

Міністерство освіти і науки України

*Львівський фізико-математичний ліцей
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка*

**„ЛЕВЕНЯ – 2007”
ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ**

Інформаційний вісник



Львів
Каменяр
2007

ББК 74.265.1-922

Л35

УДК 372.853

Цю книжку оргкомітет конкурсу підготував для переможців, сподіваючись, що зібрані в ній матеріали будуть корисними для учнів, які цікавляться різними видами інтелектуальних змагань (олімпіади, конкурси, турніри) з фізики, та для вчителів, які їх готуватимуть.

Директор ліцею **Мар'ян Добосевич**

Оргкомітет конкурсу “Левеня – 2007”:

Володимир Алексейчук

Раїса Кузик

Людмила Назарків

Олена Хоменко

Адреса оргкомітету:

79054, Львів, вул. Караджича, 29

Львівський фізико-математичний ліцей

Тел.: (032) 240-17-02, (0322) 62-00-68

Факс.: (032) 240-17-02

E-mail: levenia@polynet.lviv.ua

<http://levenia.com.ua>

Директор благодійного фонду “Ліцей” **Михайло Мурашук**

Благодійний фонд “Ліцей”

Львівське відділення Укресімбанку

рахунок отримувача 260030260560

МФО 325718

ЄДРПОУ 22360064

Автор логотипу **Орест Бурак**

Л $\frac{4306021200-34}{2007}$ Без оголошення

ISBN 5-7745-0678-9

©Львівський фізико-математичний ліцей, 2007

Дорогі учасники Всеукраїнського фізичного конкурсу “Левеня”!

Вітаючи вас із успішним виступом у цьогорічному нашому конкурсі, бажаємо вам і надалі сягати все вищих рубежів в освоєнні наукових вершин! Сходження до верховіть науки – справа, дійсно-таки, непроста, вона потребуватиме від вас цілеспрямованості, зосередженості, витримки і віри. Аби стати знавцем і дослідником природи, самих тільки знань замало. Заняття наукою вимагатимуть від вас не тільки потужного інтелекту, а й невтомної праці, відданості своїй справі, упевненості у власних силах. Здолати всі перешкоди, що постають на шляху кожного справжнього науковця, зможуть тільки ті із вас, хто постійно самовдосконалюватиметься, шліфуватиме свої здібності й обдарування, намагатиметься примножити власні здобутки в царині фізики.

Ми, представники старших поколінь, що пов'язали своє життя з природничими науками, віримо у вас, у те, що силами ваших талантів, умінь і творчих здібностей наш національний інтелект сягатиме вищих рубежів. Будьте наполегливими й працьовитими, старанними й дбайливими. Від вас залежить майбутнє нашої держави.

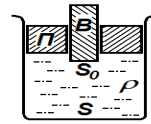
Сподіваємося, що запропоновані в цьому збірнику завдання зацікавлять вас, допоможуть якісно підготуватися не тільки до участі в нашому конкурсі, а й до більш серйозних (випускних чи вступних) випробувань, дадуть змогу виявити свій інтелектуальний потенціал і поліпшити підготовку з фізики.

Успіхів вам, дорогі юні фізики, в освоєнні цієї прекрасної, надзвичайно цікавої та перспективної науки!

Хоменко Олена Вікторівна,
*головний спеціаліст департаменту загальної
середньої та дошкільної освіти Міністерства
освіти і науки України*

Теоретичний тур, 8-й клас

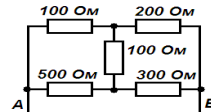
1. В системі, зображеній на мал.1, поршень П і рухома втулка В, вставлена в отвір у поршні, перебувають у рівновазі з рідиною густини ρ . Тертя між ковзними поверхнями відсутнє, зазори рідину не пропускають. На поверхню втулки помістили вантаж маси m_0 .



Мал. 1

Наскільки зміститься втулка відносно початкового положення? Площа поперечного перерізу посудини S , площа отвору S_0 .

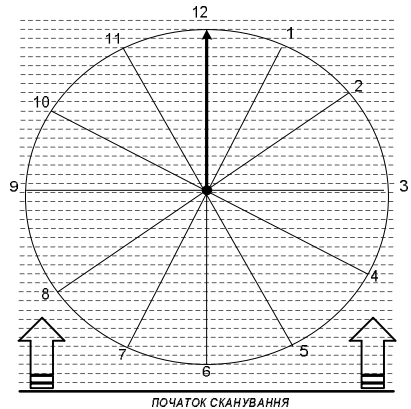
2. Який з резисторів у схемі (мал.2) слід замкнути накоротко, щоб опір між точками А та В став мінімальним?



