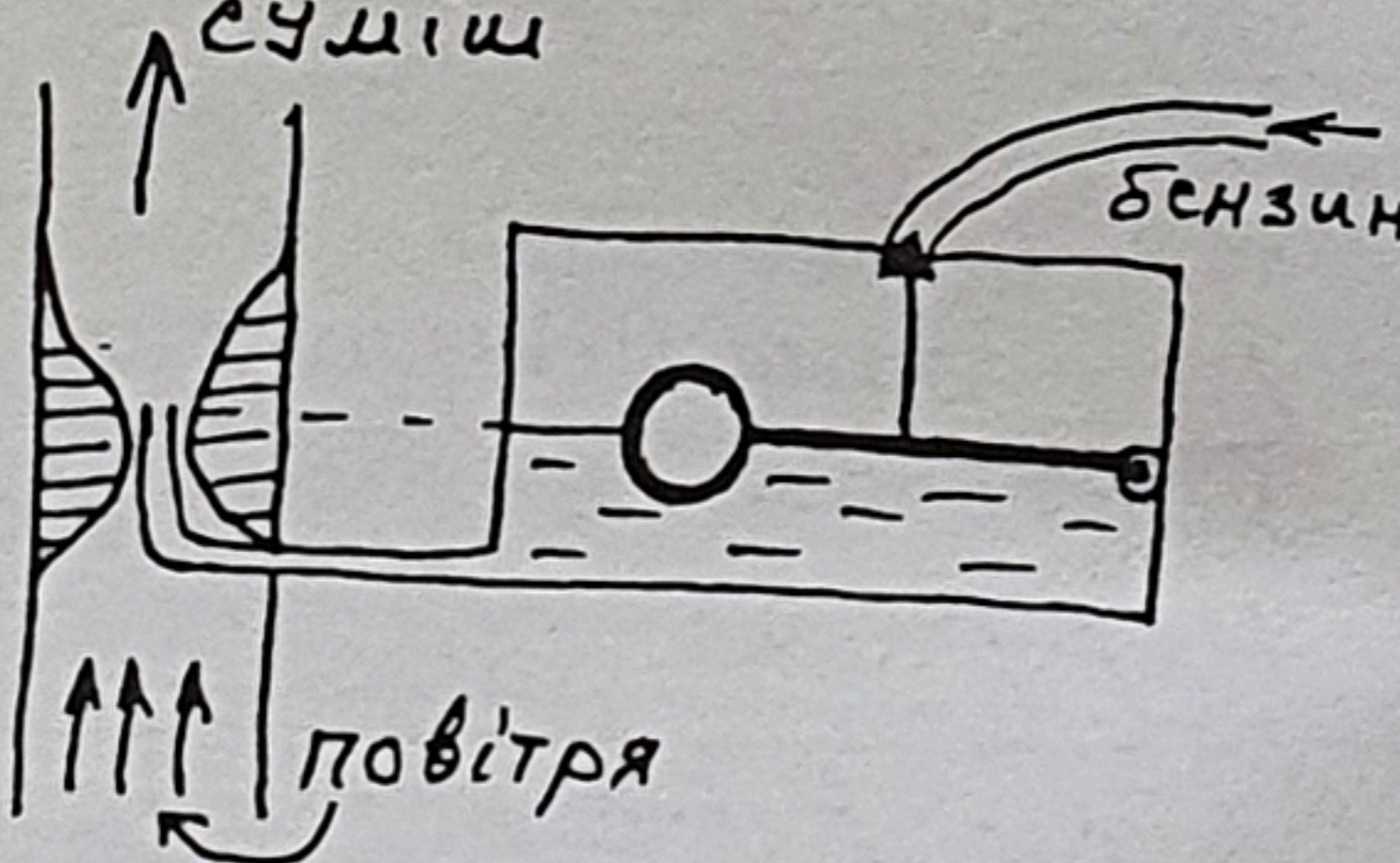
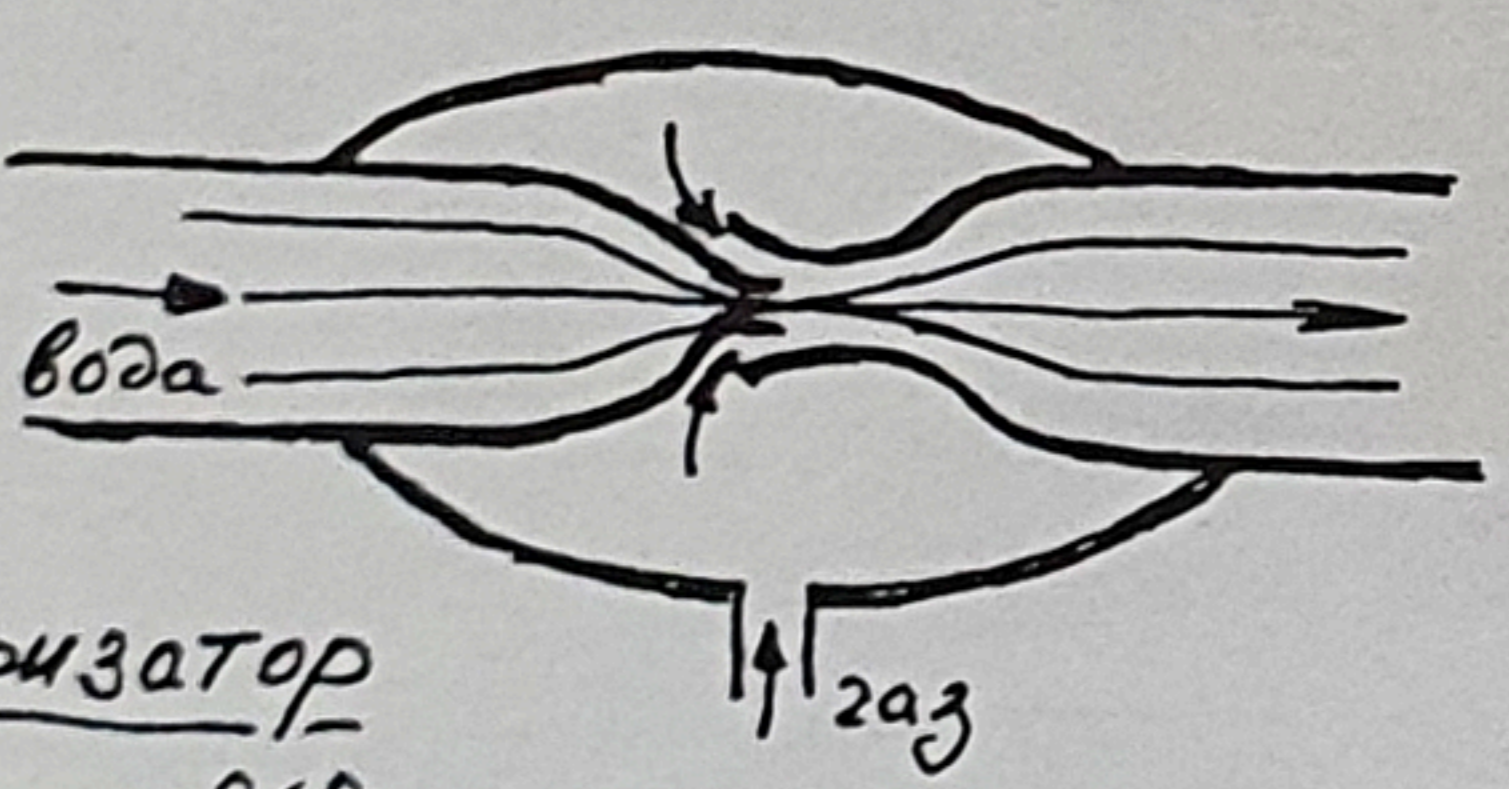
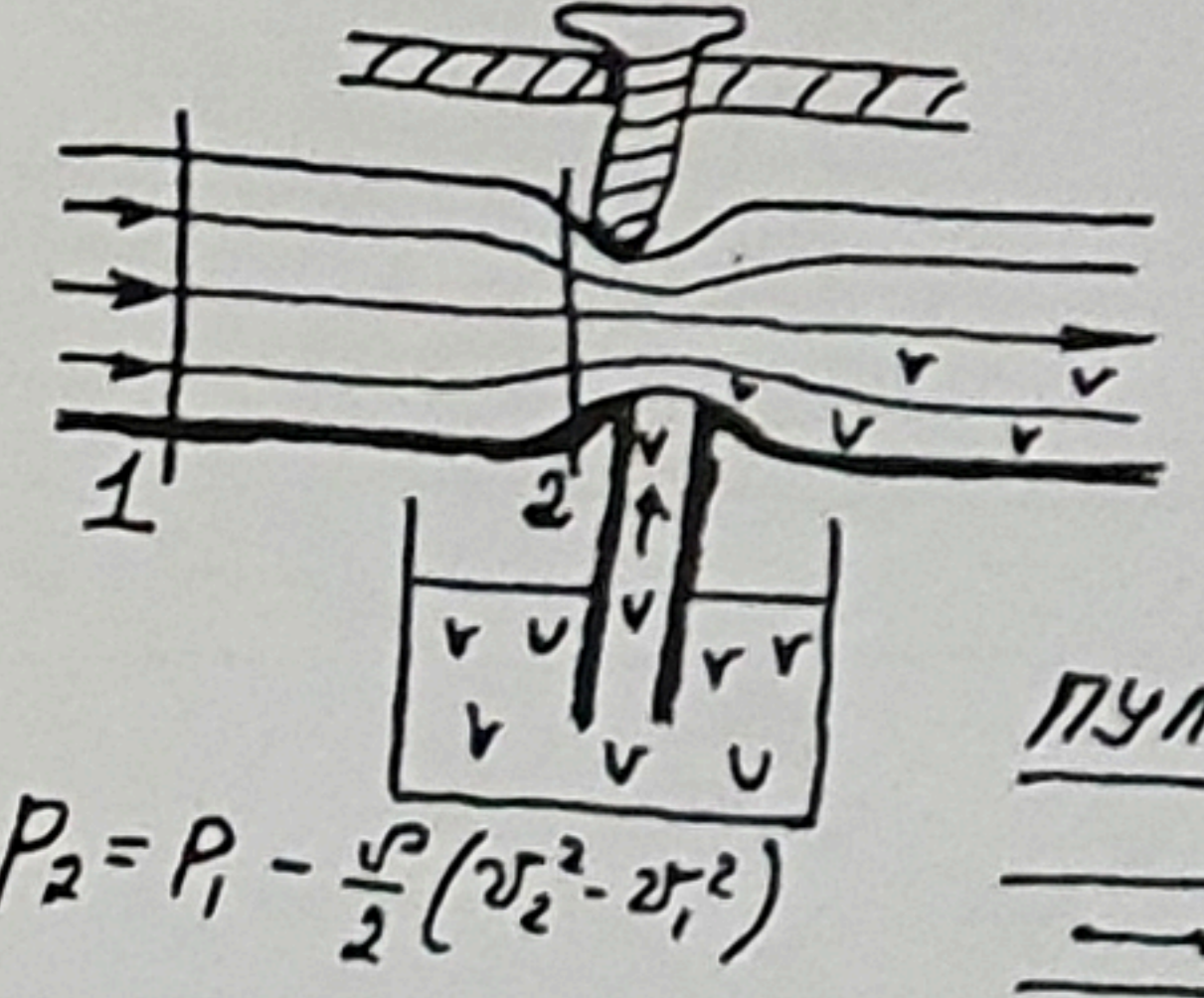
Для горизонтальної струмини $\rho + \frac{\rho v^2}{2} = const$
 тиск менший у тих місцях де швидкість більша - це основа багатьох пристроїв.



