



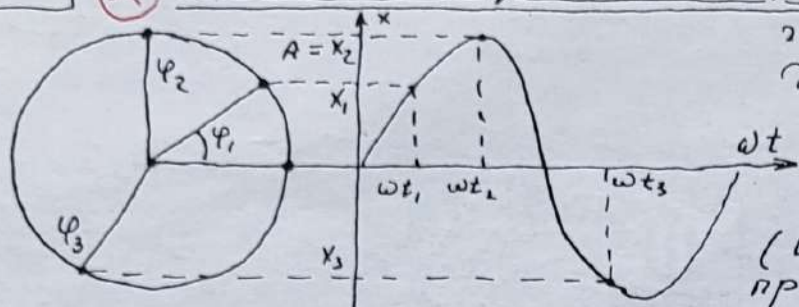
*Львівський фізико - математичний ліцей*

*Алексейчук Володимир Іванович*

Конспекти з фізики  
11 клас I семестр .  
Механічні і електричні колювання .  
Електромагнітна індукція . Електромагнітні хвилі .

м. Львів 1998 - 2001.

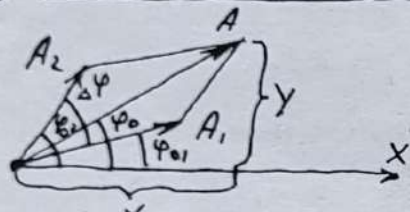
# K-1 | ~~⊗~~ Метод векторних діаграм - графічне зображення



гармонічних коливань за допомогою вектора, що обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ , модуль якого дорівнює амплітуді коливання  $A$ . (циклічна частота коливань  $\omega$  проєкції точки = кутовій швидкості  $\omega$  її руху).

Додавання гармонічних коливань одного напрямку.  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01})$

① Частоти однакові ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ) з векторної діаграми:  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02})$

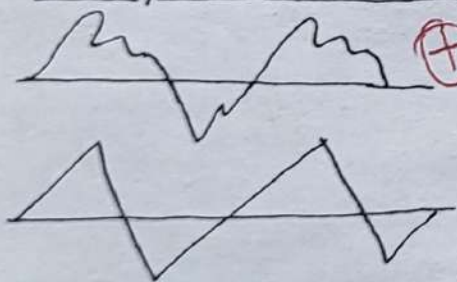


1. за теоремою косинусів  
 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \left(\frac{x}{y}\right)^{-1} = \left(\frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}\right)^{-1} = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}$$

Результат додавання:  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  - гармонічне коливання

② Частоти різні  $\omega_1 \neq \omega_2$  - результуючий вектор обертається із змінною  $\omega$  і його модуль міняється - виникають негармонічні коливання



~~⊕~~ Теорема Фур'є: Будь яке складне періодичне коливання являє собою суму нескінченної кількості гармонічних коливань (гармоніки) з циклічними частотами, кратними основній частоті  $\omega = \frac{2\pi}{T}$

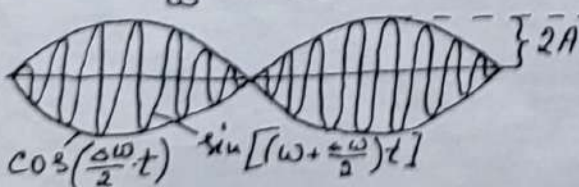
$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)]$$

Такий опис  $x(t)$  - називають гармонічним аналізом складного коливання ( $n=1$  перша гармоніка,  $n=2$  друга...)

③ Частоти дуже близькі  $\omega_1 \approx \omega_2$ , амплітуди рівні  $A_1 = A_2 = A$

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A \sin \omega t \\ x_2 &= A \sin(\omega + \Delta\omega)t \end{aligned} \right\} x = x_1 + x_2 = A (\sin \omega t + \sin(\omega + \Delta\omega)t) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \sin\left[\left(\omega + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t\right]$$

якщо  $\frac{\Delta\omega}{\omega} \ll 1$  тоді період зміни  $\cos \frac{\Delta\omega}{2}t \gg T = \frac{2\pi}{\omega}$  виникають биття - зміна по певному закону амплітуди коливань - модуляція коливань (амплітудна)



~~K-2~~ Додавання взаємоперпендикулярних коливань  
 результуючі траєкторії криві лінії - еліпси. фігури Лиссажу

$\omega_1 = \omega_2 = \omega$  - частоти однакові;  
 $x = a \cos(\omega t + \varphi_1)$   $y = b \cos(\omega t + \varphi_2)$

①  $\frac{x}{a} = \cos \omega t \cos \varphi_1 - \sin \omega t \sin \varphi_1$  |  $\textcircled{I}$   $x \cos \varphi_2$  | віднімаємо  
 ②  $\frac{y}{b} = \cos \omega t \cos \varphi_2 - \sin \omega t \sin \varphi_2$  |  $\textcircled{II}$   $x \cos \varphi_1$  | віднімаємо

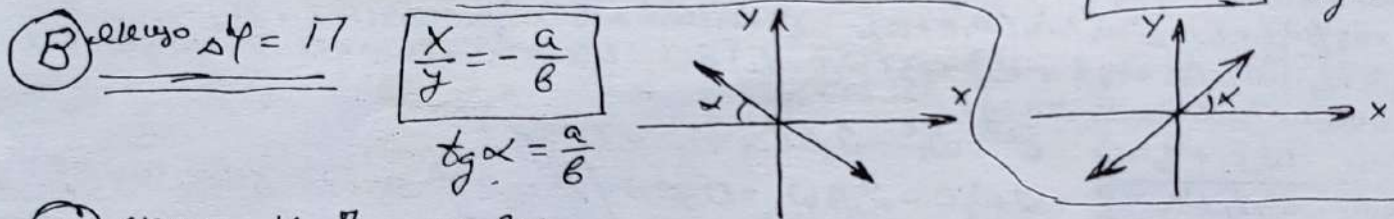
③  $\frac{x}{a} \cos \varphi_2 - \frac{y}{b} \cos \varphi_1 = \sin \omega t \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$  | до квадрату.  
 $\frac{x^2}{a^2} \cos^2 \varphi_2 + \frac{y^2}{b^2} \cos^2 \varphi_1 - 2 \frac{xy}{ab} \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 = \sin^2 \omega t \cdot \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$  ③

④  $\textcircled{I} \times \sin \varphi_2$  |  $\textcircled{II} \times \sin \varphi_1$  | віднімаємо.

⑤  $\frac{x}{a} \sin \varphi_2 - \frac{y}{b} \sin \varphi_1 = \cos \omega t \sin(\varphi_2 - \varphi_1)$  | до квадрату  
 $\frac{x^2}{a^2} \sin^2 \varphi_2 + \frac{y^2}{b^2} \sin^2 \varphi_1 - 2 \frac{xy}{ab} \sin \varphi_2 \sin \varphi_1 = \cos^2 \omega t \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$  ④

③ + ④  $\rightarrow \left[ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 2 \frac{xy}{ab} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \right]$  - рівняння еліпса.

А) якщо  $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 0$   $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} = 0 \Rightarrow \left( \frac{x}{a} - \frac{y}{b} \right)^2 = 0$   $\left[ \frac{x}{a} = \frac{y}{b} \right]$  пряма  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$



В) якщо  $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$   $\Delta \varphi = \frac{3\pi}{2}$

$\left[ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \right]$  - еліпс приведений до осей  $x, y$   
 (при  $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$  точка рухається по еліпсу за годинниковою стрілкою,  $\Delta \varphi = \frac{3\pi}{2}$  - навпаки)

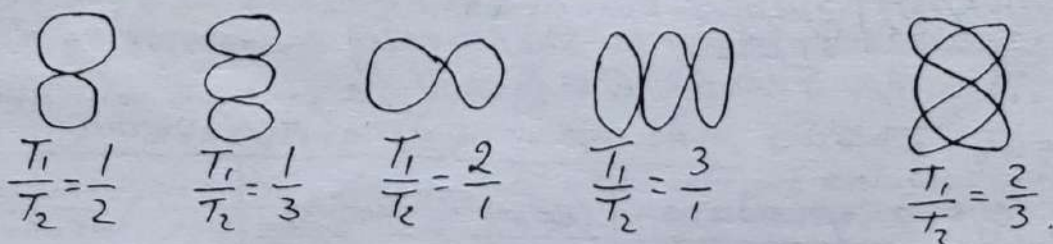


Г) якщо  $a = b$   $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$   $\Delta \varphi = \frac{3\pi}{2}$   $\left[ x^2 + y^2 = a^2 \right]$  - коло  $x = a \cos \omega t$   
 $y = a \sin \omega t$

Д) якщо  $\Delta \varphi \neq 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$  - тоді еліпс не приведений до осей  $x, y$



Е) якщо  $\omega_1 \neq \omega_2$  - складні траєкторії - (фігури Лиссажу)



К-3] Перетворення енергії при коливаннях  $\Pi \rightarrow K \rightarrow \Pi$

відбувається за гармонічним законом але з частотою  $2\omega$

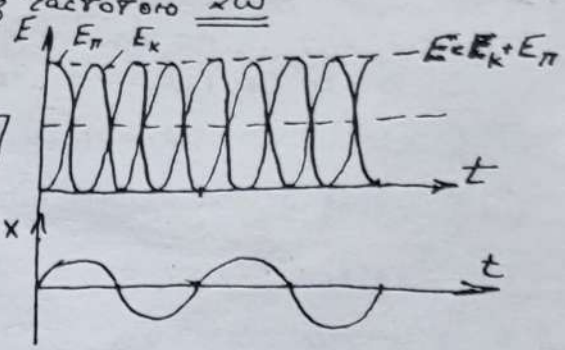
Для пружинного маятника:

$$E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2}{4} [1 - \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

$$E_K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2 \omega^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2} = \frac{mA^2 \omega^2}{4} [1 + \cos 2(\omega t + \varphi_0)]$$

$$E = E_K + E_{\Pi} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2 \omega^2}{2}$$

повна механічна енергія системи.



Затухаючі коливання ( $F_{\text{тр}} \neq 0$ )

$m\ddot{x} = -kx - \alpha \dot{x}$  - II з-н. Ньютона.  $\bar{F} = -k\bar{x}$  - пружна сила (квазіпружна)  
 $x'' + \frac{\alpha}{m}x' + \frac{k}{m}x = 0$   $\bar{F} = -\alpha\bar{v} = -\alpha\dot{x}$  - сила опору  $\alpha$  - коеф. опору.  
 $k$  - коеф. жорсткості (коеф. квазіпружної сили)

(1)  $x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$  - рівняння затухаючих коливань  
 $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  - власна частота коливань системи  $\beta = \frac{\alpha}{2m}$  - коеф. затухання

розв'язок р-ня шукаємо у вигляді:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0) \quad \text{тоді}$$

$$x' = -A_0 \beta e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0) - A_0 \omega_1 e^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \varphi_0)$$

$$x'' = A_0 \beta^2 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + A_0 \beta \omega_1 e^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \varphi_0) - A_0 \omega_1^2 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0) - A_0 \beta \omega_1 e^{-\beta t} \sin(\omega_1 t + \varphi_0)$$

Підставимо  $x, x', x''$  в (1), множник  $A_0 e^{-\beta t}$  скоротиться, тоді:  
 $\beta^2 \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + 2\beta \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0) - \omega_1^2 \cos(\omega_1 t + \varphi_0) - 2\beta \omega_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0) + \omega_0^2 \cos(\omega_1 t + \varphi_0) = 0$ . Ця тотожність виконується в будь-який момент часу!

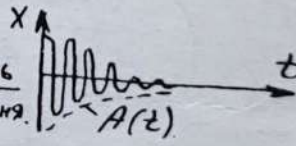
Нехай  $\omega_1 t + \varphi_0 = 0$   $\beta^2 - \omega_1^2 - 2\beta \omega_1 + \omega_0^2 = 0$  (2)

Нехай  $\omega_1 t + \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$   $2\beta \omega_1 - 2\beta \omega_1 = 0 \Rightarrow \boxed{C = \beta}$  - коеф. затухання.

тоді з (2)  $\beta^2 - \omega_1^2 - 2\beta^2 + \omega_0^2 = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_1^2 = \omega_0^2 - \beta^2}$  - циклічна частота коливань системи.

Висновки: (1) коливання виникають при умові  $\omega_0 > \beta$

(2)  $x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_1 t + \varphi_0)$  де  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  - розв'язок р-ня затухаючих коливань  
 $A_0$  і  $\varphi_0$  - визначаються з початкових умов для конкретного коливання.



(3)  $T = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$  - період коливань  
 $T > T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$  - сили тертя збільшують період коливань (при  $\beta \ll \omega_0$   $T \approx T_0$ )

(4)  $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$  - амплітуда затухаючих коливань.

(5)  $\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$  - Декримент затухаючих коливань - відношення амплітуд коливань на початку і в кінці періода.

(6)  $\delta = \beta T$  - логарифмічний декримент затухання - величина обернена до N-числа коливань протягом яких амплітуда  $\delta = \beta T = \frac{1}{N e}$  зменшиться в e разів

(7)  $Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)}$  - Добротність коливальної системи - відношення енергії коливальної системи  $E(t)$  до її втрати за один період пошкодження на  $2\pi$

$Q \sim N \cdot \frac{E_1}{E_2} \dots$  при  $\delta \ll \omega$   $Q \approx \frac{\pi}{\delta} = \pi \cdot N e$

(8) при  $\beta = \omega_0$   $T \rightarrow \infty$  рух перестає бути періодичним.

(9)  $\beta > \omega_0$  рух аперіодичний (неперіодичний)



Вимушені коливання - виникають під дією зовнішньої періодичної сили прикладеної до системи  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$  - змушуюча сила

(1)  $x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos(\Omega t - \Delta\varphi)$  - р-ня вимушених коливань

Розв'язок (частковий) шукаємо, як коливання з частотою змушуючої сили  $\Omega$   $x = A_6 \cos \Omega t$  тоді  $x' = -A_6 \Omega \sin \Omega t$   $x'' = -A_6 \Omega^2 \cos \Omega t$  підставимо в (1)

$-A_6 \Omega^2 \cos \Omega t - 2\beta A_6 \Omega \sin \Omega t + \omega_0^2 A_6 \cos \Omega t = \frac{F_0}{m} [\cos \Omega t \cos \Delta\varphi + \sin \Omega t \sin \Delta\varphi]$

ця тотожність виконується для любого  $t$

при  $t=0$   $-A_6 \Omega^2 + A_6 \omega_0^2 = \frac{F_0}{m} \cos \Delta\varphi$  (2)

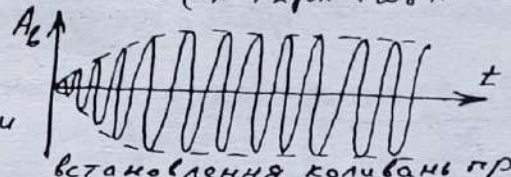
при  $t = \frac{\pi}{2\Omega}$   $-2\beta A_6 \Omega = \frac{F_0}{m} \sin \Delta\varphi$  (3)

$\tan \Delta\varphi = \frac{2\beta\Omega}{\Omega^2 - \omega_0^2}$  (4)  $\Delta\varphi$  - зсув фаз між коливаннями координати і змушуючої сили.

(2)<sup>2</sup> + (3)<sup>2</sup>  $\Rightarrow A_6 = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}}$  - Амплітуда вимушених коливань

Загальним розв'язком (1) є сума часткового розв'язку (1) і загального розв'язку однорідного р-ня затухаючих коливань ( $x'' + 2\beta x' + \omega_0^2 x = 0$ )

$x = A_6 \cos \Omega t + A \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \cdot t + \varphi_0)$



Після прикладання змушуючої сили до системи виникає перехідний режим вимушених коливань, через достатньо великий час другий доданок з-за множника  $e^{-\beta t}$  стане = 0  $\Rightarrow$

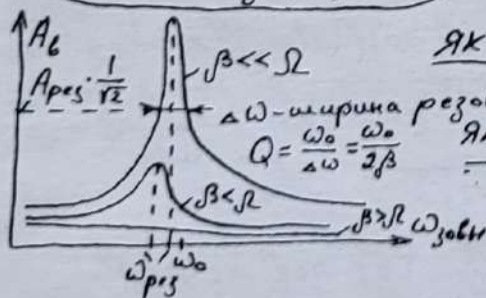
функція  $x = A_6 \cos \Omega t = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} \cos \Omega t$  описує встановлені коливання

I Якщо  $\Omega \ll \omega_0 \Rightarrow A_6 = \frac{F_0}{m \omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$

II Якщо  $\Omega \gg \omega_0 \Rightarrow A_6 = \frac{F_0}{m \sqrt{\Omega^4 + 4\beta^2 \Omega^2}} \xrightarrow{\text{малостертя}} A_6 = \frac{F_0}{m \Omega^2}$

III Резонанс - амплітуда вимушених коливань досягає max при  $(\Omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2})$  - умова резонансу (доведення...)

тоді  $A_{рез} = \frac{F_0}{2m\beta \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$  Резонансна (max) амплітуда вимушених коливань



якщо  $\beta \ll \Omega$  умова резонансу  $\Omega_{рез} \approx \omega_0$   $A_{рез} = \frac{F_0}{2m\beta \Omega}$

якщо  $\omega_0^2 < 2\beta^2$  Резонанса немає

При резонансі  $\tan \Delta\varphi = -\frac{\Omega}{\beta} \Rightarrow \Delta\varphi_{рез} \approx -\frac{\pi}{2}$  тобто коливання  $x$  відстають на  $\frac{\pi}{2}$  від коман  $F$ , але коливання  $v$  співпадають по фазі з  $F$

тобто  $\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{v}$  - Робота зовнішньої сили при резонансі все час додатня (Резонансна частота для  $v$  -  $\omega_0$  доведення...)

Зростання амплітуди коливань відбувається доки робота змушуючої сили не зрівняється з роботою сили опору.

Параметричний резонанс - виникнення коливань під впливом періодичної зміни одного з параметрів системи. Приклади...

Автоколивання маятниковий годинник...

Механічні (пружні) хвилі - механічні збурення середовища, які поширюються в цьому середовищі із скінченною швидкістю і передають імпульс і енергію, без переносу речовини (механічні збурення - зміщення частинок, локальні зміни тиску, густини, форми...) хвильовий рух періодичний у просторі і часі...