Мал. 2

3. На сканер, циферблатом донизу, поклали настінний годинник із секундною стрілкою.

Сканування почалося рівно опівдні, причому секундна стрілка також вказувала на 12 (мал. 3). Побудувати схематичне зображення положення секундної стрілки, яке дасть сканер. Довжина тонкої частини секундної стрілки від вістря до осі обертання 9 см, швидкість сканування 3 мм/с. Відстань між пунктирними лініями на мал. 3 – 5 мм.



Мал. 3

4. Два однакових калориметри мають температуру $t_k = 20^\circ\text{C}$. В перший з них налили $m = 50$ г води з температурою $t_b = 50^\circ\text{C}$. Коли встановилася теплова рівновага, половину води перелили в другий калориметр.

Коли в ньому встановилася теплова рівновага, його температура стала $t = 25^\circ\text{C}$. Визначте теплоємність калориметра. Питома теплоємність води $c_b = 4200$ Дж/(кг \cdot °C).

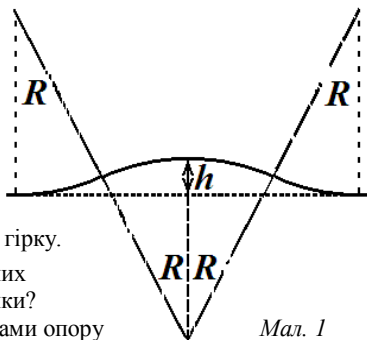
5. З пункту А спочатку виїхав велосипедист, а через деякий час слідом за ним – автомобіліст. Кожен рухається зі сталою швидкістю, тому обидва знали місце й час зустрічі. В дорозі автомобіліст зробив непередбачену технічну зупинку, після чого визначив, що зустріч відбудеться на 0,75 год. пізніше. Непередбачену зупинку зробив і велосипедист та, не знаючи про зупинку автомобіліста, визначив, що його доженуть на 45 км ближче. Справжня зустріч показала, що в своїх розрахунках автомобіліст помилився на 0,5 год., а велосипедист – на 30 км. Якими були швидкості автомобіліста та велосипедиста?

Задачі запропонували С. У. Гончаренко (1 – 2), О. Ю. Орлянський (3), І. О. Анісімов (4), А. П. Федоренко (5).

9 клас

1. Два однакових калориметри мають температуру $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. В перший з них налили 50 г води з температурою $50\text{ }^{\circ}\text{C}$. Коли встановилася теплова рівновага, половину води перелили в другий калориметр. Коли в ньому встановилася теплова рівновага, його температура стала $25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Знайти теплоємність кожного з калориметрів. Як зміниться результат, якщо взяти до уваги теплообмін з навколишнім середовищем? Питома теплоємність води $4,2\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$.

2. Під час формування потягу на залізничній станції двадцяти зчепленим порожнім вагонам надали швидкість v_0 вздовж горизонтальної колії в напрямку гірки висотою $h = 80\text{ см}$. Гірка має форму чотирьох однакових дуг кіл радіусами $R = 2\text{ км}$ кожне (мал. 1). Визначити, за якої найменшої швидкості v_{\min} вагони переїдуть гірку.

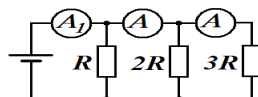


Мал. 1

Чому дорівнюватиме сила натягу міжвагонних зчеплень під час проходження найвищої точки? Довжина одного вагона 16 м , маса 25 т . Силами опору і тертя знехтувати.

3. Автобус має три плоских дзеркала заднього огляду: два зовнішніх і одне всередині салону. Площини зовнішніх дзеркал розташовані під кутами 60° та 75° до напрямку руху автобуса. Яке з цих двох дзеркал знаходиться ближче до водія? Під яким кутом до напрямку руху знаходиться площина внутрішнього дзеркала? Вважати, що середини усіх дзеркал лежать на прямій на рівні очей водія. Автобус зі швидкістю 30 км/год проїжджає повз пішохода, що йде у тому ж напрямку зі швидкістю 3 км/год . Через півхвилини водій, не зменшуючи швидкості, починає повертати вздовж дуги радіусу 50 м . Знайдіть швидкість зображення пішохода у дзеркалі заднього огляду автобуса безпосередньо перед поворотом та на самому його початку.
4. Закрита та повністю заповнена водою циліндрична посудина радіусу R обертається з кутовою швидкістю ω навколо своєї осі, яка вертикальна. У ній знаходиться сталева кулька радіусу $r \ll R$. Знайти силу, з якою кулька діє на бічну стінку посудини. Густини води і сталі дорівнюють відповідно ρ_1 та ρ_2 . Вода та кулька нерухомі щодо посудини.