Змішувач

Водоструминний насос

Карбюратор



$P_2 = P_1 - \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$

Пульверизатор

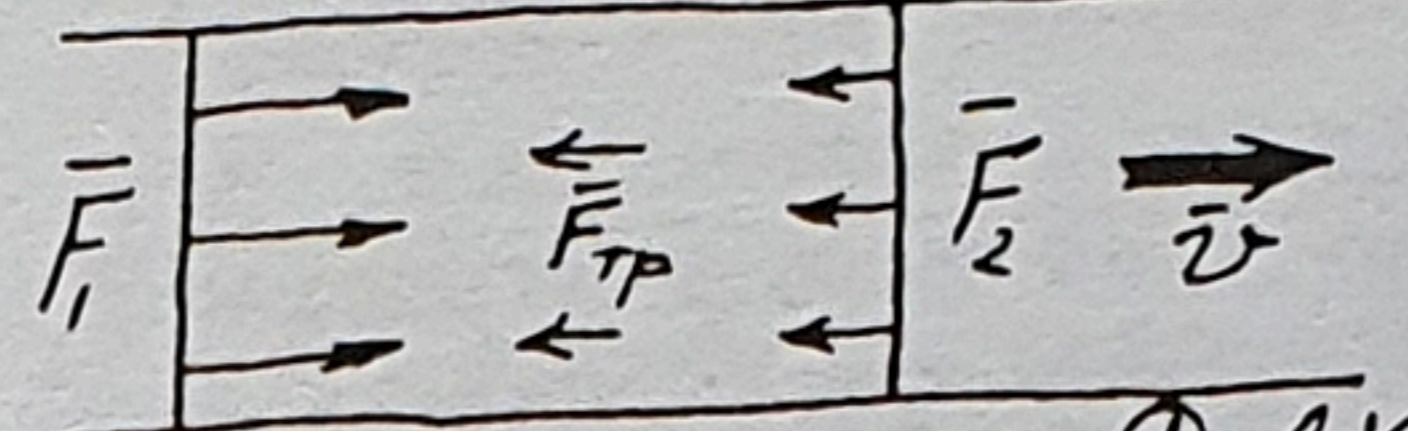
При зменшенні перерізу звуження можна не тільки розтягнути тиск P_2 стане від'ємним $P_2 = P_1 - \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2)$. Чиста вода без мікробульбашок витримує розтяг, від'ємний тиск 3,4 МПа. Реально розрив настає значно раніше і утворена порожнина негайно заповнюється насиченою парою. Це явище називають "кавітацією" (Воно дуже шкідливе - при швидкому обертанні корабельного гвинта розриви води утворюють безліч бульбашок з паром, подальше зіткнення яких під тиском води супроводжується ударами тиску, що пошкоджують поверхню гвинта. На кораблях і підводних човнах відмовились від високооборотних малих гвинтів на користь великих, що обертаються повільно $d=5-8m$ (⊖ гвинти на гідроелектричних станціях ⊕ обробка надтвердих матеріалів ⊕ прискорення хімічних реакцій).