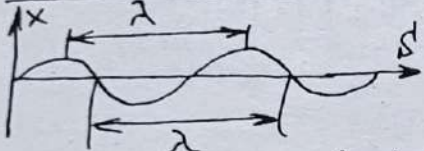
Джерело коливається  $\rightarrow$  гармонічно  $\rightarrow$  монохроматичні (гармонічні) хвилі (одної частоти).  
 $\rightarrow$  не гармонічно  $\rightarrow$  не монохроматичні (сукупність монохроматичних хвиль різних частот.)

Механізм поширення хвиль полягає у передачі коливань від одної частини середовища до сусідніх ділянок, зумовлений силами пружності.

Типи хвиль (властивості середовища)



$\lambda$  - Довжина хвилі - відстань на яку поширюється хвиля за  $t=T$ , або ...



$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$$

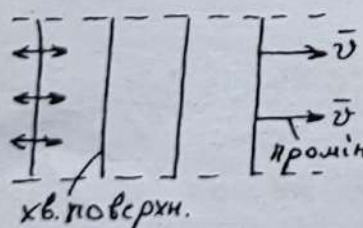
$v$  - швидкість хвилі (монохроматичної) або фазова швидкість - визначається пружними властивостями середовища і густиною  $v$  - залежить від частоти хвиль - дисперсія

Фронт хвилі - геометричне місце точок (г.м.т.) до яких у даний момент часу дійшла хвиля.

Хвильова поверхня - г.м.т., що коливаються в однаковій фазі

Промінь - лінія, що визначає напрям поширення хвилі, в однорідному і ізотропному середовищі промінь  $\perp$  хвил. поверхні.

Плоска хвиля - (хвил. поверхн. - площина) джерело - площина, що коли- (однорідне середовище) вається вздовж нормалі



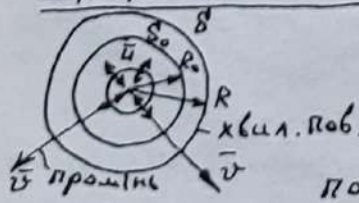
$$x = A_0 \cos[\omega(t - \tilde{t}) + \varphi_0] = A_0 \cos[(\omega t - \omega \tilde{t}) + \varphi_0] = A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{R}{v} + \varphi_0) = A_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} R + \varphi_0)$$

$$x = A_0 \cos(\omega t - kR + \varphi_0)$$

R - ня плоскої хвилі

$A_0 = \text{const}$  - енергія плоскої хвилі не розсіюється у просторі, якщо відсутнє затухання

Сферична хвиля - (джерело - пульсуюча сфера) хв. пов. - сфера. (однорідне ізотропне середовище)



Визначимо амплітуду коливань хвилі на відстані R (свахаємо на відстані  $R_0$  -  $A_0$ ). Виходячи з з.з.в. енергії, що переносяться хвилею गरे поверхні  $S_0$  і  $S$  рівні  $W_{S_0} = W_S \Rightarrow$

$$\omega \cdot v \cdot t \cdot 4\pi R_0^2 = \omega \cdot v \cdot t \cdot 4\pi R^2 \text{ де } \omega = \frac{\rho \omega^2 A^2}{2} - \text{густина енергії} \Rightarrow$$

$$\frac{\rho \omega^2 A_0^2 R_0^2}{2} = \frac{\rho \omega^2 A^2 R^2}{2} \Rightarrow A = A_0 \frac{R_0}{R}$$

$$x = A_0 \frac{R_0}{R} \cos(\omega t - kR + \varphi_0)$$

R - ня сферичної хвилі

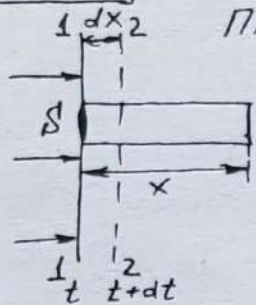
Циліндрична хвиля (хв. поверхня - циліндр. оболонка)

$$R_0 = 1 \text{ м} \quad x = A_0 \frac{R_0}{R} \cos(\omega t - kR + \varphi_0)$$

R - ня циліндричної хвилі (густина енергії  $A = A_0 \frac{R_0}{R}$ )  $R_0 = 1 \text{ м}$ .

K-6

# Фазова швидкість хвиль



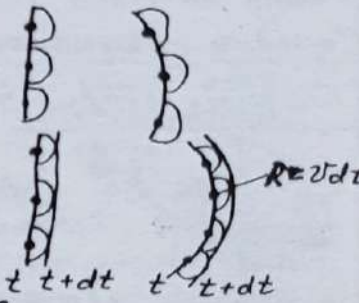
Плоска поздовжня хвиля в середовищі з густиною  $\rho$   
 В момент часу  $t$  хвил. поверхня 11, через час  $dt$  хвильова поверхня 22. При русі хвильової поверхні виникає поздовжній стиск (місцеве згущення) на ділянці  $dx = v \cdot dt$ . Через переріз  $S$  пройде зліва додатковий елемент масою  $dm = \rho \cdot S \cdot v \cdot dt$ , що має імпульс  $v \cdot dm = v^2 \cdot S \cdot \rho \cdot dt$  але  $dF = S dP$  де  $dP$  - надлишковий тиск на поверхні 11, тоді за II з-ном Ньютона  $dF \cdot dt = S \cdot dP \cdot dt = v^2 \cdot S \cdot \rho \cdot dt \Rightarrow v = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$  швидкість поздовжньої хвилі в однорідному середовищі.

Для тв. тіла (стерхсенг)  $dP = E \cdot \epsilon \Rightarrow \epsilon = \frac{dx}{x} = \frac{dP}{E} = \frac{d\rho}{\rho}$   $\frac{dx}{x} = \frac{d\rho}{\rho}$  доведення...

Для тв. тіла (поперозні хвилі)  $v_{т.т.} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$   $v_{т.т.} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$  G-модуль зсуву.

## Принцип Гюйгенса:

- 1) Кожна точка середовища до якої дійшло збурення сама стає джерелом вторинних хвиль
- 2) Хвильову поверхню у момент часу  $(t+dt)$  шукають як дотичну до хвильових поверхонь вторинних хвиль

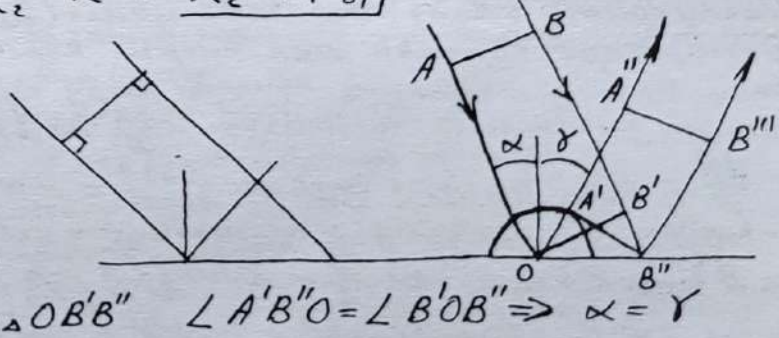


## Закопи поширення хвиль

I В однорідних середовищах хвилі поширюються рівномірно, прямолінійно. (в неоднорідних - криволінійно)  
 На межі двох середовищ хвиля розділяється, частково відбиваються, а частково проходять у друге середовище, в якому частота хвилі зберігається  $\nu, \omega = \text{const}$ , а змінюється довжина хвилі  $\nu_1 = \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} = \nu_2 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 \frac{v_2}{v_1}$

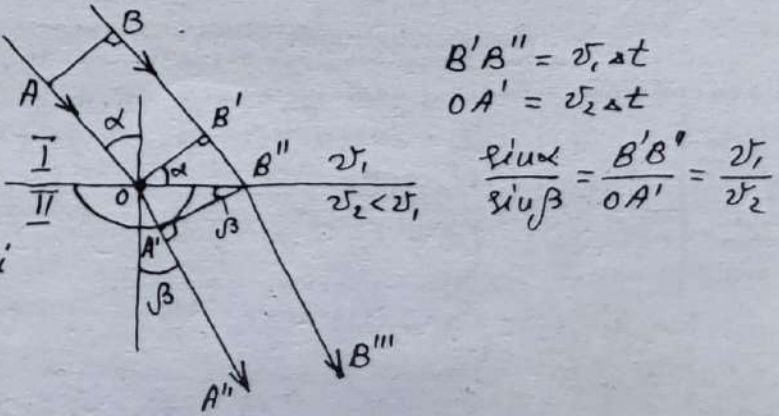
### II З-н відбивання хвиль:

1.  $\gamma = \alpha$  ... 2. ...  
 AO, BB'' - падаючі промені  
 OA'', B''B''' - промені відбиті  
 AB, OB' - хв. пов. падаючої хвилі  
 A'B'', A''B''' - хв. пов. відбитої хвилі  
 $B'B'' = v \cdot \Delta t$   $OA' = v \cdot \Delta t$   $\triangle OA'B'' = \triangle OB'B'' \Rightarrow \alpha = \gamma$



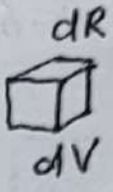
### III З-н заломлення хвиль:

1.  $n_{12} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$  ... 2. ...  
 AO, B'B'' - падаючі промені  
 OA'', B''B''' - заломлені промені  
 AB, OB' - хв. пов. падаючої хвилі  
 A'B'' - хв. пов. заломленої хвилі



$B'B'' = v_1 \Delta t$   
 $OA' = v_2 \Delta t$   
 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{B'B''}{OA'} = \frac{v_1}{v_2}$

K-7 | Енергія хвилі. Хвиля поширюється уздовж осі R і задана р-ною  $x = A_0 \cos \omega(t - \frac{R}{v})$  (1) Тоді кінетична енергія



ділянки середовища  $E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho V (-A_0 \omega \sin \omega(t - \frac{R}{v}))^2 = \frac{1}{2} \rho V A_0^2 \omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{R}{v})$  (2)

потенціальна енергія ділянки середовища (енергія деформованого тіла):  $E_p = \frac{\kappa \Delta l^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{E S}{L} \Delta l^2 = \frac{1}{2} E (\frac{\Delta l}{L})^2 L S = \frac{1}{2} E (\frac{dx}{dR})^2 V$  відносна деформація -

$\frac{\Delta l}{L} = \frac{dx}{dR}$ , де dx - різниця зміщення частинок на відстані dR, тоді з (1)  $\Rightarrow \frac{dx}{dR} = -A_0 \frac{\omega}{v} \sin \omega(t - \frac{R}{v}) \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} E \frac{A_0^2 \omega^2}{v^2} \sin^2 \omega(t - \frac{R}{v}) \cdot V$  (3)

з (2) і (3)  $\Rightarrow$  кінетична і потенціальна енергія змінюються в одній фазі. Ця енергія ділянки хвилі суттєво відрізняється від енергії коливань ізольованої точки. При коливаннях точки  $E = E_k + E_p = \text{const}$  - повна енергія зберігається. При коливаннях середовища кожен елемент об'єму середовища зв'язан з оточуючим середовищем і енергія може переходити від одної ділянки середовища до другої

(2)+(3)  $\Rightarrow E = E_k + E_p = \frac{1}{2} (\rho + \frac{E}{v^2}) A_0^2 \omega^2 V \sin^2 \omega(t - \frac{R}{v}) = \rho A_0^2 \omega^2 V \sin^2 \omega(t - \frac{R}{v}) = \varphi(t)$

Повна енергія ділянки хвилі  $\sim A^2, \sim \omega^2, \sim \rho$   
Середня густина енергії  $\langle \omega \rangle = \frac{\langle E \rangle}{V} = \rho A_0^2 \omega^2 \frac{1}{2} \langle (1 - \cos 2\varphi(t)) \rangle = \frac{\rho A_0^2 \omega^2}{2}$

$\Phi$  - потік енергії через поверхню = кількості енергії, що проходить за одиницю часу через поверхню S

$$\Phi = \frac{E}{\Delta t} = \frac{\omega S v \Delta t}{\Delta t} = \omega S v \quad \langle \Phi \rangle = \langle \omega \rangle S v \quad \text{середній потік енергії}$$

$U$  - густина потоку енергії хвилі (вектор Умова)  $U = \frac{\Phi}{S_1} = \frac{E}{S_1 t} = \omega v$

$\mathcal{I}$  - інтенсивність хвилі (чисельно рівна енергії, що переноситься хвилею за 1с через 1 м<sup>2</sup> поверхні  $\perp$  до  $\vec{v}$ )  $\mathcal{I} = |\langle U \rangle| = \langle \omega \rangle v = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A_0^2 v$   $[\frac{BT}{m^2}]$

Поглинання хвиль середовищем (викликане в'язкістю і теплопровідністю) - перетворення мех. енергії кол. руху у внутрішню

Нехай при проходженні хвилею шару середовища товщиною dR відносна зміщення амплітуди  $-\frac{dA}{A} \sim dR$  тоді

$-\frac{dA}{A} = \kappa dR$   $\kappa$  - коеф. пропорц. проінтегруємо  $\int \frac{dA}{A} = -\kappa \int dR \Rightarrow \ln A = -\kappa R + C$

C - константу визначимо з початковим умов  $R=0$  тоді  $\ln A = \ln A_0 = C \Rightarrow \ln A = -\kappa R + \ln A_0 \Rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\kappa R} \Rightarrow A = A_0 e^{-\kappa R}$  зменшення амплітуди при поглинанні хвилі у середовищі

$\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 e^{-2\kappa R} \Rightarrow \mathcal{I} = \mathcal{I}_0 e^{-\kappa R}$  - інтенсивність хвилі у середовищі, що поглинає

$\kappa$  - лінійний коеф. поглинання плоских хвиль,  $\kappa = \frac{1}{R_0}$  де  $R_0$  - відстані на якій інтенсивність хвилі зменшується у e разів

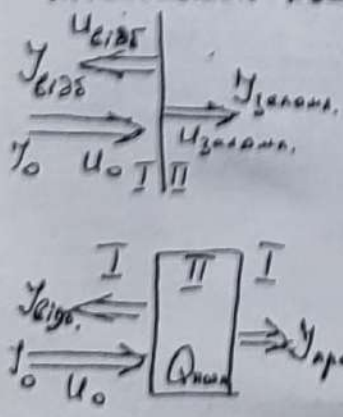
$\mathcal{I}_0$  - інтенсивність падаючої хвилі,  $\mathcal{I}_0$  - падаючий потік.

$K = \frac{\mathcal{I}_{\text{відб}}}{\mathcal{I}_0} = \frac{\mathcal{I}_{\text{відб}}}{\mathcal{I}_0}$  - коеф. відбивання хвиль.

$K = \frac{\mathcal{I}_{\text{проп}}}{\mathcal{I}_0} = \frac{\mathcal{I}_{\text{проп}}}{\mathcal{I}_0}$  - коеф. пропускання хвиль.

$K = \frac{Q}{\mathcal{I}_0} = \frac{\mathcal{I}_0 - \mathcal{I}_{\text{відб}} - \mathcal{I}_{\text{погл}}}{\mathcal{I}_0}$  - коеф. поглинання.

Екстинкція ...





# Хвильові явища

## I Інтерференція хвиль - додавання когерентних хвиль,

внаслідок чого виникає стійкий у часі перерозподіл енергії у просторі (підсилення коливань в одних точках, послаблення у інших).  
 Основа: принцип суперпозиції... (справедливий для хвиль малих амплітуд).

Когерентні хвилі: ①  $\omega_1 = \omega_2$  ②  $\Delta\varphi = \text{const} \neq \varphi(t)$  - стала в часі різниця фаз.  
 (приклад: синусоїдальні з  $\nu_1 = \nu_2$ )

$S_1 = A_1 \sin(\omega t - k r_1 + \varphi_1)$      $S_2 = A_2 \sin(\omega t - k r_2 + \varphi_2)$   
 $S_1 = A_1 \sin \phi$      $S_2 = A_2 \sin \phi_2$   
 в т. В.  $S = S_1 + S_2 = A \sin \phi$      $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos[k(r_2 - r_1) - (\varphi_2 - \varphi_1)]$   
 $\Delta r = |r_2 - r_1|$  - різниця ходу хвиль  
 $\cos \phi = \frac{A_1 \sin \phi_1 + A_2 \sin \phi_2}{A}$

**max**  $k \Delta r - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2\pi n$     **мін**  $k \Delta r - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm (2n+1)\pi$   
 $\Delta r = \pm n\lambda + \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)\lambda}{2\pi}$      $\Delta r = \pm \frac{(2n+1)\lambda}{2} + \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)\lambda}{2\pi}$

при  $\varphi_1 = \varphi_2$     **max**  $\Delta r = n\lambda$     **мін**  $\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

Результат інтерференції у точці визначається різницею фаз хвиль  $\Delta\varphi$ , яка визначається різницею ходу хвиль  $\Delta r$

**Стояча хвиля** - хвиля, що виникає при накладанні падаючої і відбитої синусоїдальних хвиль (однакові частоти, амплітуди, поляризація).  
 (не переносить енергію)

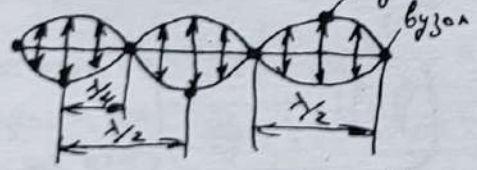
$x_1 = A_0 \cos(\omega t - ky)$  - пряма хвиля (падаюча) уздовж осі y  
 $x_2 = A_0 \cos(\omega t + ky)$  - зворотня хвиля (відбита) проти осі y  
 $x = x_1 + x_2 = 2A_0 \cos ky \cos \omega t$      $A = 2A_0 \cos ky$  [амплітуда хвилі від t не залежить].

**Пучність** - точка хвилі де  $A = 2A_0 \Rightarrow |\cos ky| = 1 \Rightarrow ky = \pm n\pi \Rightarrow$

$y_n = \pm \frac{n\lambda}{2}$      $n = 0, 1, 2, \dots$     тоді відстань між пучностями  $y_{n+1} - y_n = \frac{\lambda}{2}$

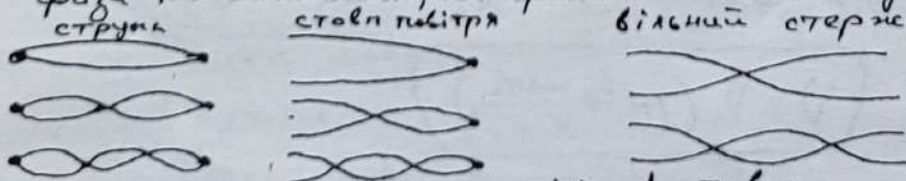
**Вузол** - точка де  $A = 0 \Rightarrow \cos ky = 0 \Rightarrow ky = \pm (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow$  відстань між вузлами...