5. В електричному колі (мал. 2) всі амперметри однакові. Перший амперметр показує 10 мА , третій – 1 мА . Які покази другого амперметра?

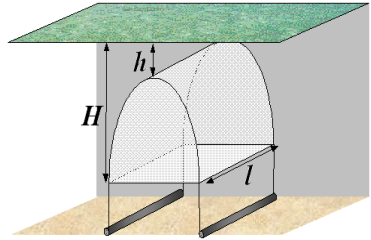


Мал. 2

Задачі запропонували І. О. Анісімов (1), О. Ю. Орлянський (2 – 3), В. О. Легяго(4), С. У. Гончаренко (5).

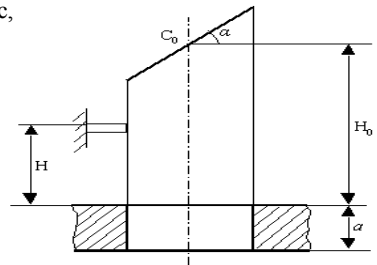
10 клас

1. На мал. 1 схематично показано найпростіший варіант підводного приміщення, заповненого повітрям, у якому прозора плівка піднімається від дна вертикально вгору. Відстань між двома поверхнями води $H = 3,5$ м, $h = 1$ м, $l = 16$ м. Визначити тиск у підводному приміщенні, сили, з якими плівку утримують донні кріплення, та об'єм повітря, який захопив насос з поверхні води під час нагнітання. Уявіть, що Ви стоїте посередині приміщення і якраз над Вашою головою пропливає невелике кільце. Як зміниться його форма, якщо подивитися вгору?



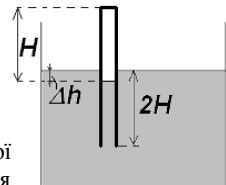
Мал. 1

2. Гантель масою m у вигляді двох точкових мас, з'єднаних абсолютно твердим стержнем довжиною L , падає поступально з деякої висоти H_0 . Кут нахилу стержня до горизонту $\alpha = \pi/4$ (мал. 2). Гантель при заданому значенні кута α здатна впритул пройти крізь щілину в горизонтальній плиті. На висоті H гантель абсолютно пружно стикається з краєм горизонтального виступу і за час подальшого польоту до досягнення однієї з мас верхньої площини плити повертається на кут $2,5\pi$. З якої висоти H_0 почала падати гантель? Яку максимальну товщину a може мати плита для того, щоб гантель пролетіла крізь щілину, не торкнувшись її? Вважати, що момент інерції гантелі відносно центра мас $I_c = mL^2/8$; довжина стержня $L = (2^{1/2}H)/5$; прискорення вільного падіння $g = 10$ м/с²; втрат механічної енергії немає, товщиною виступу знехтувати.



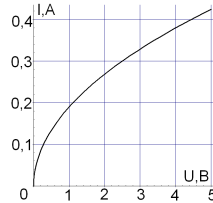
Мал. 2

3. Запаяну з одного кінця трубку, в якій знаходиться деяка кількість повітря, опустили в резервуар з водою (мал. 3). Довжина підводної частини трубки $2H$, рівень води в трубці знаходиться на відстані H від запаяного кінця. Початкова температура 273 К, атмосферний тиск нормальний. Знайдіть положення рівня води у трубці після нагрівання всієї системи до 373 К. Тиском насиченої пари при 273 К знехтувати. Як зміниться положення рівня води в трубці, якщо систему охолодити до початкової температури? $H = 1$ м, $\Delta h = 30$ см.

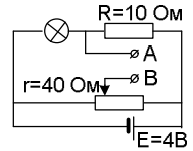


Мал. 3

4. На мал. 4 подана вольт-амперна характеристика лампочки. Лампочку увімкнено в коло, зображене на мал. 5. Визначити графічно силу струму в лампочці. При якому положенні повзунка потенціометра напруга між точками А і В дорівнює нулю? При якому положенні повзунка ця напруга майже не змінюватиметься при малих змінах ЕРС батареї? Внутрішнім опором батареї знехтувати.