Тік рідини по трубах



Чим далі від погатку труби, тим менше статичний тиск рідини що тече (При однаковій швидкості тиск у тонших трубах падає швидше ніж у ширших). Поручується закон Бернуллі - з-н збереження енергії

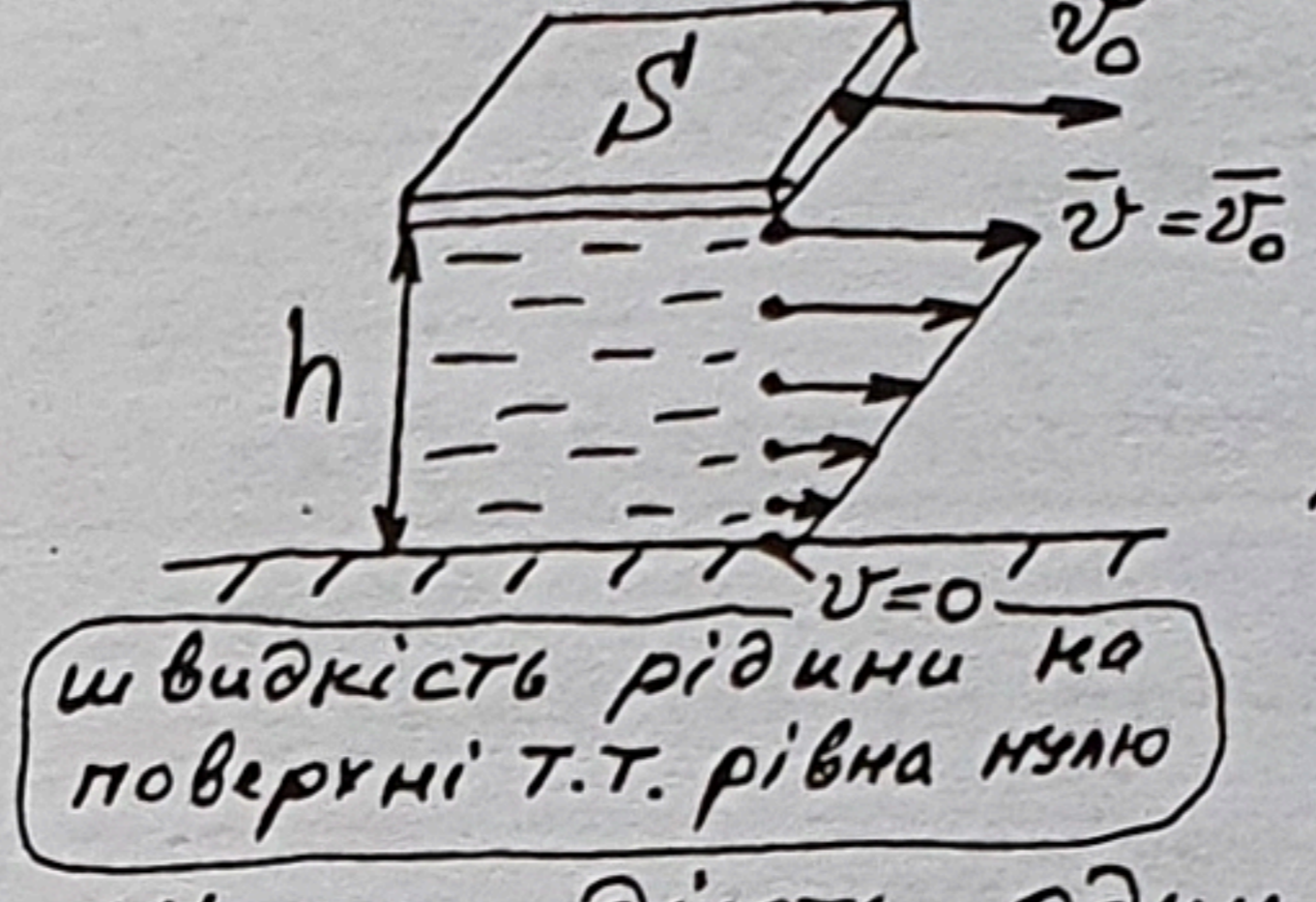
Падіння тиску рідини в трубі пояснюється тертям (в'язкістю)



якщо $v = const$, то сили тиску на видіасний об'єм рідини повинні зрівноважуватись силою тертя $F_{тр} = F_1 - F_2 = P_1 \cdot S - P_2 \cdot S = \Delta P \cdot S$ $P_1 > P_2$

$F_{тр}$ залежить: ① від швидкості рідини ② діаметра і довжини труби ③ роду рідини ④ у стоячій рідині сили тертя відсутні

Гідродинамічні сили

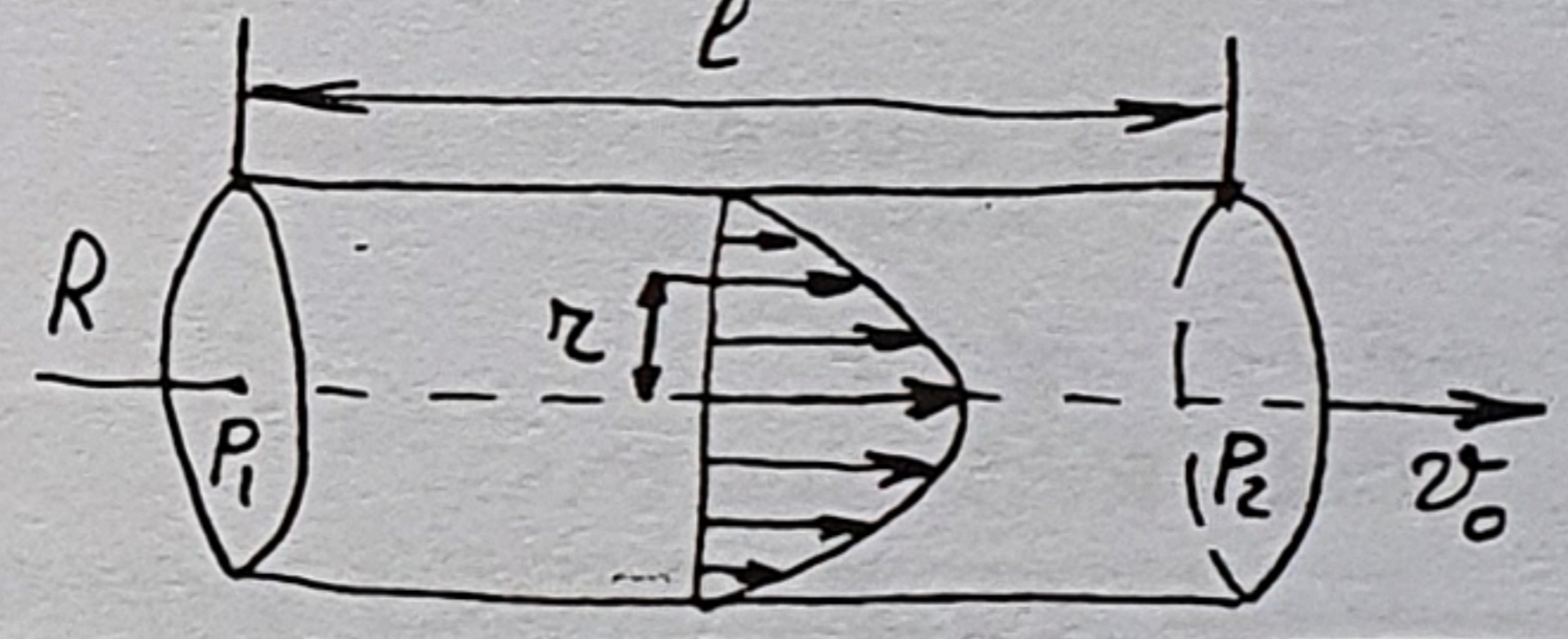


При русі плоскої пластинки один шар рідини ковзає по іншому. Це веде до виникнення сил внутрішнього тертя, кожен шар рідини буде діяти на прилеглі до нього, так що в рідині встановиться неперервна зміна швидкості від пластинки v_0 до дна $v=0$. Молекули у верхніх шарах мають більшу швидкість, у нижніх - меншу. Шари діють один на другий внаслідок переносу імпульса молекулами, при переході з одного шару в інший.