$y_v = \pm (2n+1)\frac{\lambda}{4}$     відстань вузол-пучність  $y_v - y_n = \frac{\lambda}{4}$



- Усі точки між вузлами коливаються в однакових фазах
- При переході через вузол фаза міняється на  $\pi$  (на протилежну).

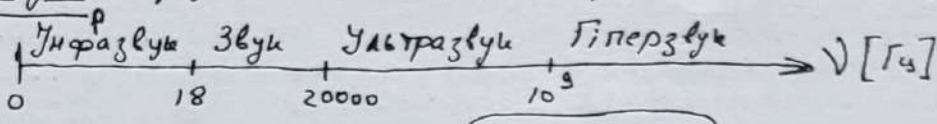
- Якщо стояча хвиля = падаюча + відбита то лінійні розміри тіла, в якому виникає стояча хвиля, мають бути кратні  $\frac{\lambda}{4}$
- Якщо відбивання відбувається від середовища з більшою густиною, то на границі виникає вузол, тому що при такій умові відбивання хвиля втрачає  $\frac{\lambda}{2}$ , тобто міняє фазу на  $\pi$  (на протилежну).
- при відбиванні від менш густого середовища втрачає  $\frac{\lambda}{4}$  не відбувається, фаза не міняється, на границі виникає пучність.



**II Дифракція хвиль**...  $\lambda \geq d$  повна - принцип Гюйгенса-Френеля...  
 $\lambda < d$  часткова

**III Поляризація** (властива тільки поперечним хвилям) - порушення осової симетрії коливань. Плоско поляризована хвиля...

K-9 | Звук - пружні хвилі, що стрийються органами слуху.



Швидкість звуку  $v = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}}$

I Газу @ v-малі - ізотермічна хвиля

$P \cdot V = \text{const} \Rightarrow \left(\frac{P}{\rho} = \text{const}\right)' \Rightarrow \frac{dP}{d\rho} \cdot \rho - P \frac{d\rho}{dP} = 0 \Rightarrow \frac{dP}{d\rho} = \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$

$v_{\text{ізотерм}} = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$

б v-велике - адиабатна хвиля  $PV^\gamma = \text{const} \Rightarrow \left(\frac{P}{\rho^\gamma} = \text{const}\right)' \Rightarrow \gamma = \frac{c_p}{c_v}$  - показник адиабати

$\frac{dP}{d\rho} \rho^\gamma - P \gamma \rho^{\gamma-1} \frac{d\rho}{dP} = 0 \Rightarrow \frac{dP}{d\rho} = \gamma \frac{P}{\rho} = \gamma \frac{RT}{\mu}$   $v_{\text{адиаб.}} = \sqrt{\frac{dP}{d\rho}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}$

II Рідини  $\beta = \frac{dV}{V dP}$  - адиабатна стисливість (табл.)

$v_{\text{рід}} = \sqrt{\frac{dV}{\beta V dP}} = \sqrt{\frac{dV}{\beta d\rho}} = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}}$   $v_{\text{рід}} = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}}$

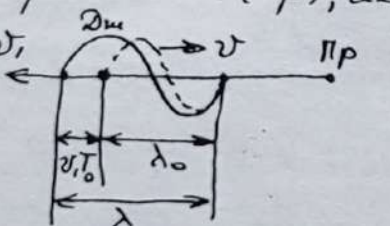
III Тв. тіла

$v_{\text{повдовж. стержня}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$   $v_{\text{поперечн.}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

Акустичний резонанс... Приклади...

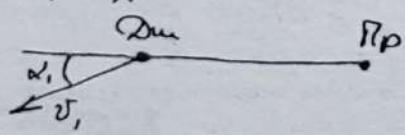
Ефект Доплера - зміна частоти хвилі, що реєструється приймачем (Pr), яка виникає внаслідок руху джерела (Dm) і приймача V. зміна  $\lambda$  зміна  $v$

1.  $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda, T_0 = (v + v_1) T_0 = \frac{v + v_1}{v_0}$

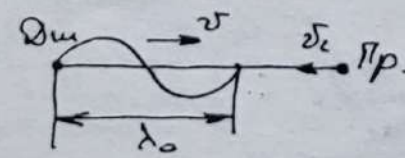


$v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v \cdot v_0}{v + v_1} = \frac{v_0}{1 + \frac{v_1}{v}}$   $v = v_0 \frac{1}{1 + \frac{v_1}{v}}$  частота хв., що реєструється пр.

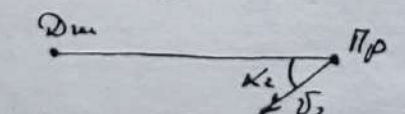
2.  $v = \frac{v_0}{1 + \frac{v_1 \cos \alpha_1}{v}}$



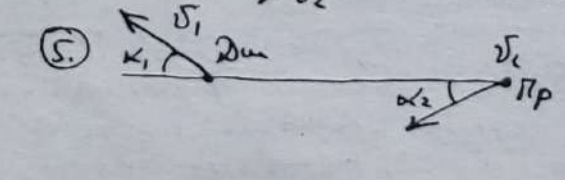
3.  $\lambda = \lambda_0 - \frac{v}{v_0}$   $v_{\text{хв. пр}} = v + v_2$   $v = \frac{v + v_2}{\lambda_0} = v_0 \left(1 + \frac{v_2}{v}\right)$



4.  $v = v_0 \left(1 + \frac{v_2 \cos \alpha_2}{v}\right)$



5.  $v = v_0 \frac{1 + \frac{v_2 \cos \alpha_2}{v}}{1 + \frac{v_1 \cos \alpha_1}{v}}$  загальний випадок ефекта Доплера.



# Звукові хвилі

Чистий тон...  
(півна частота)

Музичний тон...  
осн. тон + обертони  
(гармоніки)  
(дискретний спектр)

Шум...  
(суцільний спектр)

Ударна хвиля...

## Суб'єктивні характеристики звуку

Висота  
(визн.  $\nu$  осн. тона)

Гучність  
інтенсивність хв.  
(амплітуда коливань)

Тембр  
визначається спектральним складом звуку.

## СЛУХ

2 вуха - бінауральний ефект...

$$I_{zv} = I_0 \div I_1$$

інтенсивність звуку

$$I_0 = 10^{-12} \frac{BT}{m^2}$$
$$I_1 = 10^4 \frac{BT}{m^2}$$

- поріг чутиності на 1000 Гц.  
- інтенсивність в області дольового відчуття.

Гучність  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$  [Бел] або  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$  децибел [дБ]

гучність звуку  
децибел [дБ]

$I_0 = 10^{-12} \frac{BT}{m^2}$  - поріг чутиності

Музичний стрій - складається з звуків, що знаходяться у певних співвідношеннях.

Європейський стандартний тон 440 Гц - ля 1<sup>ої</sup> октави

Інтервали - октава 2:1 кварта 4:3  
                  - велика терція 5:4 квінта 3:2

Октава - 12 інтервалів  $\nu_n : \nu_{n+1} = \sqrt[12]{2} : 1$

Скрипка, рояль - будова... Акустичні резонатори...

## Ультразвук...

Властивості...

Дисереза...

застосування...

(магнітострикція...)  
(електрострикція...)

Інфразвуки...  
 $L$  (децибел)

$$I \left[ \frac{BT}{m^2} \right]$$

Тиха мова 30 дБ

$$10^{-9}$$

Кроки 40

$$10^{-8}$$

Гучна мова 70

$$10^{-5}$$

Шум великої вулиці 90

$$10^{-3}$$

Оркестр фортісімо 100

$$10^{-2}$$

Реактивний шум на 3 м 130

$$10^2$$

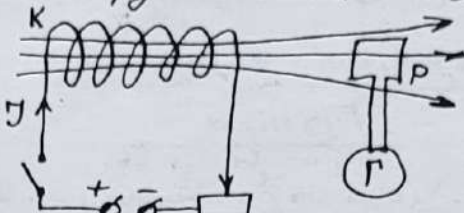
Явище електромагнітної (е.м.) індукції (М.Фарадей 1831р.)

- полягає у тому, що в замкнутому провідному контурі при зміні магнітного потоку, що пронизує контур, виникає електричний струм - індукційний струм

Фарадей виявив, що індукційний струм можна виявити:

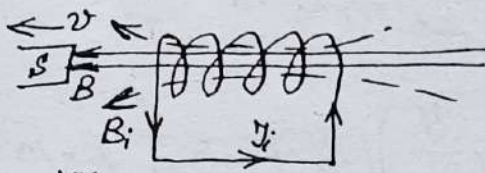
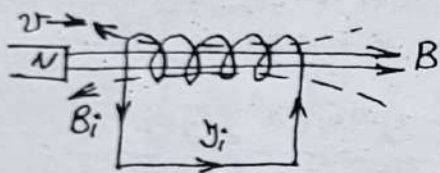
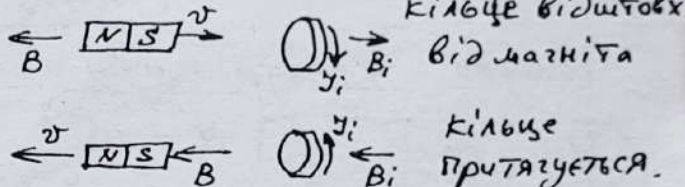
① Переміщенням рамки (р) у полі нерухокої котушки (к)

② Рамка нерухома - змінюється магнітне поле (рух котушки, зміна струму у котушці)



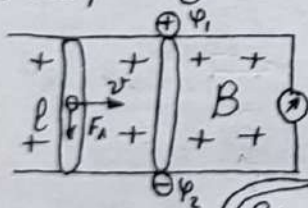
Правило Ленца (рос. 1933р.) - впливає з з.з.б. ...

Індукційний струм створює магн. поле  $B_i$ , що протидіє зміні магн. поля  $B$ , що викликає індукційний струм



З-н. е.м. індукції?

Щоб виник індукційний струм  $I_i$  (заряди прийшли в напрямлений рух) на них повинна подіяти електрична стороння сила, яка виникає там, де змінюється магнітне поле. Знайдемо в.р.с. індукції  $\mathcal{E}_i = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$



$$F_{\text{св}} = qE \quad F_{\text{л}} = qvB$$

$$qE = -qvB \Rightarrow E = -vB$$

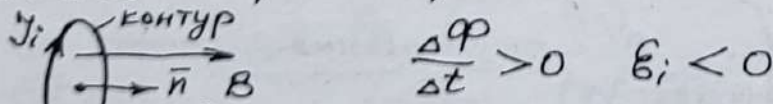
$$\mathcal{E}_i = -vBl = -Bl \frac{dx}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\Phi'$  - з-н е.м. індукції ...

①  $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$  - зміна магнітного потоку  $[B\delta]$  через поверхню контура

②  $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$  - швидкість зміни магнітного потоку через пов. контура  $[\frac{B\delta}{c}]$

③ Знак  $\ominus$  відображає правило Ленца



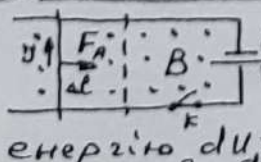
Додатний напрям обходу контура для вибраного  $\vec{n}$ , тоді напрям  $\mathcal{E}_i$  ( $I_i$ ) від'ємний

④ Повний магнітний потік (потікозчеплення) - якщо контур - котушка  $N$  витків, а потік через один виток  $\Phi_1$ , то сумарний потік  $\Phi = N \cdot \Phi_1$  - повний магнітний потік (потікозчеплення)

$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi_1}{dt}$  - в.р.с. індукції в котушці

⑤  $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \Rightarrow \Delta q = -\frac{\Delta \Phi}{R}$  - заряд, що протікає у контурі

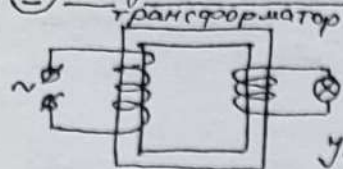
⑥ За Гельмгольцем якщо замкнути к, то у колі виникне струм  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$



За час  $dt$  на провідник  $dl$  діє сила  $\Delta F_{\text{л}} = I B \Delta l$  яка виконує роботу  $dA = \Delta F_{\text{л}} \cdot dx = I B \Delta l dx = I d\Phi$ , при цьому виділиться теплота  $dQ = I^2 (R+r) dt$ , джерело витратить енергію  $dU = I \mathcal{E}_i dt$  тоді з.з.б.  $dU = dA + dQ \Rightarrow I \mathcal{E}_i dt = I d\Phi + I^2 (R+r) dt \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}_i}{R+r}$  числення - повна в.р.с.  $\Rightarrow \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$  - з-н е.м. індукції

Природа явища е.м. індукції:

I Індукційний струм виникає у контурі, що знаходиться у змінному м.п.



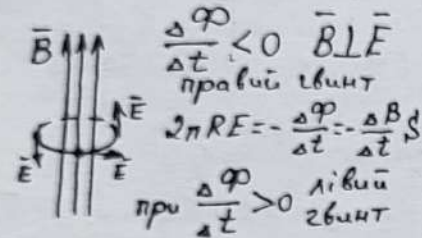
Виникнення індукційного струму свідчить про те, що змінне м.п. викликає в контурі появу сторонніх сил. Це не магнітні сили  $F_A = qvB = 0$  ( $v=0$ )  
Індукційний струм зумовлений появою в провіднику ел. поля  $E$ .

Максвелл: Змінне в часі м.п. породжує у просторі вихрове ел. поле

$$\mathcal{E}_i = \frac{\Delta \Phi}{t} = \oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{S} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$$

$\oint \vec{E} d\vec{l} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}$  - з-н. е.м. індукції Фарадея: при всякій зміні в часі м.п. в точках простору, де є така зміна, збуджується вихрове ел. поле.

Циркуляція напруженості  $\vec{E}$  якого по довільному замкнутому контуру  $\Gamma$  дорівнює швидкості зміни магн. потоку через довільну поверхню  $S$ , яка спирається на контур.

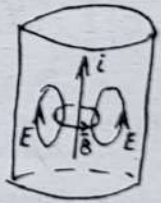


- Вихрове ел. поле. Ел. статичне поле.
1. Породжується змінним м.п.
  2. Лінії замкнуті (у вигляді кіл  $E_{ліній} = const$ ).
  3. Не потенціальне  $\oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0$
1. створюється електр. зарядом  
2. лінії починаються на  $+q$  і закінчуються на  $-q$   
3. Потенціальне  $A$  не залежи від траєкторії,  $A_Q = 0$

Прояв і застосування вихрового ел. поля.

1. Вихрові струми (струми Фуко) виникають у масивних провідниках при зміні магнітного потоку, що їх пронизує - струми замкнуться в об'ємі провідника у вигляді вихроподібних замкнених ліній. Прояв  $\oplus$ : асинхронні електричні двигуни..., індукційні металургічні печі (вакуум)..., нагрівання металів (закалка), електричні літальники, електромагнітні заспокоювачі електровимірювальних приладів, тахометри. Прояв  $\ominus$ : перегрів осердя електромагнітів, трансформаторів, двигунів (втрата енергії, для зменшення втрат осердя надбирають з окремих ізольованих пластин).

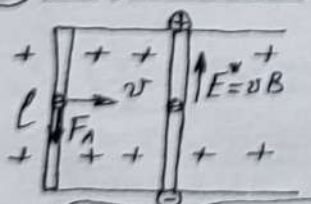
2. Скін-ефект. При проходженні по провіднику змінного струму (ВЧ) в його об'ємі виникають вихрові струми, що приводять до підсилення струму біля поверхні провідника і послаблення вздовж осі (струм іде по поверхні)



3. Бетатрон (1928р.) - індукційний прискорювач електронів  
Будова... Дія зміна струму в обмотці електромагніту створює змінне м.п., яке породжує вихрове електричне - яке прискорює електрони і утримує їх на орбіті. За час наростання м.п. ( $\sim$ нс) електрони встигають зробити  $\sim 10^6$  обертів і розвинуть швидкість  $\sim c = 300000 \frac{m}{s}$  ( $E \sim 400$  Мев)

4. Магнітний запил і відтворення звуку... 5. Ефект Баркгаузена...

II Індукційний струм виникає в провіднику, що рухається в постійному м.п.



Стороння сила - магнітна сила Лоренца  
 $F_A = qvB \sin \alpha = qE^* \Rightarrow E^* = vB \sin \alpha$  - ел. поле, що відповідає силі Лоренца.  
 $\mathcal{E}_i = E^* \cdot l = vBl \sin \alpha$   $E^* = [v \times B]$

$\mathcal{E}_i = vBl \sin \alpha = \oint [v \times B] dl$  - в.р.с. індукції в рухомому провіднику.  
*v-однорідне*

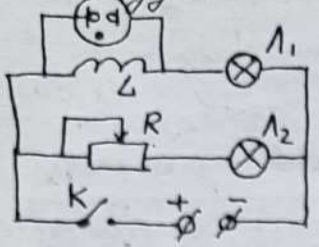
Застосування: індукційний електромагнітний генератор, мікрофон.

Заблющення: ми повинні сприймати явище е.м. індукції, як сумісний ефект зовсім різних явищ, незалежних друг від друга.

$\mathcal{E}_i = \oint E dl = - \frac{d\Phi}{dt} + \oint [v \times B] dl$

Явище самоіндукції - полягає у виникненні ЕРС

індукції в тому самому контурі де змінюється струм.



- (1) Замикання кола  $L_2$ -горить відразу,  $L_1$ -загоряється з затримкою  
 $L_3$ -не горить (напряга на  $b <$  напруж загалення)

У катушці з'являється струм  $\rightarrow$  зростає магнітне поле  $\rightarrow$  виникає вихрове сл. поле  $E$ , яке протилежне до  $E_0$ -поля джерела  $\rightarrow$  з'являється ЕРС самоіндукції  $E_{is} = -\frac{d\Phi}{dt}$   
 поява  $E_{is}$  зменшує загальну ЕРС, що діє в катушці - струм зростає повільно.

- (2) Коло розмикають.  $L_2$ -гарне відразу,  $L_1$ -повільніше зростає повільно.  
 $L_3$ -спалахує - це свідчить про велику ЕРС самоіндукції ( $E_{is} > U_0$  увага!)  
 $L$ -ІНДУКТИВНІСТЬ [ГН]-генрі

Якщо у просторі де знаходиться контур із струмом  $I$  немає феро-магнетиків, поле  $B$ , а значить і повний магнітний потік  $\Phi$  через контур  $I$ .