Мал. 4

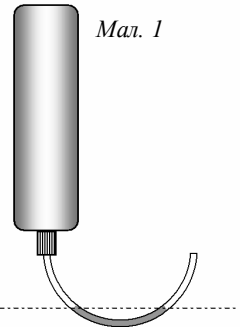


Мал. 5

5. Космічний корабель підлітає до Місяця по параболічній траєкторії, яка майже дотикається до його поверхні. В момент максимального зближення на короткий час вмикається гальмівний двигун і корабель переходить на колову орбіту супутника Місяця. Визначити зміну швидкості корабля і зміну радіусу кривини траєкторії при гальмуванні. Радіус Місяця $R_M = 1740$ км, прискорення вільного падіння на його поверхні $g_M = 1,7 \text{ м/с}^2$. *Вказівка.* На параболічній траєкторії на нескінченній віддалі від Місяця швидкість корабля дорівнює нулеві.
- Задачі запропонували О. Ю. Орлянський (1), А. П. Федоренко (2), І. Л. Рубцова (3), С. У. Гончаренко (4 – 5).

11 клас

1. На літрову пляшку з повітрям герметично надіта трубка, яка має форму півкола і на третину заповнена водою. Визначити питому теплоємність повітря c_{α} в пляшці для випадку, зображеному на мал. 1, коли площина півкола вертикальна і відкритий кінець трубки спрямовано вгору. Уявіть, що Ви повернули всю конструкцію навколо горизонтальної осі, яка проходить через кінці водяного стовпчика, і вимірюєте теплоємність за різних кутів нахилу α . Побудуйте графік залежності теплоємності повітря всередині пляшки від α . Зовнішній тиск $P = 10^5$ Па, площа перерізу трубки $S = 0,5 \text{ см}^2$. Тепловими втратами знехтувати. Значення теплоємності знайти на початку процесу теплопередачі для невеликих відхилень водяного стовпчика від симетричного положення.



Мал. 1

2. Плоский металевий електрод, на який поданий потенціал ϕ_0 , занурений у плазму, яка складається з нейтральних атомів, однозарядних іонів і електронів. Маса іона m_i , маса електрона m_e , концентрація плазми n_0 , її температура T ($e\phi_0 \ll kT$, де e – заряд електрона, k – стала Больцмана). Закон розподілу потенціалу вздовж осі z , перпендикулярної до електроду, має вигляд:
 $\phi(z) = \phi_0 \exp(-z/r_D)$, $z > 0$; $\phi(z) = \phi_0 \exp(z/r_D)$, $z < 0$; $r_D = (\epsilon_0 kT / 2e^2 n_0)^{1/2}$.
 Вважаючи, що довжина вільного пробігу іонів та електронів дорівнює

відповідно λ_1 та λ_e , знайдіть густину струму, що тече на електрод. Величини λ_1 та λ_e вважати малими порівняно з відстанню, на якій помітно змінюється потенціал.

3. 23 лютого 1987 р. було зареєстровано сплеск нейтрино в діапазоні енергій від 7,5 до 40 МеВ (мегаелектронвольт). Є підстави вважати, що колосальну кількість нейтрино з середньою енергією близько 10 Мев випущено під час вибуху наднової в сусідній галактиці Велика Магелланова Хмара на відстані

$L = 160\,000$ світлових років від Землі (1 світловий рік – $9,46 \cdot 10^{15}$ м) з області, розмірами якої можна знехтувати. Зараз питання про те, чи має нейтрино відмінну від нуля масу, є невирішеним. Одним зі способів з'ясування цього питання є вивчення розкиду моментів часу детектування нейтрино з різними енергіями, випущених одночасно. Оцініть проміжок часу Δt між моментами прийому одночасно випущених нейтрино з енергією $E_1 = 10$ Мев і $E_2 = 40$ Мев на вказаній відстані L , вважаючи, що: а) нейтрино – безмасова частинка;

б) енергія спокою нейтрино $mc^2 \approx 10$ еВ; в) за знайденим часом Δt і відомими енергіями E_1 та E_2 отримайте вираз для маси, використовуючи малість відношення маси до енергії.