$F_{тр} = \eta \frac{v}{h} S$

η - в'язкість - міра внутрішнього тертя у рідині

$\eta = [1 \frac{Н \cdot с}{м^2} = 10 П]$ П - пуаз $\eta_{води} = 10^{-3} \frac{Н \cdot с}{м^2}$ $\eta_{мед} = 150 \frac{Н \cdot с}{м^2}$
 $\eta_{повітря} = 10^{-5} \frac{Н \cdot с}{м^2}$ $\eta_{He} \approx 0$ при $T < 2,2K$ надтекучість



$v(r) = v_0 (1 - \frac{r^2}{R^2})$ - для ламінарного руху

$Q = \frac{V}{t} = \frac{(P_1 - P_2) \pi R^4}{8 \eta l}$ - формула Пуазейля (Фр) (для ламінарного руху)

$F_{тр} = \Delta P \cdot S = \frac{8 \eta l Q}{R^2}$

Ламінарний рух (стаціонарний) - рух при якому рідина як би розділяється на шари, які ковзають один відносно до іншого, не змішуючись (малі швидкості)

Турбулентний рух - рух з інтенсивним перемішуванням рідини, швидкості частинок в даному місці весь час хаотично змінюються - течія нестационарна.

Re - число Рейнольдса характеризує відношення значення інертності і в'язкості середовища при утворенні сил опору

число Рейнольдса визначає характер течії
 $Re = \frac{\rho v l}{\eta}$
 l - характерний для поперетного перерізу тіла чи труби розмір
 $Re < Re_{крит.}$ - течія ламінарна (для труби, кульки $l = \Phi$)
 $Re > Re_{крит.}$ - течія турбулентна

$Re_{критичне} = 1000 \div 3000$
 Re - визначають експериментально. Якщо Re однаково - характер течії однаковий

Гідродинамічні сили - сили, що діють на рухоме тіло в рідині чи газі (внаслідок прилипання тонкого шару рідини до тіла, цей шар рухається разом з тілом, захоплюючи інші шари рідини).

Складові гідродинамічної сили - лобовий опір і підіймальна сила.

лобовий опір = опір тертя + опір тиску

1. При повільному русі $Re < 1000$ інертність середовища не істотна, опір зумовлений в'язкістю (силами тертя)

2. При великій швидкості $Re > Re_{крит.}$ опір зумовлений інертністю середовища

Формула Стокса - $F_{опору} = 6\pi\eta Rv$ - сила опору рухові кульки в рідині

$F_{опору} = C_x \rho S \frac{v^2}{2}$ (2) δ - лобова поверхня тіла
 C - коеф. визначається формою тіла і залежить від Re

$F_x = C_x \rho S \frac{v^2}{2}$ } F_x - лобовий опір
 $F_y = C_y \rho S \frac{v^2}{2}$ } F_y - підіймальна сила

$N = F_x \cdot v = C_x \rho S \frac{v^3}{2}$ для $v \uparrow 2$ - $N \uparrow 8$
 вихід $C_x \uparrow$

Зменшення C_x вигідне для швидкохідних автомобілів C_x - визначається формою

$C_x = 1.4 \Rightarrow C_x = 1 \Rightarrow C_x = 0.4 \Rightarrow C_x = 0.05 \Rightarrow C_x = 1 \Rightarrow C_x = 0.35$

Підіймальна сила крила

1. Ламінарний рух - лінії течії прямі під крилом, викривлені і зближені над крилом (там v - шак) з з-на Бернуллі \rightarrow тиск над крилом $<$ тиску під крилом різниця сил тиску - підіймальна сила крила

2. Турбулентний рух - циркуляція повітря навколо крила, сповільнює рух повітря під крилом, що збільшує підіймальну силу $F_y = \rho l v \cdot 0.5 \pi a \alpha v$

l - довжина крила a - його ширини α - кут атаки

Ефект Магнуса - внаслідок обертання рухомого циліндра з різних сторін різні швидкості обтікання - різні статичні тиски що створюють силу напрямлену поперек руху (футбол, теніс, циліндри замість вітрил)

Формули (1) і (2) для $F_{опору}$ отримані методом розмірностей

Суть: якщо величина v залежить від A, B, C, \dots, P , то формула зв'язку має вигляд $v = k \cdot A^x B^y C^z \dots P^r$

к - константа для однини (експеримент)

Механізм коливання - рухи які повторюються

Вільні (внутрішні сили) затухаючі $X_m \rightarrow 0$
 Вишукені (зовнішні сили) незатухаючі $X_m = const$

Умови виникнення поршень у двигуні, голька швейної машини.
 1. наявність зовнішньої періодичної сили
 2. наявність повертаючої сили
 3. $F_{тр}$ - мале

Параметри коливань
 X - зміщення (м) положення маятника в даний момент t .
 X_m - амплітуда (м) тах відхилення від положення рівноваги
 T - період (с) час одного коливання
 ν - частота (Гц) кількість коливань за 1 секунду
 ω - циклічна частота (с⁻¹) - кількість коливань за 2π секунд $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$
 $T = \frac{t}{N} \rightarrow T = \frac{1}{\nu} \leftarrow \nu = \frac{N}{t}$

Перетворення енергії (вільні коливання)
 Якщо $F_{тр} = 0$ (коливання незатухаючі) $E = K + \Pi = const$

1. математичний маятник $\frac{m v_m^2}{2} = m g h_m = E$
 2. пружинний маятник $\frac{m v_m^2}{2} = \frac{k x_m^2}{2} = E$
 3. фізичний маятник $\frac{J \omega_m^2}{2} = m g h_m = E$

Вимушені коливання

$\nu_{вимуш. кол.} = \nu_{зовн. сили}$
 1. Амплітуда $F_{зовн.}$
 2. співвідношення $\nu_{зовн.}$ і ν_0
 ν_0 - частота вільних (власних) коливань системи

Резонанс - явище різкого зростання амплітуди X_m вимушених коливань при співпаданні частоти $\nu_{зовн.}$ з частотою власних коливань ν_0
 сили $\nu_{зовн.}$ з частотою власних коливань ν_0
 - деталі що обертаються, йти не вногу, флаттер (авіація) ...
 + ...