$\Phi = L \cdot I \rightarrow L = \frac{\Phi}{I}$   $L$ -індуктивність контура.  $L$ -залежить:

- (1) від форми, розмірів контура і кількості витків.  
 (2) від магнітних властивостей середовища (3) якщо контур жорсткий і відсутні феромагнетики  $L = const$  і не залежить від  $I$ .

$L$ -визначається: (1) статично  $L = \frac{\Phi}{I}$  - складності - важко визначити геометричний контур враховуючи розміри провідника.

(2) динамічно  $E_{is} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt} \rightarrow L = \frac{E_{is} \Delta t}{\Delta I}$   $L = E_{is}$  при  $\Delta I = 1A$  за  $\Delta t = 1c$

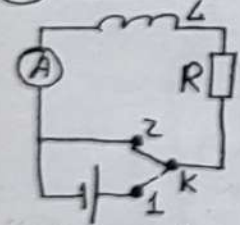
Індуктивність соленоїда. Поле соленоїда однорідне, тому потік

$N$ -кількість витків  $\Phi = N \cdot \phi = NBS = NS \frac{\mu_0 I N}{l} = \mu_0 \frac{N^2 S I}{l}$   
 $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$  - з теореми про циркуляцію

$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = \mu_0 \frac{N^2}{l^2} S l = \mu_0 n^2 V$   $n$ -кількість витків на одиницю довжини соленоїда.

Прояв самоіндукції:

- (1) Встановлення струму при замиканні кола.



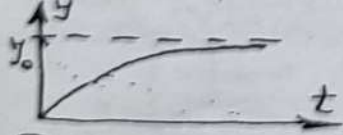
при  $t=0$  ключ з 2  $\rightarrow$  1 тоді за законом Ома

$IR = \epsilon - L \frac{dI}{dt} \rightarrow IR - \epsilon = -L \frac{dI}{dt}$  введемо нову змінну

$U = IR - \epsilon$  тоді  $\frac{dU}{dt} = R \frac{dI}{dt} \Rightarrow U = -\frac{L}{R} \frac{dU}{dt} \Rightarrow \frac{dU}{U} = -\frac{R}{L} dt \rightarrow$

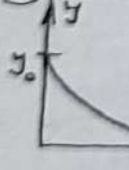
проінтегруємо  $\ln U = -\frac{R}{L} t + \ln C$  визначимо константу  $C$  з початкових умов при  $t=0$   $C = -\epsilon$  тоді  $\ln \frac{U}{-\epsilon} = -\frac{R}{L} t$  потенціюємо

$U = -\epsilon e^{-\frac{Rt}{L}} \Rightarrow IR - \epsilon = -\epsilon e^{-\frac{Rt}{L}} \Rightarrow I = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-\frac{Rt}{L}}) = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$



$I = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$   $\tau = \frac{L}{R}$  - стала часу - визначає швидкість встановлення струму.

- (2) Зникнення струму при розмиканні кола. (ключ 1  $\rightarrow$  2)



$IR = -L \frac{dI}{dt}$  (з-н Ома)  $\Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$  інтегруємо  $\ln I = -\frac{R}{L} t + \ln C$

визначимо константу  $C$  з початкових умов,  $t=0$   $C = I_0 = \frac{\epsilon}{R} \Rightarrow$

$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t$  потенціюємо  $I = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

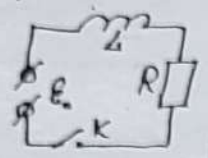
Збереження магнітного потоку у надпровідниках.

Нехай в довільному м.п. зовнішньому (постійному або змінному) рухається і деформується контур із струмом. При цьому у контурі індукуються струми  $IR = \epsilon_i + E_{is} = -\frac{d\Phi_{зовн}}{dt} - \frac{d(LI)}{dt}$  якщо  $R=0$  то  $IR=0$   $\Rightarrow$

$\frac{d(\Phi_{зовн} + LI)}{dt} = 0 \Rightarrow \Phi = \Phi_{зовн} + LI$  - при русі надпровідного контура в м.п. протікають його сумарний магн. потік залишається постійним. !!!

I Магнітна енергія струму (власна енергія струму)

Ел. струм отримують за рахунок енергії сторонніх джерел  $\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_0$ . При  $\mathcal{I} = \text{const}$  енергія  $\mathcal{E}_0$  витрачається на виділення лема-джоульової теплоти, а магн. поле незмінюється. При змиканні кола, струм наростає від 0 до  $\mathcal{I}$ , змінюється магнітний потік і в контурі виникає  $\mathcal{E}_{\text{РС}}$  самоіндукції, якої протилежна до дії сторонніх джерел  $\mathcal{E}_0$ . Щоб  $\mathcal{I}$  наростала необхідно, за рахунок енергії сторонніх джерел  $\mathcal{E}_0$  компенсувати  $\mathcal{E}_{\text{РС}}$  самоіндукції, тобто при наростанні  $\mathcal{I}$  джерело  $\mathcal{E}_0$  виконує роботу проти  $\mathcal{E}_{\text{РС}}$  самоіндукції, ця робота йде на створення м.п., енергія якою = роботі сторонніх  $\mathcal{E}_0$ .



За 3-ном Ома  $\mathcal{I}R = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_{\text{РС}} \Rightarrow \mathcal{E}_0 = \mathcal{I}R - \mathcal{E}_{\text{РС}}$ , тоді робота

джерела  $\mathcal{E}_0$  (сторонніх сил) за час  $dt$ :  $\mathcal{E}_0 \mathcal{I} dt = \mathcal{I}^2 R dt - \mathcal{E}_{\text{РС}} \mathcal{I} dt = \mathcal{I}^2 R dt + \frac{d\Phi}{dt} \mathcal{I} dt \Rightarrow$

$\delta A_{\text{джер.}} = \delta Q + \mathcal{I} d\Phi$  - робота джерела  $\mathcal{E}_0 > \delta Q$  - теплоти, що виділяється в колі. Частина цієї роботи (додаємо робота  $\delta A^{\text{дод}}$ ) виконується проти  $\mathcal{E}_{\text{РС}}$  у процесі встановлення струму.

З.З.Е. - Люба робота йде на придіст якогось виду енергії. Частина роботи йде на збільшення внутрішньої енергії  $\delta Q$  провідників (з нею пов'язане виділення Джоульової теплоти), друга частина (у процесі встановлення струму) на створення магн. поля (з ним і пов'язано виникнення струму)

$\delta A^{\text{дод}} = \mathcal{I} d\Phi = \mathcal{L} \mathcal{I} d\mathcal{I} \xrightarrow{\text{інтегруємо}} A = \int \delta A = \int \mathcal{L} \mathcal{I} d\mathcal{I} = \frac{\mathcal{L} \mathcal{I}^2}{2}$

$W = \frac{\mathcal{L} \mathcal{I}^2}{2} = \frac{\mathcal{I} \Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2\mathcal{L}}$  - магнітна енергія струму (власна енергія струму) - може бути повністю перетворена у теплоту (якщо відключити джерело)

II Енергія магнітного поля -  $W = \frac{\mathcal{L} \mathcal{I}^2}{2}$  може бути виражена через магнітну індукцію

Для соленоїда  $\mathcal{L} = \mu \mu_0 n^2 V \Rightarrow W = \frac{\mu \mu_0 n^2 \mathcal{I}^2 V}{2}$ , але  $B = \mu \mu_0 n \mathcal{I} \Rightarrow$

$W = \frac{\mu \mu_0 n^2 \mathcal{I}^2 V}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0} V$  в загальному випадку  $W = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV \rightarrow$

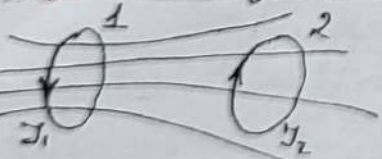
→ магнітна енергія локалізована у просторі зайнятому магн. полем.

$w = \frac{B^2}{2\mu_0}$  - об'ємна густина енергії м.п. (крім ферромагнетиків)

$w = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2}$  - густини енергії ел. поля

Індуктивність (енергетичне визначення)  $\mathcal{L} = \frac{1}{\mathcal{I}^2} \int \frac{B^2}{\mu_0} dV$  - характеризує здатність провідника із струмом нагромаджувати енергію свого м.п.

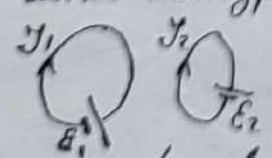
Взаємна індуктивність -  $\mathcal{L}_{12}$  - коеф. взаємної індукції



$\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12} = \mathcal{L}_{11} \mathcal{I}_1 + \mathcal{L}_{12} \mathcal{I}_2$  - повний потік через 1 катушку  
 $\Phi_2 = \Phi_{22} + \Phi_{21} = \mathcal{L}_{22} \mathcal{I}_2 + \mathcal{L}_{21} \mathcal{I}_1$  - потік через 2 катушку створений струмом  $\mathcal{I}_1$   
 $\Phi_{12}$  - потік через 1 катушку створений струмом  $\mathcal{I}_2$

Теорема взаємності  $\mathcal{L}_{21} = \mathcal{L}_{12}$  - при відсутності ферромагнетиків  
Суть: Потік  $\Phi_1$  крізь контур 1 створений струмом  $\mathcal{I}$  в контурі 2 =  $\Phi_2$  потоку крізь контур 2 створеному таким самим струмом  $\mathcal{I}$  у контурі 1

Взаємна індукція - При якій зміні струму в одному з контурів в іншому контурі виникає  $\mathcal{E}_{\text{РС}}$  індукції (це прояв магнітного зв'язку між контурами)

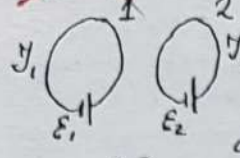


$\mathcal{E}_{\text{РС}}$  індукції у контурі 1:  $\mathcal{E}_{11} = - \frac{d\Phi_{11}}{dt} = - \mathcal{L}_{11} \frac{d\mathcal{I}_1}{dt}$   
 з-н Ома для 1 контура:  $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_{12} + \mathcal{E}_1 = \mathcal{I}R = \mathcal{E}_1 - \mathcal{L}_{11} \frac{d\mathcal{I}_1}{dt} - \mathcal{L}_{12} \frac{d\mathcal{I}_2}{dt}$

$\mathcal{L}_{12}$  - величина алгебраїчна  $\mathcal{L}_{12} > 0$  якщо при позитивних струмах в обох контурах вони "підмагнітують" один одного.

~~R-15~~

## Магнітна енергія двох контурів з струмами



Замкнемо обидва кола. Джерела  $\mathcal{E}_1$  і  $\mathcal{E}_2$  виконують роботу (частина енергії на джерелах теплює, друга  $dA^{доп}$  на створення енергії магн. поля) за час  $dt$

$$dA^{доп} = \mathcal{E}_1 I_1 dt + \mathcal{E}_2 I_2 dt = I_1^2 R_1 dt + I_2^2 R_2 dt - (\mathcal{E}_{11} + \mathcal{E}_{12}) I_1 dt - (\mathcal{E}_{21} + \mathcal{E}_{22}) I_2 dt$$

$$dW_m = L_{12} I_1 dI_2 + L_{11} I_1 dI_1 + L_{12} I_2 dI_1 + L_{22} I_2 dI_2 =$$

$$= d\left(\frac{L_{11} I_1^2}{2}\right) + d\left(\frac{L_{22} I_2^2}{2}\right) + d(L_{12} I_1 I_2) \Rightarrow$$

$$\textcircled{1} W_m = \frac{L_{11} I_1^2}{2} + \frac{L_{22} I_2^2}{2} + L_{12} I_1 I_2$$

$L_{11} I_1^2$  - власна енергія струмів  
 $L_{22} I_2^2$  - власна енергія струмів  
 $L_{12} I_1 I_2$  - взаємна енергія струмів

Магнітна енергія двох струмів з точки зору локалізації енергії в полі  $B_1$  - магн. поле струму  $I_1$ ,  $B_2$  - магн. поле струму  $I_2$  → за принципом суперпозиції  $B^2 = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos \alpha = B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2$  тоді

$$W_m = \int \frac{B_1^2}{2\mu_0} dV + \int \frac{B_2^2}{2\mu_0} dV + \int \frac{B_1 B_2}{\mu_0} dV = \frac{L_{11} I_1^2}{2} + \frac{L_{22} I_2^2}{2} + L_{12} I_1 I_2$$

Магн. енергія:  $\textcircled{1} W_m > 0$   $\textcircled{2} W \neq W_1 + W_2$   $\textcircled{3} L_{12} = \frac{1}{I_1 I_2} \int \frac{B_1 B_2}{\mu_0} dV$

$$\textcircled{3} \Rightarrow W_m = \frac{1}{2} (I_1 \Phi_1 + I_2 \Phi_2) \text{ виведення...}$$

## Закон збереження енергії

$dA_{джк} = dQ + dW_m + dA_{мех}$  Робота яку виконують джерела  $dA_{джк}$  струму у контурах 1 і 2 йде на теплоту  $dQ$ , на приріст магнітної енергії системи  $dW_m$  (внаслідок руху контурів або зміни струму у них) і на механічну роботу  $dA_{мех}$  (внаслідок переміщення або деформації контурів) Тоді:

$$dA^{доп} = I_1 d\Phi_1 + I_2 d\Phi_2 = dW_m + dA_{мех}$$

- основна формула для розрахунку механічної роботи  $dA_{мех}$ , а з неї і сил в магн. полі.

Висновки:  $\textcircled{1}$  якщо  $\Phi_i = \text{const}$  то  $dA_{мех} = -dW_m |_{\Phi = \text{const}}$

$\textcircled{2}$  якщо  $I_i = \text{const}$  то  $dA_{мех} = dW_m |_{I = \text{const}}$

## Магнітний тиск.

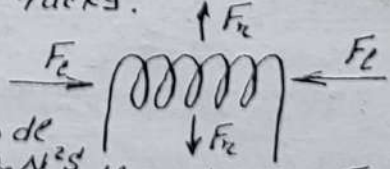
У випадку, коли по різні сторони від поверхні з струмом магнітне поле різне  $B_1$  і  $B_2$  у цьому випадку магнітний тиск на поверхню

$$p = \left| \frac{B_1^2}{2\mu_0} - \frac{B_2^2}{2\mu_0} \right|$$

область з більшим  $B$  виглядає як область більшого тиску.

## Магнітний тиск на обмотку соленоїда

$\textcircled{1} F_L$  - сила, що стягує соленоїд ( $I = \text{const}$ )



При нескінченно малому вкоротонні соленоїда  $ndl$  робота магнітних сил  $dA_{мех} = dW_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 S dl$   $dA_{мех} = F_L \cdot dl \Rightarrow$

$$F_L dl = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 S dl \Rightarrow \left\| \begin{aligned} p_L &= \frac{F_L}{S} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0^2 n^2 I^2}{\mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0} \end{aligned} \right\|$$

$\textcircled{2} F_r$  - радіальна сила

При нескінченно малому радіальному розтязі  $dr$  ( $I = \text{const}$ )

$$dA_{мех} = dW_m = \frac{1}{2} I^2 d\Delta = \frac{I^2}{2} d\left(\frac{\mu_0 n^2 \pi r^2}{e}\right) = \frac{I^2}{2} \frac{\mu_0 n^2 \pi 2r dr}{e}$$

$$dA_{мех} = F_r \cdot 2\pi r \cdot l \cdot dr \Rightarrow \left\| \begin{aligned} p_r &= \frac{\mu_0^2 n^2 I^2 \pi r}{2\pi r l^2 \mu_0} = \frac{B^2}{2\mu_0} \end{aligned} \right\|$$



K-16

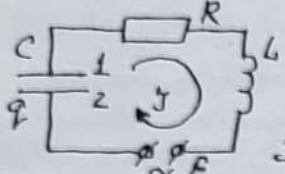
Електричні коливання - явища, при яких електричні величини ( $q, U, I, E, \vec{B} \dots$ ) змінюються періодично.

Квазістационарний струм...  $\rightarrow$  користуємось  $\varphi$ -ламі для статичного поля  $\rightarrow$  миттєві значення підкоряються з-ну Ома.

Типи ел. коливань.

- I Вільні. (коливальний контур)
- II Вимушені. (змінний ел. струм).
- III Автоколивання. (транзисторний (ламповий) генератор).

R-ня коливань контура



Стрілка - додатній напрям  $I \Rightarrow I = \frac{dq}{dt} = q'$   $I > 0$ , якщо  $dq > 0$  знаки  $I$ ;  $dq$  співпадають.

Знак  $q$  співпадає з знаком  $\varphi_2 - \varphi_1$ , тому що  $C > 0$ , а  $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{q}{C}$

За законом Ома для ділянки  $1RL2$ :  $iR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{i3} + \mathcal{E}_0$

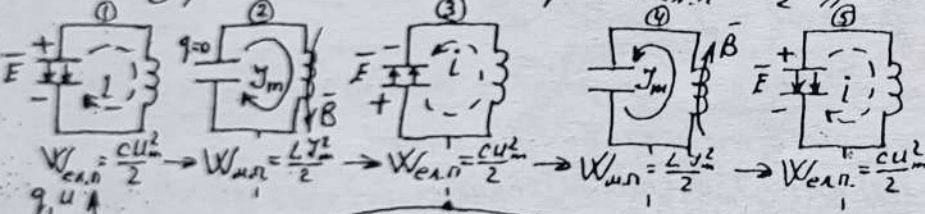
де  $\mathcal{E}_{i3} = -L \frac{di}{dt}$   $\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{C} \Rightarrow L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_0 \Rightarrow q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = \frac{\mathcal{E}_0}{L}$

$q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_0}{L}$  - R-ня коливального контура  $\beta = \frac{R}{2L}$  - коеф. затухання  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  - власна частота контура

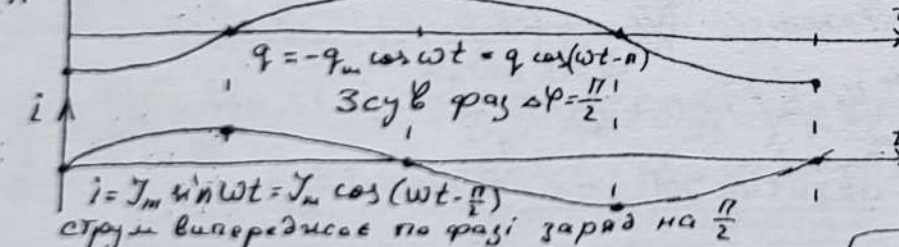
I Вільні незатухаючі коливання - власні коливання (без втрат енергії)

- коливальний контур ( $R=0$ )  $W_{ел.п} \leftrightarrow W_{м.п}$

Для збудження ел. коливань контуру необхідно надати енергію: зарядити конденсатор ( $W_{ел.п} = \frac{CU^2}{2}$ ) або створити струм у катушці ( $W_{м.п} = \frac{LI^2}{2}$ )



- 1) вся енергія в С  $1 \rightarrow 2$  С розряджається  $q \rightarrow i$   $W_C \rightarrow W_L$
- 2)  $q=0$   $i=I_m$  вся енергія в L
- 3)  $i \downarrow$  але не відразу - його буде підтримувати  $\mathcal{E}_{РС}$  самоіндукції, струм перезаряджається
- 3)  $i=0$ ,  $q=q_m$  вся енергія в перезарядженому С.



R-ня власних колив. контура  $q'' + \frac{1}{LC} q = 0 \Rightarrow q'' = -\frac{1}{LC} q \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   $T = 2\pi \sqrt{LC}$   $\varphi$ -ла Томсона

R-ня гармонічних коливань  $q = q_m \cos(\omega t + \varphi_0)$   $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_0)$   $I_m = \frac{q_m}{C}$   $U_m = \frac{q_m}{C}$  коливання гармонічні

I Вільні затухаючі коливання ( $R \neq 0$ ) (теплові втрати в провідниках, втрати на випромінювання е.м. хвиль, теплові втрати в діелектриках ферромагнетиках, що знаходяться у змінному ел. і м. полях)

$q'' + \frac{R}{L} q' + \frac{1}{LC} q = 0 \Rightarrow q'' + 2\beta q' + \omega_0^2 q = 0$  - R-ня затухаючих коливань

$q = q_m \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$   $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$   $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$  розриває R-ня затухаючих коливань.

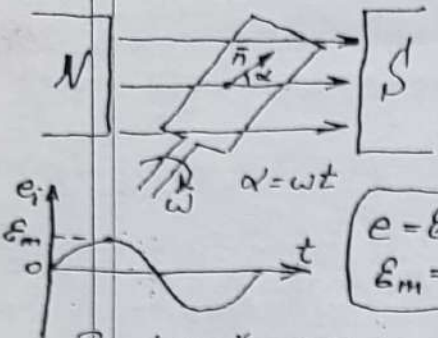
$q_m, \varphi_0$  - визначаються з початкових умов.

- 1)  $\tau = \frac{1}{\beta}$  - час релаксації ( $\tau = t_0$  за який амплітуда зменшується в 6 раз)
- 2)  $\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{1}{Ne}$  - логарифмічний декремент затухання.
- 3)  $Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi \cdot Ne = 2\pi \frac{W}{\delta W(T)}$  - Добротність контура
- 4)  $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$  - критичний опір ( $R > R_{кр}$  - процес аперіодичний)

# K-17) Змінний струм - вимушені електричні коливання.

Переваги: достатньо прості потужні джерела, двигуни змінного струму, легко трансформуються...

Синхронний індукційний генератор ел. струму-електромашинна, в якій (рамка обертається в м.п.) механічна енергія первинного двигуна (тепловий двигун або гідротурбіна) перетворюється в електричну. В основі роботи - зв'язок е.м. індукції.



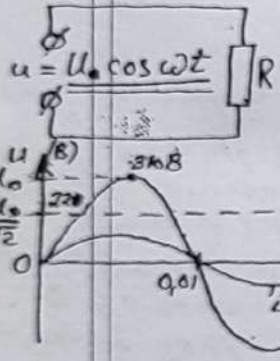
$$e_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = NBS\omega \sin \omega t = E_m \sin \omega t$$

Е.р.с. індукції в рамці змінюється гармонічно, в ел. колі з таким джерелом виникнуть вимушені ел. коливання з частотою  $\omega$

Змінний струм - струм величина і напрям якого періодично змінюються (при тому середнє значення величини за період може бути = 0).

Більшість країн світу  $\nu = 50$  Гц. (Е.р.с і струм 100 разів за 1с міняють свій напрям). США  $\nu = 60$  Гц.

Коло зм. струму з активним о-пором R (енергія виділяється у вигляді тепла)



$i, u$  - миттєві значення струму, напруги  
 $I_0, U_0$  - максимальні (амплітудні) значення  
 $u = iR \Rightarrow i = \frac{u}{R} = \frac{U_0}{R} \cos \omega t = I_0 \cos \omega t$

$$R = \rho \frac{l}{S} (1 + \alpha t)$$

Струм співпадає по фазі з напругою ( $\Delta\phi = 0$ )

Потужність на активному опорі.

$$W_R(t) = i(t) \cdot u(t) = I_0 \cos \omega t \cdot U_0 \cos \omega t = I_0 U_0 \cos^2 \omega t = \frac{I_0 U_0}{2} (1 + \cos 2\omega t)$$

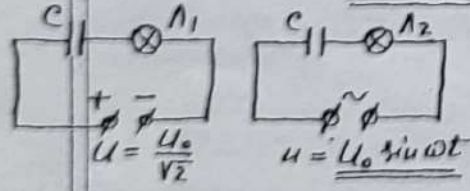
Середня потужність  $\overline{W}_R = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{I_0 U_0}{2} (1 + \cos 2\omega t) dt =$

$$= \frac{I_0 U_0}{2} \cdot \frac{1}{T} \left( t + \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^T = \frac{I_0 U_0}{2} \cdot \frac{1}{T} \left( T - 0 + \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega T - \frac{1}{2\omega} \sin 0 \right) = \frac{I_0 U_0}{2}$$

$$\overline{W}_R = P = \frac{I_0 U_0}{2} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_0}{\sqrt{2}} = I \cdot U \text{ - активна потужність (середня)}$$

$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} ; U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} ; E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$  - діюче значення струму (напруги, Е.р.с) = такий силі постійного струму, який протікаючи через опір R, виділяє стільки ж тепла, що і змінний струм з амплітудою  $I_0$ .  
 ВСІ (А) і (V) змінного струму проградуйовані у діючих значення.

## Коло з С-емністю



$L_1$  - не горить (коло постійного струму розірване С)

$L_2$  - горить - у колі існує струм перезарядки конденсатора

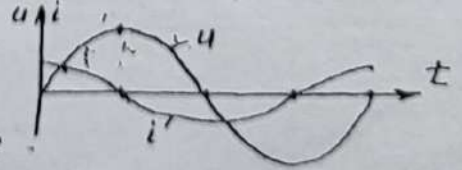
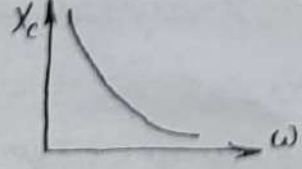
$$R=0 \Rightarrow u = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C} = U_0 \sin \omega t \quad q = C U_0 \sin \omega t$$

$$i = \dot{q} = C U_0 \omega \cos \omega t = U_0 \cdot C \omega \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

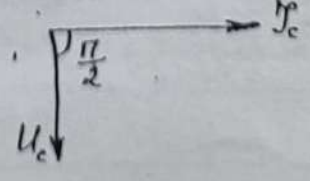
Струм через С випереджає напругу на  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$

По аналогії до з-ну Ома:  $i = \frac{u}{R} \quad I_0 = U_0 \omega C = \frac{U_0}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_0}{X_C}$

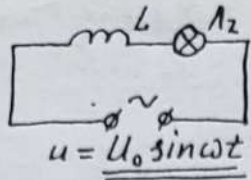
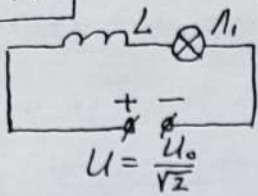
$$X_C = \frac{1}{\omega C} \text{ - емнісний опір (реактивний)}$$



Векторна діаграма



Коло з L-індуктивністю

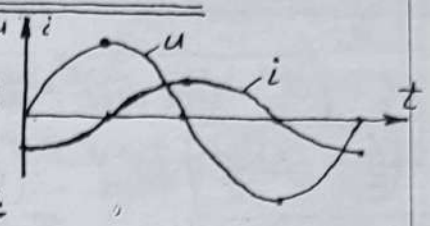
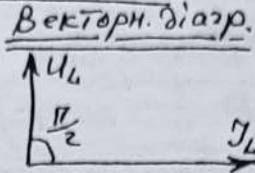
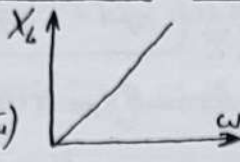


$L_1$  горить яскравіше за  $L_2$  (катушка завдяки явищу самоіндукції створює додатковий опір - тактково робота джерела виконується проти  $\underline{\underline{E}}_{is}$ )  
 $R=0 \rightarrow u = U_0 \sin \omega t = L \frac{di}{dt} \Rightarrow di = \frac{U_0}{L} \sin \omega t dt =$

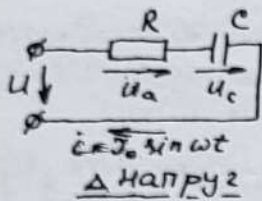
проінтегруємо  $\rightarrow i = \int \frac{U_0}{L\omega} \sin \omega t d(\omega t) = -\frac{U_0}{\omega L} \cos \omega t = \frac{U_0}{\omega L} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

Струм через L відстає від напруги на  $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2}$

$I_0 = \frac{U_0}{\omega L} = \frac{U_0}{X_L}$   
 $X_L = \omega \cdot L$  - індуктивний опір (реактивний)

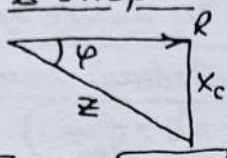
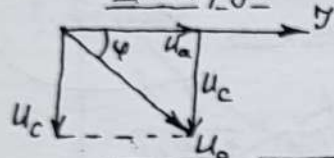


Коло RC

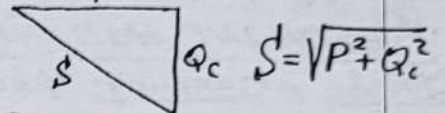


$u = u_a + u_c = R I_0 \sin \omega t + X_C I_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) = U_a \sin \omega t + U_c \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$   
 $u = U_0 \sin(\omega t - \varphi_c)$

Векторні діаграми



Δ Потужностей



$U_0 = \sqrt{U_a^2 + U_c^2} = \sqrt{(R I_0)^2 + (X_C I_0)^2}$   
 $= I_0 \sqrt{R^2 + X_C^2} = I_0 \cdot Z$

$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$  - повний опір кола

$\tan \varphi_c = \frac{-X_C}{R} = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{\omega CR}$

$\bar{S} = UI$  - повна потужність

$\bar{P} = UI \cos \varphi$  - активна потужність

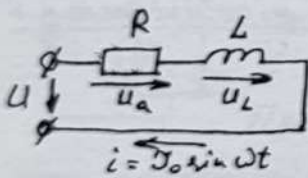
$\bar{Q}_C = UI \sin \varphi$  - реактивна ємнісна потужність

$\cos \varphi$  - коеф. потужності

$I_0 = \frac{U_0}{Z}$   $I = \frac{U}{Z}$  3-ни Ома для амплітудних і діючих значень.

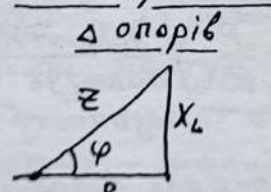
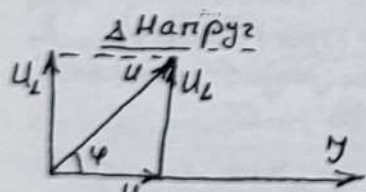
$\cos \varphi_c = \frac{R}{Z}$   $\sin \varphi_c = -\frac{X_C}{Z}$

Коло RL

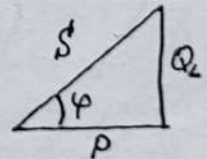


$u = u_a + u_L = R i + L \frac{di}{dt} = R I_0 \sin \omega t + L \omega I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$   
 $u = U_{am} \sin \omega t + U_{Lm} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_L)$

Векторні діаграми



Δ Потужностей



$\bar{P} = UI \cos \varphi_L$  - активна потужність (середня за період)

Повна потужність  $S = UI$

$S = [B \cdot A]$  вольт-ампер

Реактивна потужність  $Q = UI \sin \varphi$

$Q = [вар]$  вольт-ампер реактивний

$U_0 = \sqrt{U_a^2 + U_L^2} = \sqrt{(I_0 R)^2 + (\omega L I_0)^2}$   
 $= I_0 \sqrt{R^2 + X_L^2} = I_0 \cdot Z$

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

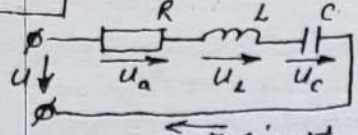
$\tan \varphi_L = \frac{X_L}{R}$

$\sin \varphi = \frac{X_L}{Z}$

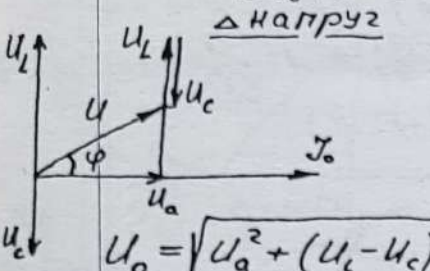
$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

$I_0 = \frac{U_0}{Z}$   $I = \frac{U}{Z}$  3-ни Ома

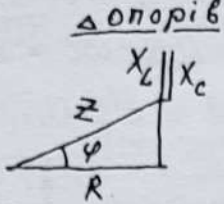
Послідовне нерозгалужене коло змінного струму.



$u = u_a + u_L + u_C = R J_0 \sin \omega t + X_L J_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + X_C J_0 \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$   
 результат у вигляді:  $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$



Векторні діаграми:



$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$  - повний опір (імпеданс)

$X = (X_L - X_C)$  - реактивний опір (алгебраїчна величина)

$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$      $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$

$U_0 = \sqrt{U_a^2 + (U_L - U_C)^2} = J_0 \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = J_0 \cdot Z$

$J_0 = \frac{U_0}{Z}$      $J = \frac{U}{Z}$     3-ни Ома

$P = U J \cos \varphi$  - активна потужність (середня)

$\varphi$ -алгебраїчна величина при  $X_L > X_C$   $\varphi > 0$

$\varphi$  - різниця потаткових фаз напруги і струму ( $\varphi$ -на діаграмах відкладається від вектора струму до вектора напруги), якщо  $i = J_0 \sin \omega t$  тоді  $u = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$

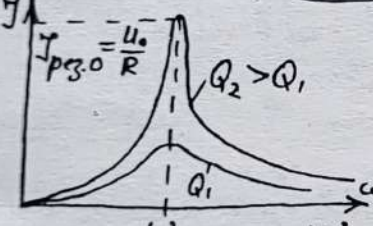
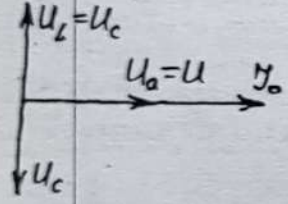
$Q = U J \sin \varphi$  - реактивна потужність - характеризує обмін енергією між колом і джерелом струму.

$U_L$  і  $U_C$  - змінюються у протифазах і частково або повністю компенсують друг друга при  $U_p = U_L - U_C$  - малому  $U_L$  і  $U_C$  може бути  $> U_{джерела}$  **Увага!**

Резонанс напруг (U<sub>L</sub>=U<sub>C</sub>) - послідовний контур.

Умова резонансу:  $\varphi = 0$      $X_L = X_C$      $(\omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}})$      $\varphi_{рез} = \varphi_{рез} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$

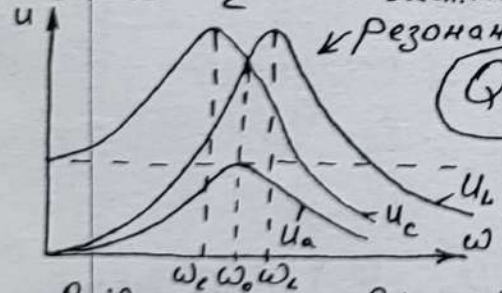
при резонансі  $X_L = X_C = \omega L = \frac{1}{\omega C} = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$  - хвильовий опір контура (характеристичний)



$P = U J = J^2 R = \frac{U^2}{R}$  - активна потужність

$Q = U J \sin \varphi = 0$  - реактивна потужність = 0 => немає обміну енергією між джерелом і контуром.

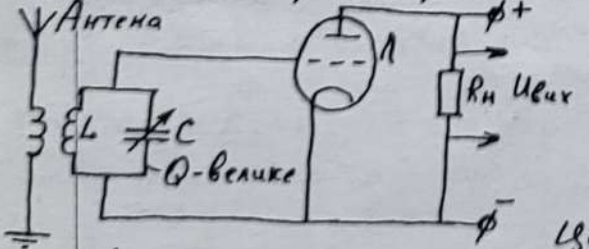
$W_{ел. max} = \frac{C U_0^2}{2} = W_{маг. max} = \frac{L J_0^2}{2} = W_{ел} + W_{маг} = \frac{C U_c^2}{2} + \frac{L I^2}{2}$



$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho}{R}$  - добротність контура (доведіть...) - показує у скільки разів при резонансі  $U_L (U_C) > U_{джерела}$

Резонанс напруг використовують у радіотехніці

Вхідне коло радіоприймача.

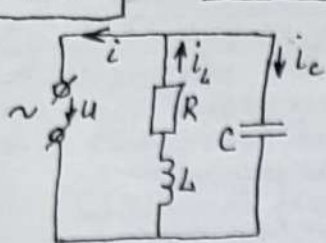


Радіосигнали (е.м. хвилі) викликають в антені швидкозмінний струм, який наводить у катушці L ерс індукції з деякою амплітудою  $\epsilon_0$ . Внаслідок резонансу ( $\nu_{сигналу} = \nu_{контура}$ ) на конденсаторі, а відповідно і на вході лампи виникає напруга з амплітудою  $Q \cdot \epsilon_0 \gg \epsilon_0$ . Це підсилення напруги має місце тільки для

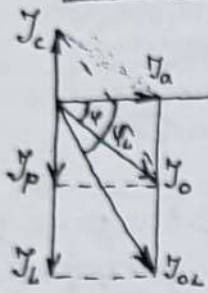
вужького інтервалу частот поблизу резонансної частоти  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , це дозволяє виділити з багатьох радіосигналів (різні радіостанції - різні частоти) тільки сигнал певної частоти ("настроїтис" на певну радіостанцію).