Формули (1) і (2) для $F_{опору}$ отримані методом розмірностей

Суть: якщо величина v залежить від A, B, C, \dots, P , то формула зв'язку має вигляд $v = k \cdot A^x B^y C^z \dots P^r$

к - константа для однини (експеримент)

Пружинний

горизонтальний $mg = kx_0, x_0 = \frac{mg}{k}$

вертикальний $mg - k(x+x_0) = ma$
 $-kx = ma$
 $a = x'' = -\frac{k}{m}x$
 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Математичний

для малих α
 $\sin \alpha \approx \alpha = \frac{x}{l}$
 $ma = -mg \sin \alpha$
 $ma = -mg \frac{x}{l}$
 $a = x'' = -\frac{g}{l}x$
 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Фізичний

φ - малий

вектор обер. $\vec{\omega}$

$\beta \vec{J} = -M = -mg l \sin \varphi$
 $\beta \ddot{\varphi} = -\frac{mg l}{J} \varphi$
 $\omega = \sqrt{\frac{mg l}{J}}$

Р-ня руху маятників

розв'язок $X'' = -\omega^2 X \rightarrow X = X_m \cos(\omega t + \varphi_0)$

Р-ня гармонічних коливань.

Гармонічні коливання - координата (швидкість, прискорення) мінняються за законом \sin або \cos

Означає: сила пропорційна зміщенню (куту)

φ_0 - початкова фаза - визначає початковий стан системи

$\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ [град] - фаза - показує, яка частина коливань пройшла від початку коливань

Зміщення
 $x = x_m \cos \omega t$

Швидкість (швидкість)
 $v = x' = -\omega x_m \sin \omega t = \omega x_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Прискорення
 $a = x'' = -\omega^2 x_m \cos \omega t = \omega^2 x_m \cos(\omega t + \pi)$

зсув фаз $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$ (v випереджає x)

зсув фаз $\Delta \varphi = \pi$ (a і x коливаються у протифазі)

Період коливань маятників ($\omega = 2\pi \nu = \frac{2\pi}{T}$)

Пружинний $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Математичний $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ (не залежить від m)

Фізичний $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mg l}}$ (k-мале)

T - не залежить від x_m

Якщо сист рухається прискорено $\vec{g}_{\text{еф}} = \vec{g} + \vec{a}$

Застосування: визначення g, годинник, годиння, маятн. Фуко ...

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g+a}}$

у пружному середовищі з тиском.

Виникають: як вимушені коливання взаємодіючих частінок (сила пружності, інертність)

Джерела: тіла що коливаються швидкість: скінченна < c

переносять: коливання, форму, енергію непереносять: ретровину

Типи хвиль

Попережні (зсув) - т.т

Поздовжні (стиск-розтяг) т.т. рідини, газу

напряж коливань частінок \perp напрям поширення хвилі v

Сейсмічні, на пов. рідини, струна... Звук, ультразвук, інфразвук...

Зсув фаз ($\Delta \varphi$) коливань різних точок хвилі (інертність)

Однакові фази $\Delta \varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$
 (0-4-8, 1-5-9, 3-7...)

Протилежні фази $\Delta \varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$
 (1-3, 0-2, 2-4, 7-9...)

Довжина хвилі - λ - відстань між двома найближчими точками, що коливаються з однаковими фазами.

$v = \lambda \cdot \nu$ $\nu = \frac{v}{\lambda}$

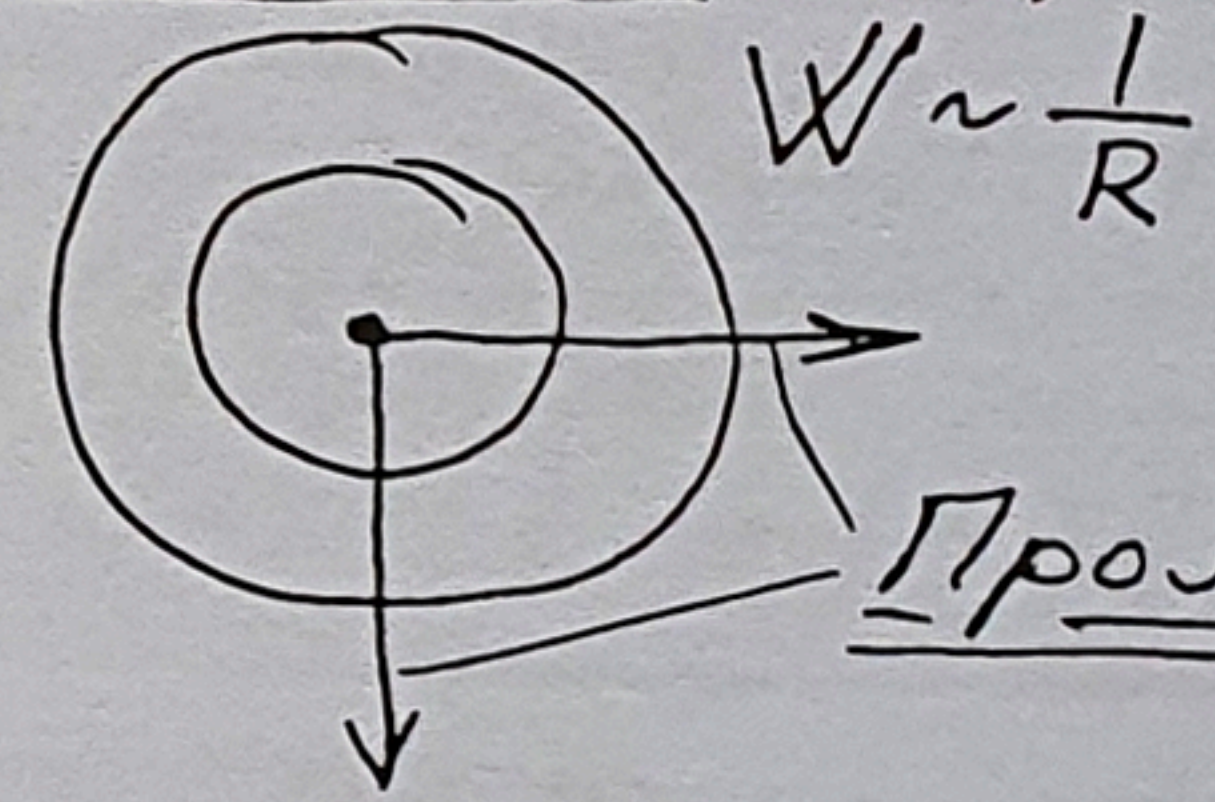
$x = x_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi)$

Поняття

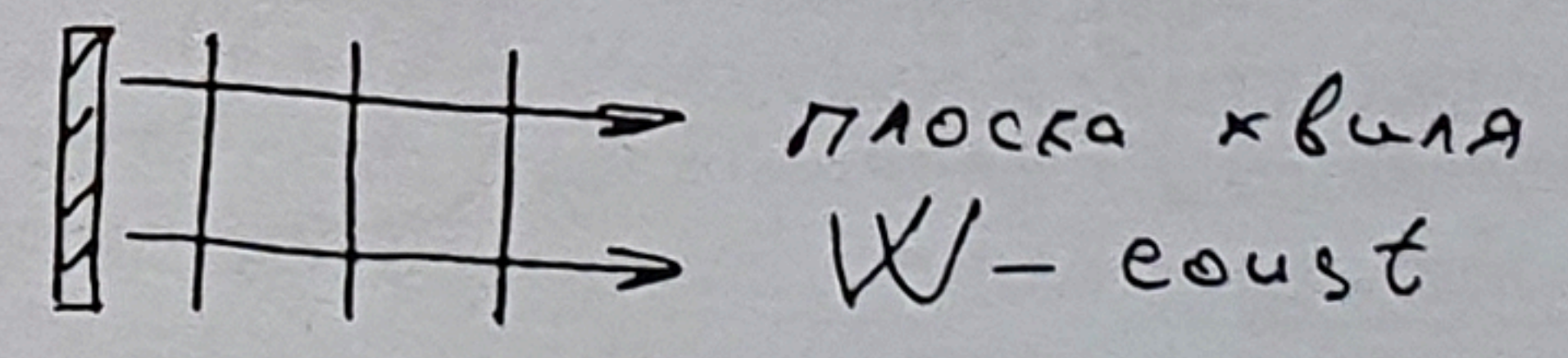
Хвильова поверхня - поверхня точок з однаковими фазами.