Фізика

Резонанс струмів ( $Z_L = Z_C$ ) - паралельний контур.



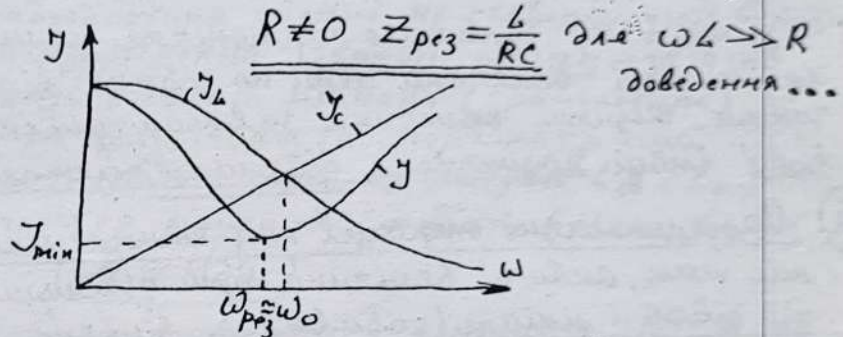
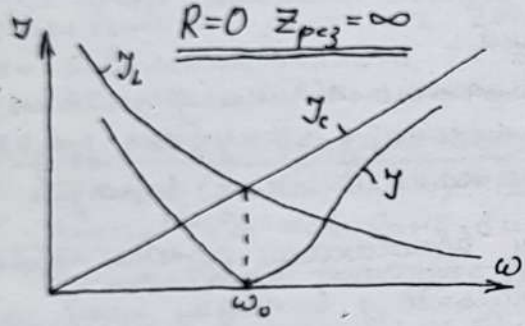
$u = U_0 \sin \omega t \rightarrow (i = J_0 \sin(\omega t + \varphi))$   
 $i = i_L + i_C = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \sin(\omega t - \varphi_L) + \frac{U_0}{X_C} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$   
 $Z = \frac{U_0}{J_0}$



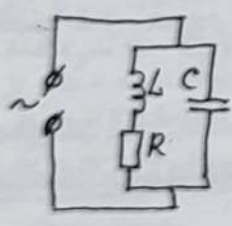
Струм  $J_0$  замінимо сумою двох струмів:  
 $U_0$  активний струм  $J_a = J_0 \cos \varphi$  реактивний струм  $J_p = J_0 \sin \varphi$  тоді  
 $J_a = J_0 \cos \varphi = J_{0L} \cos \varphi_L = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = U_0 \frac{R}{Z_L^2}$   
 $J_p = J_0 \sin \varphi = J_{0L} \sin \varphi_L - J_C = \frac{U_0}{Z_L} \cdot \frac{X_L}{Z_L} - \frac{U_0}{X_C} = U_0 \left( \frac{X_L}{Z_L^2} - \frac{1}{X_C} \right)$

при  $R=0$   $J_a=0, J_p=0$  при  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Резонанс струмів - явище встановлення мінімального значення сили струму у нерозгалуженій частині кола (при  $R=0, J=0$  при  $\omega=\omega_0$ )



Ув'язано

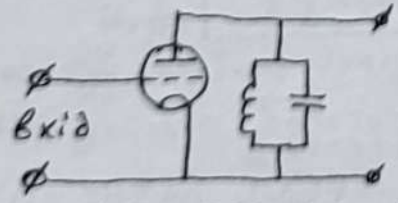


При резонансі у кожній вітці може проходити великий струм!! Оскільки між  $i_C$  і  $i_L$  існує різниця фаз, то повний струм у нерозгалуженій ділянці малий, і найменший при резонансі.

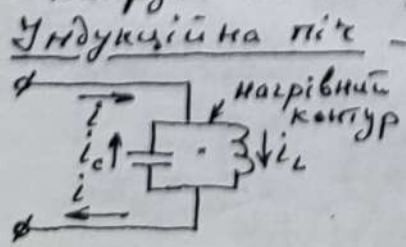
При  $R=0 \rightarrow i=0$ , а  $i_L \neq i_C$  - мах - резонанс струмів

при резонансі  $\frac{Z_{рез}}{R} = \frac{L}{R^2 C} = \frac{\rho^2}{R^2} = Q^2$  при  $Q=10^2 \rightarrow \frac{Z}{R} = 10^4$

Таким чином, паралельний контур для струму з  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (тогніше для вузької смуги частот в околі  $\omega_0$ ) являє собою великий опір, а для інших частот - малий. Це використовують, для виділення певного коливання з сигналу складної форми.



Резонансний підсилювач: В адекватному колі контур, який на резонансній частоті являє собою великий опір  $Z$  і анодний струм викликає на контурі напругу (більшу ніж для інших частот). Для смуги частот біля резонансної резонансний підсилювач працює як підсилювач на опорах (роль анодного опоры відіграє контур), для інших частот (через контур) - коротке замикання - напруги на контурі  $\approx 0$

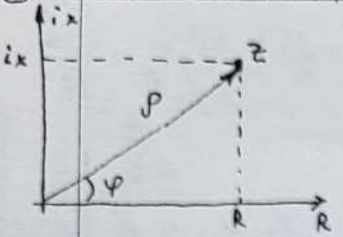


Індукційна піч - до катушки (що створює змінне м.п.) паралельно під'єднують конденсатор  $C$ , щоб нагрівний контур був налаштований в резонанс, тоді:  $i$  - міні  $\rightarrow$  міні втрати у з'єднувальних провідниках.

~~K-20A~~

# Комплексний метод розрахунку при синусоїдальному струмі.

## I Комплексне представлення чисел



$$z = R + ix = \rho e^{i\varphi} = \rho \cos \varphi + i \rho \sin \varphi$$

алгебраїчна / показникова / тригонометрична форма

$z$  - компл. число  $R$  - дійсна частина  $x$  - уявна частина

$\tan \varphi = \frac{x}{R}$     $\sin \varphi = \frac{x}{\rho}$     $\cos \varphi = \frac{R}{\rho}$     $\varphi$  - фаза (аргумент) комплексного числа

$\rho = \sqrt{R^2 + x^2}$  - модуль компл. числа

Дії з комплексними числами... (повторити)

## II Представлення кінцівок комплексними числами (тісно пов'язане з вектори, діаграмами)

Якщо точка рухається по колу з циклічною частотою  $\omega$  то

$R = \rho \cos(\omega t + \varphi_0)$     $x = \rho \sin(\omega t + \varphi_0)$    тоді  $z = \rho \cos(\omega t + \varphi_0) + i \rho \sin(\omega t + \varphi_0)$

тоді за формулою Ейлера  $z = \rho e^{i(\omega t + \varphi_0)}$  - дійсна частина цього виразу

$R = \rho \cos(\omega t + \varphi_0)$  виражає гармонічне кінцівка

Комплексні величини самі по собі не відповідають ніяким фізичним величинам. Фізичні величини завжди дійсні і тільки з уірнування зручності вони іноді подаються дійсними частинами комплексних виразів.

## III Математичні операції над комплексними величинами можна проводити так, якби ці величини були дійсними, тільки у випадку коли операції дійсні і лінійні (додавання, віднімання, множення і ділення на дійсне число, диференціювання і інтегрування по дійській змінній...)

Якщо над дійсною величиною  $R$  необхідно виконати дійсну лінійну операцію  $L$  результатом буде  $L(R)$ . Цей же результат можна отримати виконуючи операцію  $L$  над комплексним числом  $R + ix$

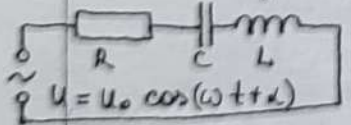
$L(R + ix) = L(R) + iL(x)$ . Відкинувши уявну частину  $L(x)$  знайдемо  $L(R)$  -

таким методом спрощує розрахунки при додаванні кінцівок

## IV Комплексний опір залежить від характеру елемента діянки кола

$$Z = \begin{cases} R & \text{для активного (резистивного) елемента} \\ -ix_c & \text{для емкестого елемента} \\ +ix_l & \text{для індуктивного елемента} \end{cases}$$

комплексний опір або імпеданс



$u = u_0 \cos(\omega t + \alpha)$

$$Z = R + ix_l - ix_c = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = \rho e^{i\varphi}$$

$|Z| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$     $\tan \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$

$$i = \frac{u}{Z} = \frac{u_0 \cos(\omega t + \alpha)}{|Z| e^{i\varphi}} = \frac{u_0 e^{i(\omega t + \alpha)}}{|Z|} \cdot e^{-i\varphi} = \frac{u_0}{|Z|} e^{i(\omega t + \alpha - \varphi)} =$$

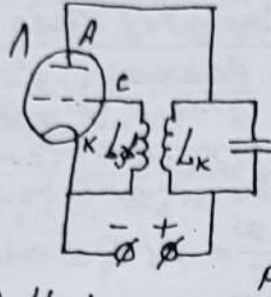
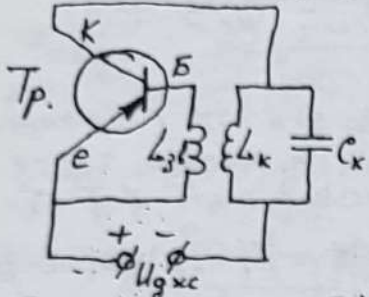
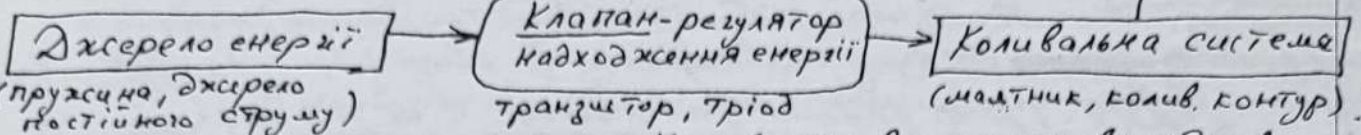
$i$  - це сила для синусоїдальних струмів

$= \frac{u_0}{|Z|} (\cos(\omega t + \alpha - \varphi) + i \sin(\omega t + \alpha - \varphi))$  замінили тільки дійсну частину  $\frac{u_0}{|Z|} \cos(\omega t + \alpha - \varphi)$

Якщо частота  $\omega$  однакова для всіх кінцівок то множник  $e^{i\omega t}$  можна не вписувати:  $u = u_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = u_0 e^{i(\omega t + \varphi_0)} = u_0 e^{i\varphi}$

# Автоколивання - незатухаючі (без зовнішніх періодичних сил)

Саморегульовані коливання в неконсервативній системі. Амплітуда, вид і період автоколивань визначаються властивостями самої системи, надходження енергії регулюється самою системою від власного джерела.



Коливання виникають випадково (зовн. впливи) або при ввімкненні джерела. Далі відбувається встановлення коливань. Енергія від джерела через транзистор (лампу) надходить у контур. Це можемо у ті моменти часу, коли полярність конденсатора  $C_k$  співпадає з полярністю джерела. (Транзистор (лампа) відкриті, на базі  $\ominus$  (на сітці  $\oplus$ )).

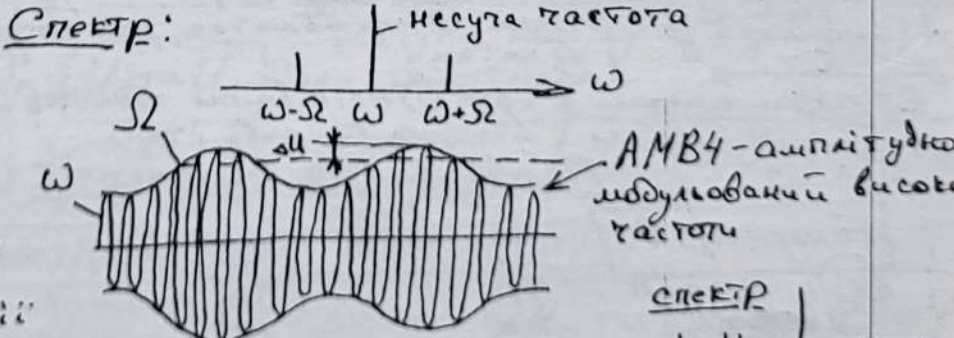
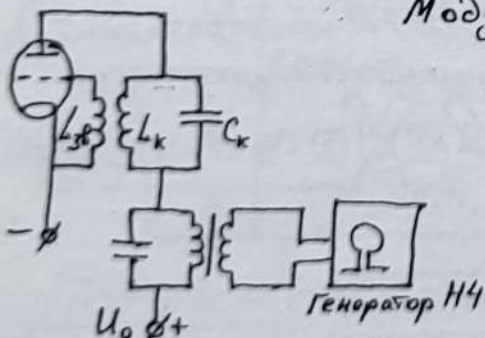
У ті моменти часу, коли полярність джерела і  $C_k$  не співпадають транзистор (лампа) - закриті на базі  $\oplus$  (на сітці  $\ominus$ ). Коливання наростають доки надходження енергії не компенсують втрати на виділення теплоти та е.м. випромінювання. Зворотн. зв'язок - зв'язок завдяки якому кол. система керує роботою клапана (транзистора).

$\nu$  - частота коливань генератора визначається параметрами системи ( $L_k, C_k, R_k$ ) і режимом її роботи ( $U_{дкс}, L_{г2}$  (кагушок  $L_{зв}$  і  $L_k$ )).  
 А - амплітуда коливань визначається режимом роботи ( $U_{дкс}, L_{г2}$ ) і параметром контура ( $R_k$ )  $A \sim U_{дкс}$

Модуляція коливань (для передачі інформації) - процес зміни параметрів ВЧ коливань (частота  $\omega$ , амплітуда  $A$ , фаза  $\varphi$ ) у відповідності з керуючим сигналом (мова, музика, сигнал зображення, сигнали керування...) Керуючий сигнал називають модулюючим.

Амплітудна модуляція - здійснюється зміною анодної напруги

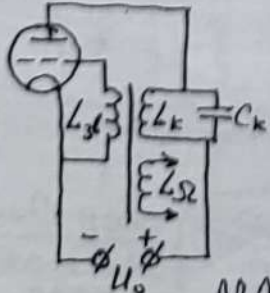
Модуляція однотональним сигналом  $U_a = U_0 \cos \Omega t$



$m = \frac{\Delta U}{U_0}$  - глибина модуляції

Модуляція багатотональна - звуковим складним сигналом

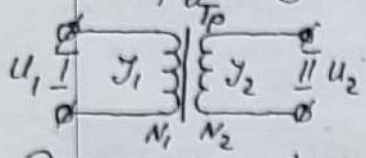
Частотно модуляція. Частота генератора визначається  $L_k$ , а  $L_k$  - визначається  $\mu$  осердя, яке залежить від намагнічення осердя.



Струм модулюючої частоти проходить через катушку  $L_{г2}$ , змінює  $L_k$  у відповідності з коливаннями модулюючого сигналу; відповідно, частота генератора (контур) буде мінатись у відповідності з модулюючим сигналом.

$\omega$  - АМВЧ - сигнал - частотно модульований високої частоті - більш захищений від перешкод ніж АМВЧ.

# Трансформатор (Тр.) приклад для перетворення напруги змінного струму (рос. Яблогков, Усагин).



**Будова:** дві або більше ізолюваних обмоток на замкнутому феромагнітному осерді.  
 Первинна I обмотка (вхід тр.) приєднана до джерела змінного струму, а вторинна II (вихід тр.) - до споживача.

## Дія трансформатора - явище е.м. індукції.

Невантажаний тр. (II обмотка розімкнута) холостий хід.

Змінна входна напруга  $U_1$  у I обмотці викликає зм. струм  $I_1$ , який створює в осерді тр. змін. магнітний потік  $\Phi = \Phi_0 \sin \omega t$  (в реальних тр. магн. потік розсіюється, але втрати невеликі - потоки через обидві обмотки однакові), який збуджує: ЕРС самоіндукції в I обмотці ( $N_1$  - кількість витків)  $E_1 = -N_1 \frac{d\Phi}{dt} = -N_1 \Phi_0 \omega \cos \omega t = N_1 \Phi_0 \omega \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$  і ЕРС індукції у II обмотці

$$E_2 = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = N_2 \Phi_0 \omega \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

На основі з-ка Ома визначимо напруги на обмотках тр.

$$U_1 = I_1 R_1 - E_1 = I_1 R_1 + N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad U_2 = I_2 R_2 - E_2 = I_2 R_2 + N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

$I_1, I_2$  - струми в обмотках тр.  $R_1, R_2$  - опори обмоток.

Оскільки  $X_{L1}$  - велике то  $I_1 R_1 \ll E_1$  а II обмотка розірвана  $I_2 = 0$  тоді

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} = K$$

к-коэф трансформации  
 $K > 1$  тр. підвищувальний  
 $K < 1$  тр. знизувальний

К-інколи визначають так:  $K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2}$  !!!

Навантажений тр. - робочий хід (дія...)

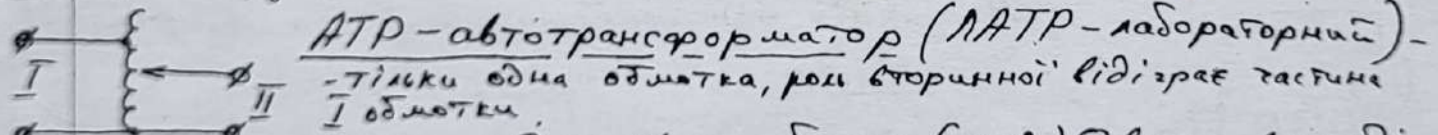
Якщо вважати, що відсутні втрати в тр. і  $\cos \varphi = 1$  тоді

$$P_1 = P_2 \Rightarrow U_1 I_1 = U_2 I_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = K$$

співвідношення між  $I$  і  $U$  в тр.

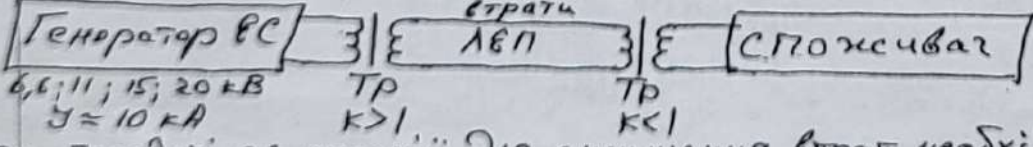
$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

к.к.д. судасних тр 95-99% потужність до 1000 Вт напруга обмоток 1000 кВ.



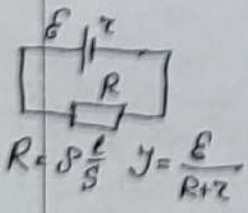
Втрати енергії в тр.: ① нагрівання обмоток ( $\approx 1-2\%$ ) ② втрати в осерді на вихрові струми і гістерезис

## Передавання ел. енергії

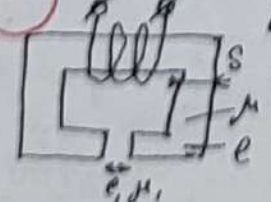


При передачі ел. енергії для зменшення втрат необхідно підвищувати напругу в ЛВП  $Q = I^2 R L$  при  $U \uparrow \rightarrow I \downarrow \rightarrow Q \downarrow$   
 Втрати в ЛВП - 25% енергії

Перспективи: ① ЛВП  $U = 1,2$  МВ змінного струму  $U = 1,5$  МВ постійного струму ② кабеліні надпровідникові лінії



## Магнітні кола (виведення...)



$$\Phi = \frac{N \cdot I}{\frac{l}{\mu_0 \mu} + \frac{l_1}{\mu_1 \mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2 \mu_2}} = \frac{E_{em}}{R_{m1} + R_{m2}}$$

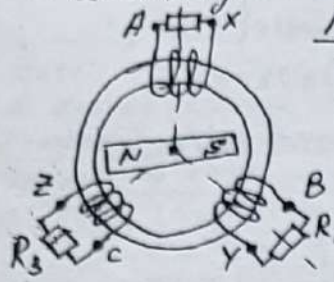
"З-н Ома" для магн. кола

$E_{em}$  - магнітотурбуєнтне сила,  $R_m$  - магн. опір.



**K-23** Трифазна система змінного струму (основна у світовій електротехніці). - наз. електричне коло, в якому діють три в.р.с. однакової частоти, але зміщені по фазі на  $\frac{2\pi}{3}$

Окремі кола трифазної системи - фази. Система симетрична - амплітуди в.р.с у фазах рівні



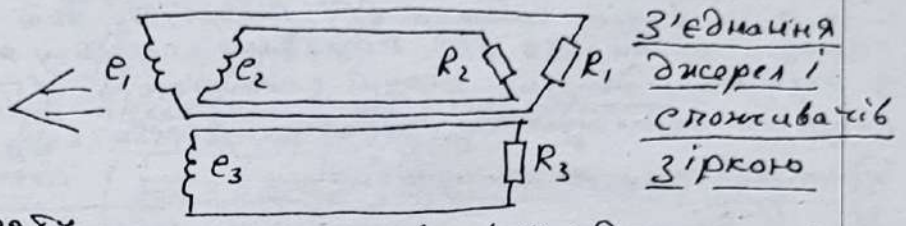
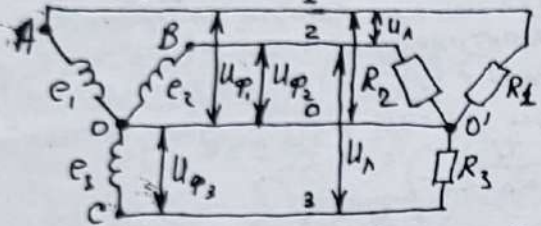
Переваги трифазної системи: ① простота потужних трифазних двигунів, генераторів ② велика економія провідників (20-30%) при передачі ел. енергії ③ можливість отримання різних навантаж (лінійні, фазні) в одній і тій самій системі

Синхронний трифазний генератор

$$e_1 = E_0 \sin \omega t \quad e_2 = E_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad e_3 = E_0 \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

При симетричному навантаженні  $R_1 = R_2 = R_3 = R$  струми:

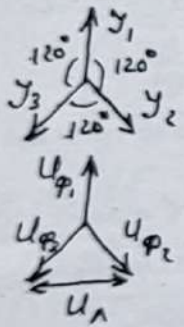
$$i_1 = I_0 \sin \omega t \quad i_2 = I_0 \sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad i_3 = I_0 \sin(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$



З'єднання двигунів і споживачів зіркою

Об'єднати по одному дроту у кожному колі (економія дроту)

1,2,3 - фазові, лінійні дроти (фази)  
 $\varphi_0 = 0$  - прийнято.



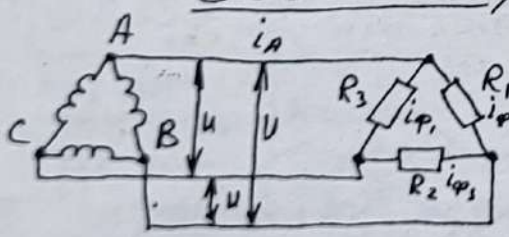
$i_{00'} = i_1 + i_2 + i_3 = 0$  у колах з симетричним навантаженням 00'-нульовий дріт (нейтраль) не потрібен!

$U_{AO} = U_{BO} = U_{CO} = U_{\phi}$  - фазні напруги  
 $U_{AB} = U_{BC} = U_{AC} = U_{\text{Л}}$  - лінійні напруги

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3} U_{\phi} \quad \text{для зірки}$$

$i_{\text{Л}} = i_1 = i_2 = i_3$  - лінійні струми  $i_{\phi} = i_{R1} = i_{R2} = i_{R3}$  - фазні струми  
 $i_{\phi} = i_{\text{Л}}$  - для зірки  $i_{00'} < i_{\text{Л}}$  несиметр. навантаження

З'єднання трикутником (двигуни з'єднують дуже рідко для споживачів широко застосовують двигуни, печі, трансформатори)



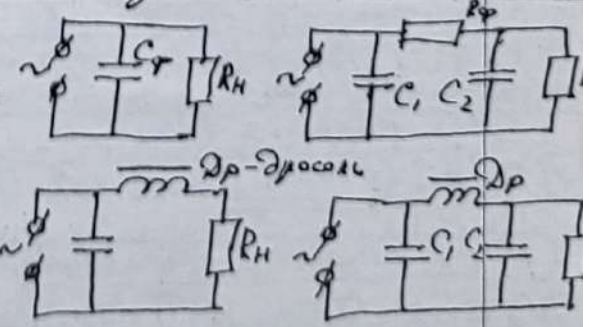
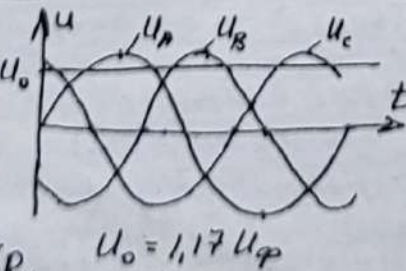
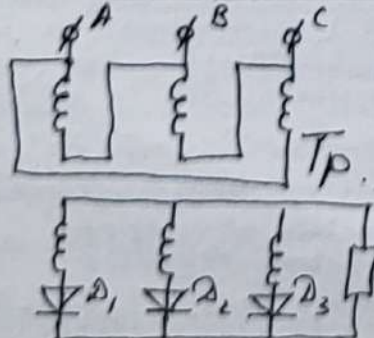
$$U_{\phi} = U_{\text{Л}} \quad \text{для трикутника}$$

$i_{\text{Л}} = i_B = i_C = i_A$  - лінійні струми  $i_{\text{Л}} = \sqrt{3} i_{\phi}$  для трикутника  
 $i_{R1} = i_{R2} = i_{R3} = i_{\phi}$  - фазні струми

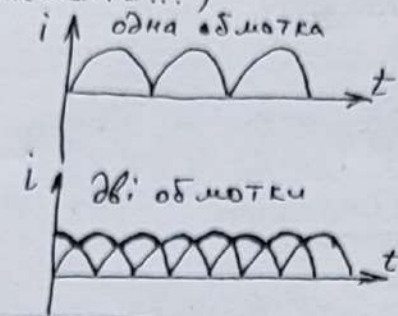
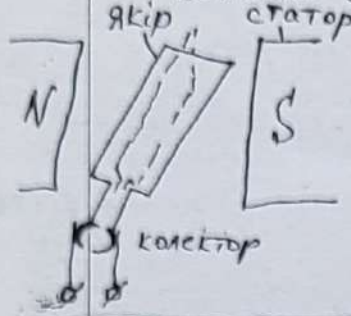
Потужність (зірка, трикутник)  $P = P_1 + P_2 + P_3$

Для симетричного навантаження  $S = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}}$   $Q = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \sin \varphi$   $P = 3P_1 = 3 I_{\phi} U_{\phi} \cos \varphi = \sqrt{3} I_{\text{Л}} U_{\text{Л}} \cos \varphi$

Випрямлячі ... (одинарні) Згладжуючі фільтри випрямлячів



**K-24** Отримання постійного струму (хімічні джерела (гальванічні елементи, акумулятори), генератори постійного струму, випрямлячі, сонячні елементи...)



Якщо на якорі не одна обмотка, а більше, то пульсації згладяться → струм майже постійний

**Оборотність електричних машин** - електричні машини постійного і змінного струму можуть працювати як генератори і як двигуни

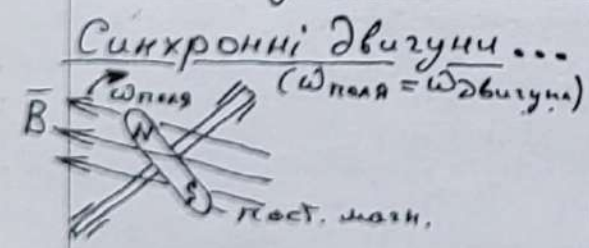
**Ел. Двигун. пост. струму.** При роботі двигуна обмотка якоря обертається в м.п. і в ній виникає ЕРС, полярності якої протилежна полярності напруги сітки. Ця ЕРС послаблює струм у якорі (ЕРС швидкості обертання), з розгоном двигуна струм зменшується. (При пуску  $I = \frac{U}{R_{\text{я}}}$  - дуже великий - потрібен обмежувач, пусковий реостат  $I_{\text{я}} = \frac{U}{R_{\text{я}} + R_{\text{п}}}$ )

Для робочого режиму двигуна:

$$I_{\text{я}} = \frac{U - E_{\text{і}}}{R_{\text{я}}} \Rightarrow U = I_{\text{я}} R_{\text{я}} + E_{\text{і}} \Rightarrow \boxed{I_{\text{я}} U = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}} + I_{\text{я}} E_{\text{і}}} \Rightarrow \boxed{P = P_{\text{Q}} + N_{\text{мех}}} \quad \boxed{E_{\text{і}} \sim \dot{V}}$$

$P = I_{\text{я}} U$  - ел. потужність споживана двигуном від сітки.  
 $P_{\text{Q}} = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}$  - потужності, що йде на теплові втрати в якорі  
 $N_{\text{мех}} = I_{\text{я}} E_{\text{і}}$  - потужність, що перетворюється в інший вид енергії - в механічну енергію (включаючи мех. втрати).  
 $E_{\text{і}}$  - в двигуні пост. струму впливає на перетворення ел. енергії в механічну - при  $v=0$  (затягнений якір) перетворення енергії відсутнє  $I_{\text{я}} U = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}$

**Двигуни змінного струму.** (Обертове магнітне поле - трифазне, однофазне).

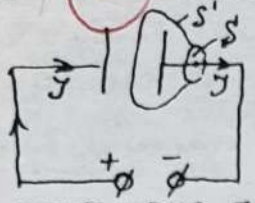


**Крокові двигуни...**

**Вироблення електроенергії - ЕС - електростанції**

- I ТЕС (теплові) - КЕС - конденсаційні  $\eta = 40-50\%$   
 ТЕС - теплоелектроцентраль  $\eta = 80-85\%$   
 АРЭС - ...  
 хім. енергія орг. палива → ... → ел. енергія**
- II ТЭС (гідро)  $\eta = 85-90\%$  ГАЭС - гідроакумуляційні ЕС ...  
 ПГЭС - припливні ...  
 мех. енергія води → ... → ел. енергія**
- III АЕС (атомні)  $\eta = 25-30\%$  Переваги: 1. невелика кількість палива (збільшується залізниця) 2. не забруднюється атмосфера  
 Ядерна енергія → ... → ел. енергія 3. можливість використання відходів**
- IV ВітроЕС ... V ГеліоЕС ...  
 Енергетичні системи ...  
 Перспективи: 1. вдосконалення ЕС  
 2. застосування надпровідників  
 3. Термоядерні ЕС.**

К25 Струм зміщення (За Максвеллом струм - це те, що створює магн. поле)



Лінії постійного струму - замкнуті, а змінного не завжди.  
 При перезарядці конденсатора, між обкладками заряд не переноситься, струму у звичайному розумінні немає.  
 Але повні зміни в конденсаторі  $ε$ : у ньому змінюється електричне поле. Припиняється струм у колі - припиняється зміна ел. поля в конденсаторі  $\rightarrow$  зміна ел. поля ніби продовжує струм провідності

Гіпотеза Максвелла. Максвелл запропонував вважати, що змінне ел. поле також є струмом, який продовжує струм провідності і робить всякий струм замкненим. Змінне ел. поле Максвелл назвав струмом зміщення.  
 Струм зміщення відрізняється від струму провідності:  $\circ$  не зв'язаний з рухом зарядів  $\circ$  не супроводжується тепловою і хімічною дією.

3 Створює магнітне поле

Для обкладки конденсатора запишемо теор. Гаусса:

$$\oint \epsilon \epsilon_0 E dS = q \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = \oint \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt} dS \quad (1)$$

З рівняння неперервності:

$$-\frac{dQ}{dt} = \oint j dS \quad (2)$$

Додамо (1) + (2)

$$\oint (j + \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt}) dS = 0$$

- р-ня аналогічне р-ню неперервності для постійного струму.

$j$  - густина струму провідності  $j_{zm} = \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$  - густина струму зміщення.

$J_{повн.} = \int (j + \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt}) dS$  - повний струм - його лінії замкнуті

Тоді теорема про циркуляцію В запишеться

$$\oint \frac{B}{\mu_0} dl = J_{повн.} = \int (j + \epsilon \epsilon_0 \frac{dE}{dt}) dS = J_{пров} + \epsilon \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Для діелектрика  $\epsilon \epsilon_0 E = \epsilon_0 E + P$  тоді  $j_{zm} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} + \frac{dP}{dt}$

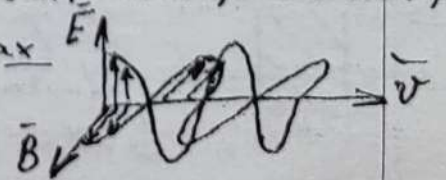
де  $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$  - істинний струм зміщення  $\frac{dP}{dt}$  - струм поляризації зумовлений рухом зв'язаних зарядів

Рівняння Максвелла

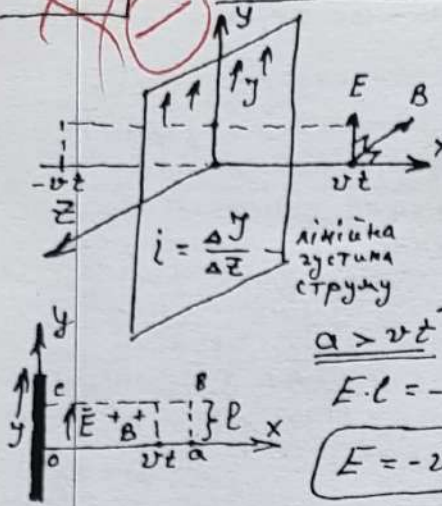
- |   |   |  |
|---|---|--|
| 1 | $\oint E dS = \frac{Q}{\epsilon \epsilon_0}$                  | - ел. заряд - джерело потенціального ел. поля                      |
| 2 | $\oint B dS = 0$  | - магнітних зарядів не існує - не існує потенціального магн. поля  |
| 3 | $\oint E dl = - \int \frac{dB}{dt} dS = - \frac{d\Phi_m}{dt}$ | змін. магн. поле - породжує вихрове електричне (е.м. індукція)     |
| 4 | $\oint \frac{B}{\mu_0} dl = \int j_{zm} \frac{d\Phi_E}{dt}$   | магнітн. поле - породжується струмами провідності і зм. ел. полем. |

Висновки:

- I Взаємодія між зарядами здійснюється через е.м. поле - поділ на ел. поле і м.п. - умовний (величини  $E$  і  $B$  залежать від вибору  $\vec{v}$  свідання)
- II Е.м. поле може існувати самотійно - без ел. зарядів і струмів
- III Всяка зміна е.м. поля з часом супроводжується такою ж зміною в просторі тобто поширюється у просторі у вигляді е.м. хвилі (сукупності ел. і магн. полів, що змінюються з часом породжують одне одне і поширюються у просторі)
- IV Е.м. хвилі поширюються у вакуумі з швидкістю  $c = 300000 \frac{км}{с} =$  швидкість світла  $\Rightarrow$  світло - е.м. хвилі  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ . У діелектриках  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_0}}$
- V Е.м. хвилі поглинаються провідниками.
- VI Е.м. хвилі - поперечні  $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$  правий гвинт - ліва трійка векторів
- VII Вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  коливаються в однакових фазах  
 $E = v \cdot B$



# K-26 Швидкість е.м. хвилі (за Фейнманом)



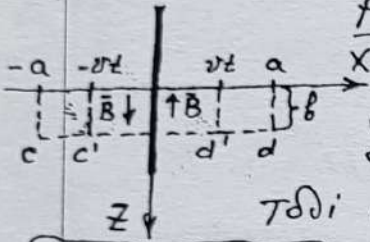
Розглянемо миттєве сключення струму у нескінченній площині. Е.м. поле поширюється з швидкістю  $v$  за час  $t$  проходить відстань  $vt$ . З міркувань симетрії:  $\vec{E} \parallel$  площині струму,  $\vec{B} \perp$  площині струму (к-7, 1кл)  $\vec{E} \perp \vec{B}$

Розрахуємо циркуляцію  $\vec{E}$  (контур  $abc$ )  
 $a > vt$  - хвиля не дійшла до краю контуру

$$E \cdot l = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d(B \cdot v \cdot l)}{dt} = -B \cdot v \Rightarrow$$

$$E = -vB \quad \text{поля } E \text{ і } B \text{ міняються синфазно!!}$$

Розрахуємо циркуляцію  $\vec{B}$  контур  $(a-a'cd)$



$$a > vt \quad \int B dl = 0 = \mu_0 J + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$J = i \cdot b \quad \text{для контура } (-vt \ vt \ d'c') \quad 2Bb = \mu_0 J$$

$$\text{Тоді } 0 = 2Bb + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d(2E \cdot vt \cdot b)}{dt} = 2Bb + 2\mu_0 \epsilon_0 E v b \Rightarrow$$

$$E = - \frac{B}{\mu_0 \epsilon_0 v} \quad \text{але } E = -vB \quad \text{Тоді } v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad \text{швидкість е.м. хвилі}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad \text{для вакууму} \quad v_{\text{серед.}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad v = \frac{c}{n} \quad n = \sqrt{\epsilon \mu} \quad \text{показник заломлення середовища.}$$