на площині (коло) $W \sim \frac{1}{R}$

у просторі (сфера) $W \sim \frac{1}{R^2}$



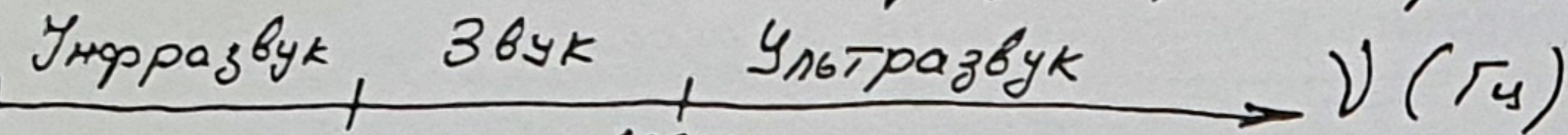
Промінь - лінія, нормальна до хвильової поверхні, показує напрям переносу енергії



К-46 Акустика - вчення про звук

Звукові хвилі - поперечні механічні хвилі

Джерела - тіла що коливаються (струна, стержень, пластинка, стов повітря у трубі, мембрана і т.д.)

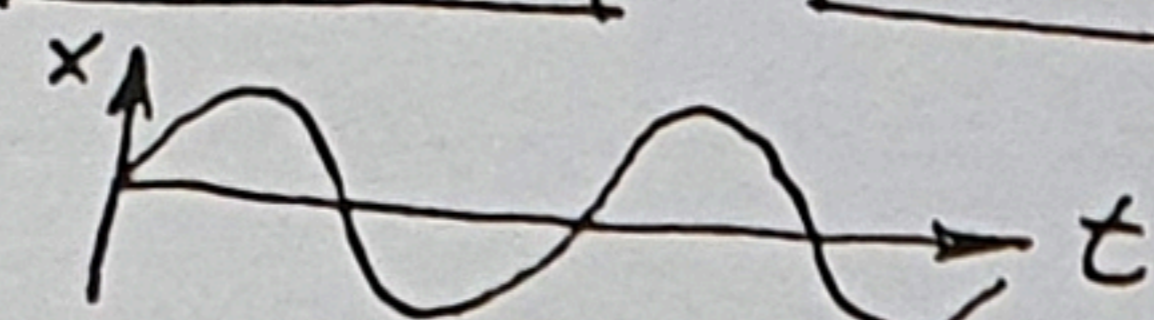


Звук - коливання які людина сприймає органами слуху з частотою від 16 до 20000 Гц ($\lambda_{zv} = 17\text{м} - 20\text{м}$)

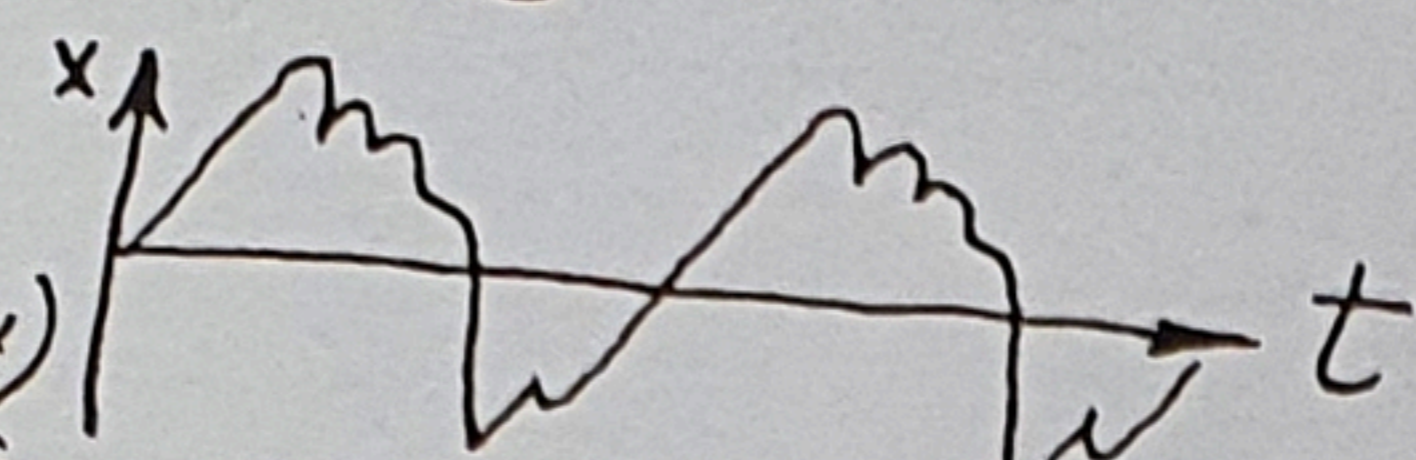
ЗВУК

- Музичний тон
- Музичний звук
- Шум
- Вибух

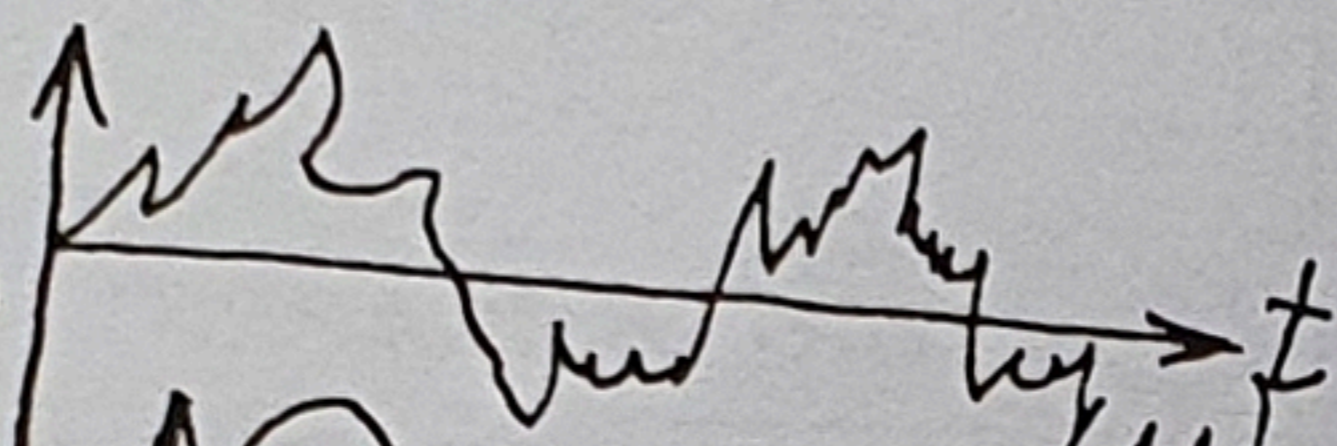
Муз. тон - синусоїдальне (гармонічне) коливання певної частоти