## Енергія е.м. хвилі

I Об'ємна густина енергії е.м. хвилі (поля) (густина енергій полів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  рівні між собою)

$$\omega = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \epsilon \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{c} E H \quad B = \mu_0 H$$

II Для плоскої хвилі  $E = A \sin(\omega t - kx)$   $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  - хвилює число.

$$\text{Тоді } \omega = \epsilon \epsilon_0 A^2 \sin^2(\omega t - kx)$$

$$\langle \omega \rangle = \frac{1}{2} \epsilon \epsilon_0 A^2 \quad \text{середня за період густина енергії хвилі}$$

III Вектор Умова-Пойнтінга -  $\vec{P}$  (вектор Пойнтінга) - густина поток енергії е.м. хвилі

$$\vec{P} = \omega \vec{v} = [\vec{E} \vec{H}] \Rightarrow \vec{P} \parallel \vec{v} \quad v \text{ - фазова швидкість хвилі}$$

IV Інтенсивність е.м. хвилі  $J = |\langle \vec{P} \rangle| = \langle \omega \rangle v$

$$\text{Для плоскої хвилі } J = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu_0}} A^2$$

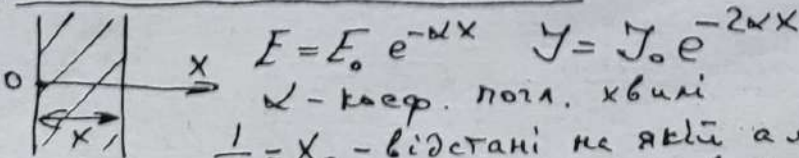
$$\text{Для сферичної хвилі } A = \frac{a_0}{r} \quad J = \frac{c_0}{2r^2}$$

Інтенсивність світла - найчастіше розуміють  $J = E^2$

V Е.м. хвилі створюють тиск на поверхні, які поглинають і відбивають ці хвилі Тиск виникає тому, що під впливом  $\vec{E}$  поля е.м. хвилі заряджені частинки ретовини приходять у впорядкований рух і з боку  $\vec{B}$  поля на них діє сила Лоренца  $\perp$  до поверхні - створює тиск

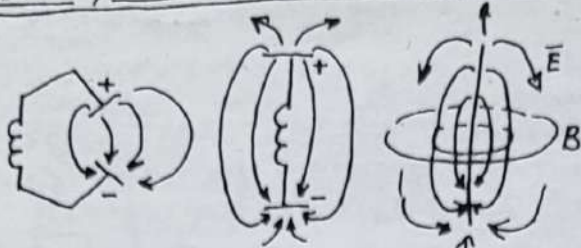
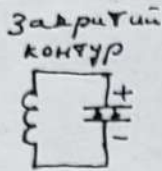
$$P = \frac{J}{v} (1+R) = \langle \omega \rangle (1+R) \quad R \text{ - коеф. відбивання}$$

VI Поглинання е.м. хвиль



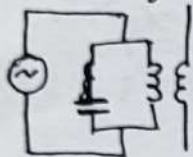
$\alpha$  - коеф. погл. хвилі  
 $\frac{1}{\alpha} = \chi_0$  - відстані на якій амплітуда хвилі зменшується в  $e$  разів.

Випромінення е. м. хвиль.



Відкритий контур - лінійний вібратор

Способи збудження е. м. хв: 1) Ламповий генератор з відкритим контуром 2) при нагріванні тіл і розрядах у газах 3) при гальмуванні швидких електронів 4) при русі електронів з  $v > v_{\text{світла}}$  в середовищі 5) при радіоактивному розпаді ядер 6) індуковане випромінювання лазерів 7) випромінює будь-який заряд що рухається прискорено...



Найпростіший вібратор - сл. диполь, що коливається

$W_{\text{випр.}} \sim \frac{V^4}{R^2}$  - енергія випромінювання



$W_{\text{випр}} \sim \tau^2 \sin^2 \theta$

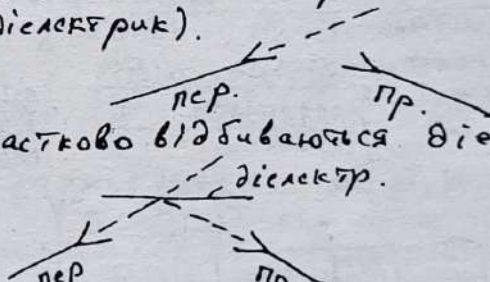
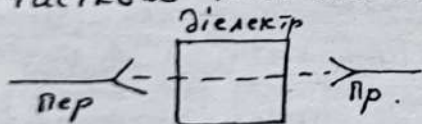
- Діаграма спрямованості випромінювання диполя

Властивості е. м. хвиль (Генріх Герц 1888р.)

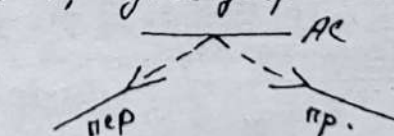
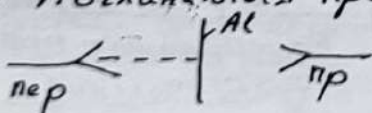
1) В однорідному середовищі е. м. хвиль поширюються рівномірно, прямолінійно (вакуум, діелектрик).



2) Частково поглинаються, частково відбиваються діелектриками.

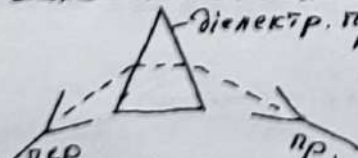


3) Поглинаються провідниками, дуже добре відбиваються провідниками

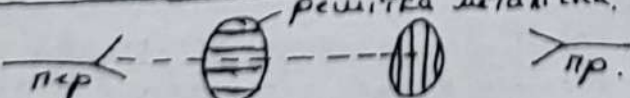


4) Заломлюються в діелектриках

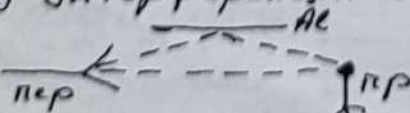
діелектр. призма



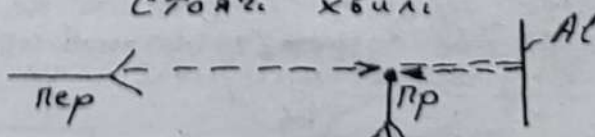
5) е. м. хвиль поператні (явище поляризації - відсутня осова симетрія хвиль)



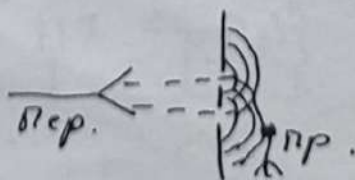
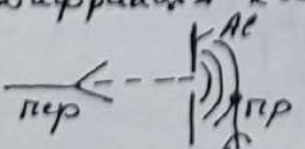
6) Інтерференція хвиль ...



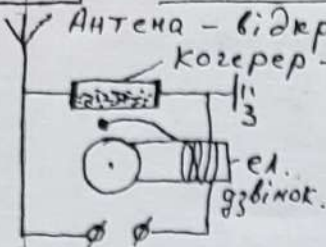
Стоячі хвиль



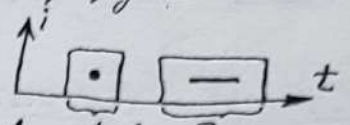
7) Дифракція хвиль ...



# Радіозв'язок - передача інформації на відстані за допомогою е.м. хвиль (1895р рос. О.С. Попов італ. Марконі)



При прийомі е.м. хвиль між осурками проскакують іскри  $R \approx 10^3 \text{ Ом}$ , спрацьовує коло зв'язка, молоток вдаряє і по когереру  $\rightarrow$  його опір  $R \uparrow$  до  $10^8 \text{ Ом}$ .



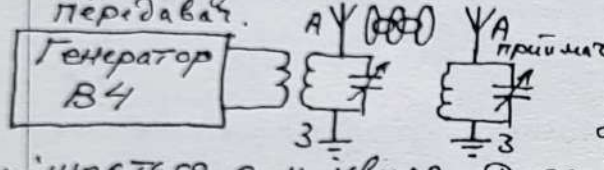
Радіотелеграфний зв'язок - кодовані сигнали (• -)

Радіомовлення (радіотелефонний зв'язок) - передача мови, музики

Телебачення - передача мови і зображення

- Для радіозв'язку:
- 1) Радіопередавач (джерело е.м. хвиль і відповідних сигналів)
  - 2) Радіоприймач (приймає е.м. хвиль з метою відтворення переданого сигналу)

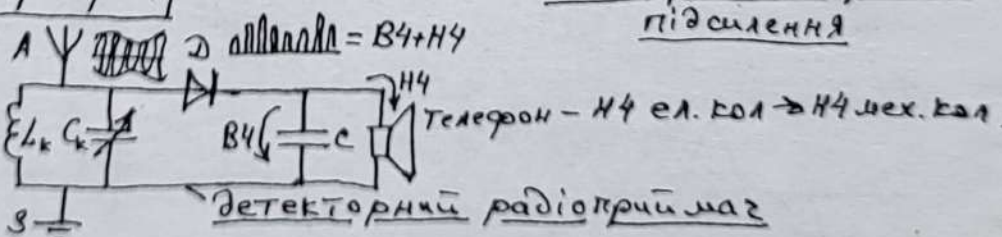
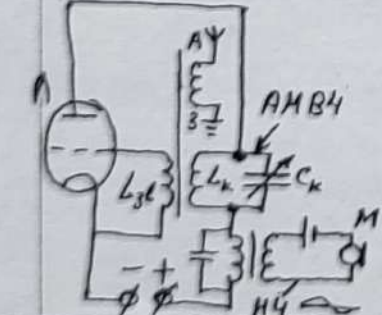
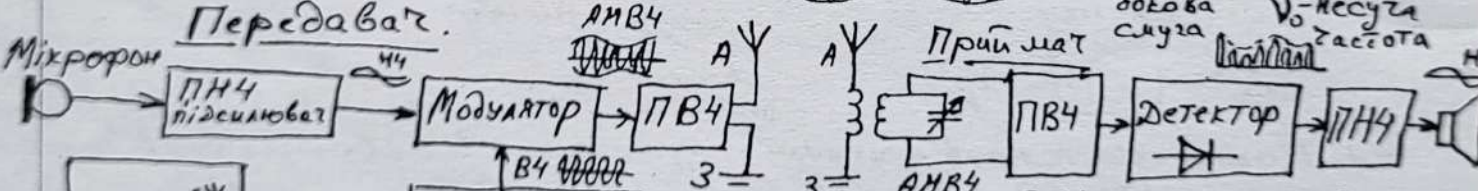
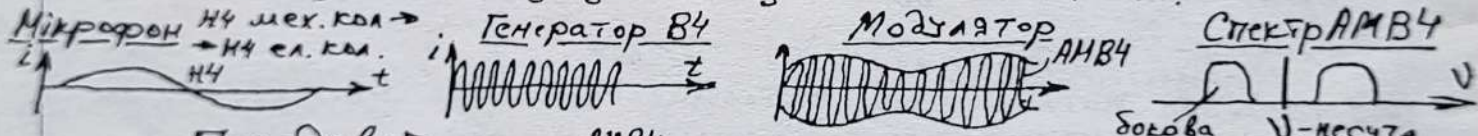
Струми НЧ не можуть бути використані: 1) дуже мала інтенсивність випромінювання  $I \propto U^2$  2) для збільшення  $I$  необхідно  $\uparrow$  амплітуду коливань - збуджувати резонансні коливання в антені - великі розміри антени ( $\nu = 10^7 \text{ Гц}$ ,  $\lambda = 300 \text{ км}$ ) Використовують ВЧ коливання  $\nu = 10^5 - 10^{12} \text{ Гц}$ ,  $\lambda = 3 \text{ км} - 3 \text{ мм}$ .



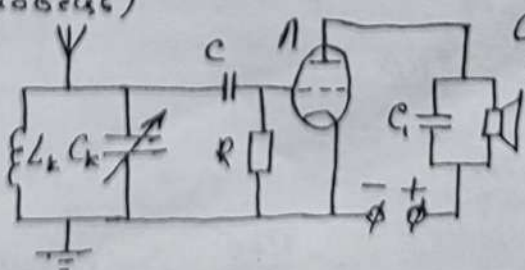
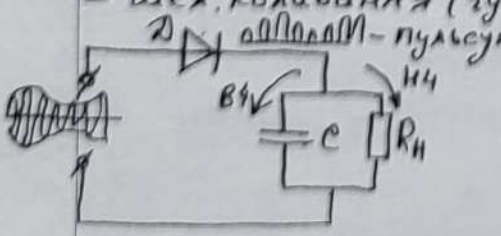
Принципи радіозв'язку. ВЧ коливання генератора збуджують ВЧ струми у антені настроєній в резонанс на частоту генератора і в простір випромінюється е.м. хвиля.

Досягнувши А приймача е.м. хвилі збуджують в ній ВЧ струми, які підсилюються і перетворюються. (ВЧ сигнали не несуть інформації - людина їх не сприймає).

Передавач - здійснюють модуляцію (к-21) - амплітуду, фазу, частоту ВЧ коливання змінюють за законом звукової частоти - НЧ.



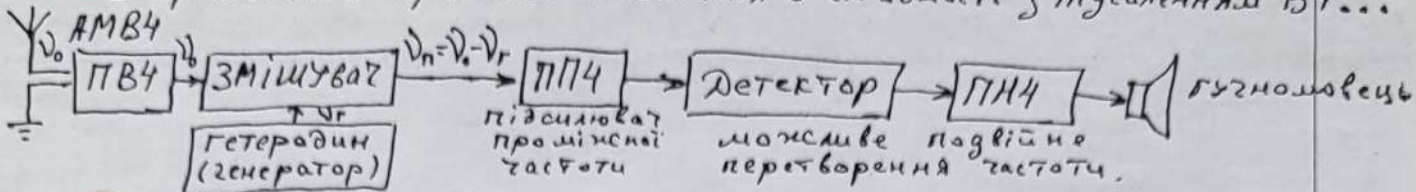
Радіоприймач (I) Вибірний пристрій - 1) кол. контур настроєній в резонанс з частотою прийнятого сигналу (к-19) 2) Резонансний підсилювач ВЧ (ламповий, транзисторний) (к-20) (II) Демодулятор (детектор) - виділяє з АМВЧ сигналу  $\rightarrow$  сигнал НЧ - на основі елемента з односторонньою провідністю (НЧ діод, ел. лампи діод, триод ...) (III) Ел. коливання  $\rightarrow$  мех. коливання (гучномовець)



Сіткова демодуляція - одностанне підсилення

## K-29 (-) Супергетеродинний радіоприймач (з перетворенням ВЧ)

У приймачі в прямого підсилення в складності з підсиленням ВЧ...



## (+) Е. м. хвилі радіодіапазону $\nu < 10^{12}$ Гц

ДХ - довгі хвилі  $\lambda = 1-10$  км  $\nu = 3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$  Гц. СХ - середні хвилі  $\lambda = 1000-100$  м

КХ - короткі хвилі  $\lambda = 100-10$  м УКХ - метрові хвилі  $\lambda = 10-1$  м

Дециметрові, НВЧ - сантиметрові хвилі, міліметрові, субміліметрові

### Поширення радіохвиль.

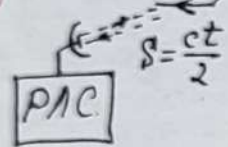


ДХ - поширюються отинають Земну поверхню - дифракція хвиль дає можливість здійснити стійкий зв'язок на великі відстані

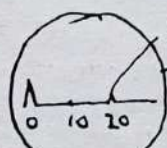
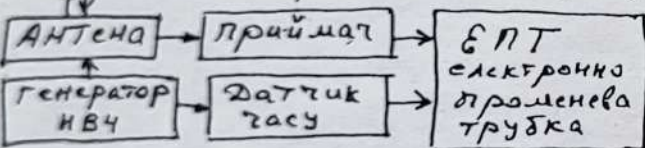
КХ - при поширенні відбиваються від сильноіонізованих шарів атмосфери (іоносфери) і від Землі. Можливий дальній але не стійкий зв'язок

УКХ - метрові - поширюються у межах прямої видимості, проходять крізь іоносферу - космічний зв'язок.

## (+) Радіолокація (РЛ) - виявлення предметів на відстані за допомогою радіохвиль



Основи РЛ: ① В однорідному середовищі е. м. хвилі поширюються рівномірно прямолінійно  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с ② Е. м. хвилі добре відбиваються від провідників ③ У діапазоні сантиметрових і міліметрових хвиль є антени з зострою діаграмою спрямованості (параболічні дзеркала, фазовані решітки).



Принципи роботи РЛС - направлена антена А випромінює хвилі НВЧ короткими імпульсами  $\tau; \sim 10^{-6}$  с. У проміжках між імпульсами А під'єднується до приймача. Одночасно з послілкою імпульсу запускається розгортка ЕПТ. Відбитий імпульс через час  $t$  робить свою мітку на екрані ЕПТ (шкалу екрану можна подати у км, секундах). По часу  $t$  можна визначити відстань до об'єкту по променю  $s = \frac{ct}{2}$  "похила дальність". За орієнтацією, антени - азимут, кут по вертикалі. За ефектом Доплера - швидкість об'єкта, дальність виявлення об'єктів визначається конструкцією і частотою послілки імпульсів. Застосування РЛ...

## (+) Телебачення (ТБ)...

Схема ТБ в основному співпадає з схемою радіомовлення. Різниця, у передавачі ВЧ коливання модулюють не тільки звуковим сигналом, але й сигналом зображення і сигналами синхронізації. Передача зображення посліментна (зображення предмета  $\rightarrow$   $\rightarrow$  кадри (25 за 1с)  $\rightarrow$  рядки (1 кадр - 625 рядків)  $\rightarrow$  1 рядок - 830 елементів + синхроімпульси кадрів і рядків). У телеприймачі два окремих канала звуку і зображення.