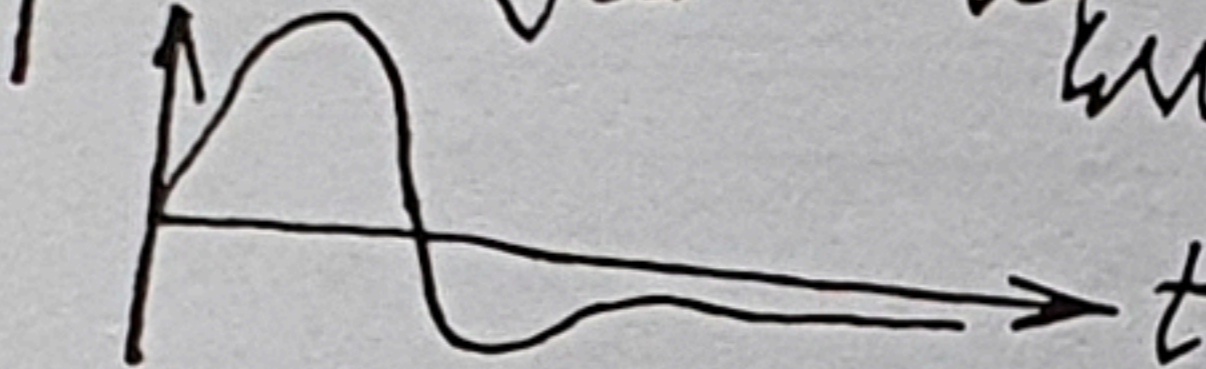
Муз. звук - одночасне звучання декількох муз. тонів (несинусоїдальне коливання, що є результатом додавання декількох синусоїдальних) Тон найнижчої частоти (основний) - визначає загальну висоту звуку, інші тони (обертони) - визначають "зabarвлення" звуку - тембр



Шум - нерегулярні коливання (суміш тисяч-них коливань майже однакової амплітуди з самими різними частотами)



Вибух - короткотривала і сильна звукова дія



Звукові відгути - коливання джерела

- Густина - амплітуда
- Висота - частота
- Тембр - форма

Швидкість звуку - у різних середовищах різна і визначається механічними властивостями середовища і частотою (дисперсія)

$v_{т.т.}$	$v_{рідинах}$	$v_{газах}$
1. модуль пружності E	1. густина ρ	1. густина (має малу)
2. густина ρ	2. температура T	2. температура
3. температура T	3. стисливість χ	3. показник адіабати
$v_{сталь} = 5000 \frac{м}{с}$ при $t = 20^\circ C$	$v_{води} = 1425 \frac{м}{с}$ при $t = 0^\circ C$	$v_{повітря} = 331 \frac{м}{с}$ при $t = 0^\circ C$

Звукові явища

- Звуковий резонанс (приклад...)
- Ефект Доплера - частота звуку, що реєструється приймачем залежить від швидкості руху і джерела $v_{дж}$ і приймача $v_{пр}$
- Лина

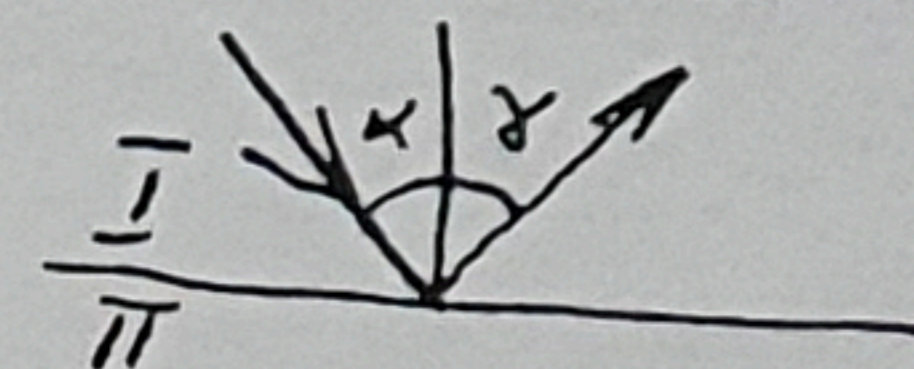
$$v_{пр} = v_{дж} \frac{v_{зв} - v_{дж}}{v_{зв} - v_{пр}}$$

Закопи поширення хвиль

I з-н - в однорідних середовищах хвилі поширюються рівномірно, прямолінійно. При переході з одного середовища (v_1) в інше (v_2) напрям поширення хвиль (на межі середовищ) міняється. Хвиля (частково) повертається в I середовище - відбивається, а частково проходить у II середовище - заломлюється

II з-н - відбивання

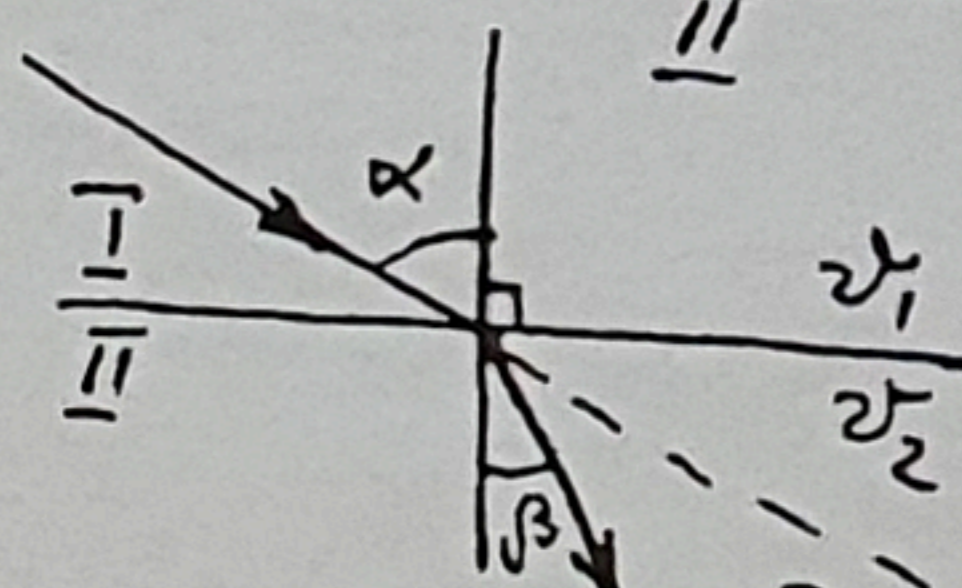
$$\alpha = \gamma$$



α - кут падіння
 γ - кут відбивання
 β - кут заломлення

III з-н - заломлення

$$n = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1}{v_2}$$



К-47

Хвильові явища

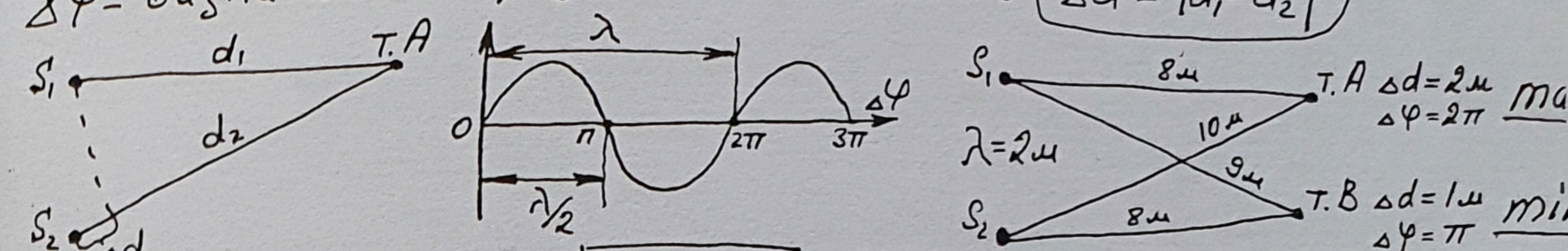
I Інтерференція - додавання хвиль, при якому відбувається перерозподіл енергії у просторі (збільшення або зменшення амплітуди результуючих коливань у різних точках простору).
Умова інтерференції - хвилі когерентні:

- Однакова частота $\nu_1 = \nu_2$ ($\lambda_1 = \lambda_2$)
- стала у часі різниця фаз $\Delta\varphi = const$

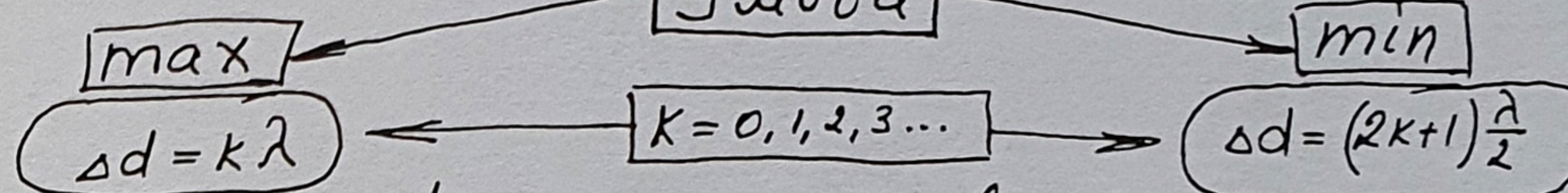
Амплітуда результуючих коливань у точці визначається різницею фаз хвиль у даній точці простору - $\Delta\varphi$

max - $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ (однакові фази)
min - $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ (протилежні фази)

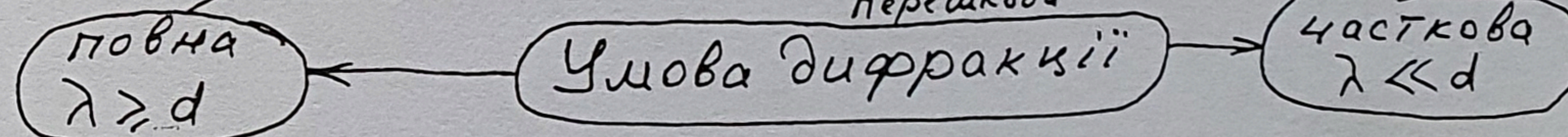
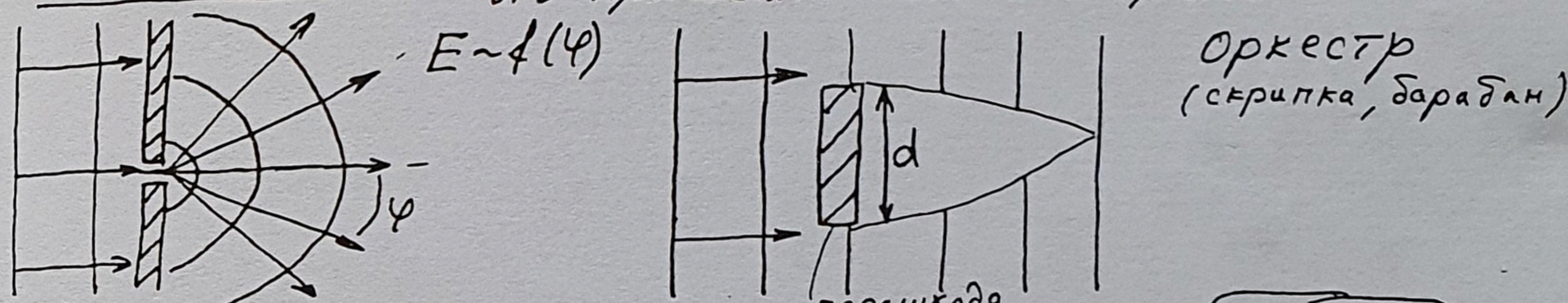
$\Delta\varphi$ - визначається різницею ходу хвиль $\Delta d = |d_1 - d_2|$



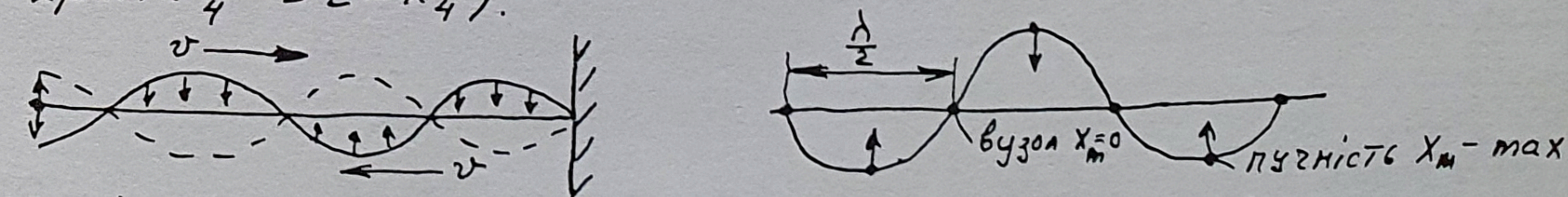
Умова



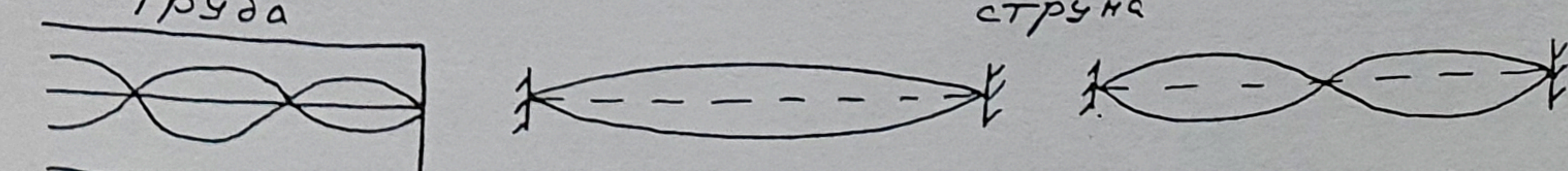
II Дифракція - огинання хвилями перешкод, відхилення від прямолінійного поширення



III Стоячі хвилі (не переносять енергію) - хвилі які утворюються внаслідок інтерференції прямої і відбитої хвиль при зустрічному поширенні їх в тому самому тілі (розміри тіла кратні $\frac{\lambda}{4} \rightarrow l = k \frac{\lambda}{4}$).



При утворенні стоячих хвиль у трубах на їх відкритих кінцях утворюються пучності, на закритих - вузли. Закріплена струна - на кінцях вузли.



фаза всіх точок стоячої хвилі залежить лише від часу $\varphi = \omega t$ і не залежить від координати (Усі точки тіла між сусідніми вузлами коливаються в одній фазі і лише при переході через вузол фаза відразу змінюється на протилежну).