4. Для вимірювання кутової відстані ρ між компонентами тісної зоряної пари (подвійна зоря) попереду об'єктива телескопу вмістили діафрагму з двома вузькими паралельними щілинами, відстань d між якими можна змінювати. Зменшуючи d , зауважили, що перше погіршення видимості інтерференційної картинки у фокальній площині об'єктива настає при $d = 125$ см. Знаючи, що вимірювання проводилися на довжині хвилі світла $\lambda = 0,555$ мкм, знайти кутову відстань між компонентами подвійної зоряної системи. Обчислити реальну відстань між цими компонентами, якщо паралакс зорі складає $\mu = 0,08''$. Кутовою відстанню ρ називають кут між компонентами зоряної системи при її спостереженні. Паралаксом μ називають кут, під яким із зорі "видно" радіус R орбіти обертання Землі навколо Сонця. Вважати, що $R = 1,5 \cdot 10^{11}$ м.

5. На нитці довжини L підвішена однорідна кулька діаметром $d = 6$ см. При визначенні періоду малих коливань систему розглядають як математичний маятник. При якому мінімальному L це можливо, якщо похибка не повинна перевищувати 0,5%? Маса математичного маятника є точковою.

Задачі запропонували О. Ю. Орлянський (1), І. О. Анісімов (2),
С. Й. Вільчинський (3), О. Г. Шевчук (4,5).

Експериментальний тур

8 клас

Завдання 1

1. Дослідіть залежність сили струму, що протікає через лампочку розжарювання, від напруги, що подається на неї.
2. Побудуйте графік цієї залежності (вольт-амперну характеристику).
3. За експериментальними даними визначте температуру нитки розжарювання лампочки при напрузі 3 В, якщо відомо, що опір металів залежить від температури за законом $R = R_0 \cdot (1 + \alpha t)$,

де α - температурний коефіцієнт опору, R_0 – опір при температурі 0°C,
 t – температура в градусах Цельсія.

Обладнання: *Групове* – цифровий мультиметр (омметр). *Індивідуальне* – батарея на 4,5 В (плоска); лампочка; змінний резистор дровотий 0 – 47 Ом; шкільний вольтметр 0 – 6 В; шкільний амперметр 0 – 2 А; лист міліметрового паперу; з'єднувальні провідники.

Довідникові дані: Температурний коефіцієнт опору вольфраму $\alpha = 0.0048$ 1/°C.

У звіті: 1) надайте теоретичне обґрунтування вибраної методики; 2) опишіть Вашу установку та принцип її дії; 3) опишіть, які заходи були Вами запроваджені для підвищення точності вимірів.

Завдання 2

Оцініть відсотковий масовий вміст олова та свинцю у наданому зразку сплаву.

Обладнання: *Групове* – нитки швацькі; посудини з водою. *Індивідуальне* – пластикова склянка; лінійка учнівська; олівець круглий; сплав олова і свинцю.

Довідникові дані: Густина води 1000 кг/м³; Густина свинцю 11300 кг/м³;
Густина олова 7300 кг/м³.

У звіті: 1) надайте теоретичне обґрунтування обраної методики; 2) опишіть Вашу установку та принцип її дії; 3) опишіть, які заходи були Вами запроваджені для підвищення точності вимірів.

9 клас

Завдання 1

Визначити відсотковий масовий вміст олова і свинцю у наданому зразку сплаву.

Обладнання: *Групове* – нитки швацькі; посудина з водою. *Індивідуальне* – пластикова склянка; лінійка учнівська; олівець круглий; сплав олова і свинцю.

Довідникові дані: Густина води 1000 кг/м^3 ; Густина свинцю 11300 кг/м^3 ; Густина олова 7300 кг/м^3 .

У звіті: 1) надайте теоретичне обґрунтування вибраної методики; 2) опишіть Вашу установку и принцип її дії; 3) опишіть, які заходи були Вами запроваджені для підвищення точності вимірів.

Завдання 2

Визначити роздільну здатність Вашого ока та середню відстань між його зоровими рецепторами (колбочками).

Обладнання: Вимірювальна стрічка; смужка міліметрового паперу.

Довідникові дані: 1. Роздільна здатність ока – це найменша кутова відстань між двома лініями, які око здатне бачити окремо одна від одної. 2. Оптична сила «усередненого» ока 59 дптр.

У звіті надайте: 1) теоретичне обґрунтування вибраної методики; 2) опис вимірювальної установки, принцип її дії; 3) порядок проведення вимірів, таблиці, графіки (в разі необхідності); 4) опис заходів з підвищення точності вимірювань.

10 клас

Завдання 1

1. Користуючись запропонованим обладнанням, визначити опір резистора. 2. На основі вольтметра виготовити омметр, який дозволяє відряхувати значення будь-якого вимірюваного опору безпосередньо за шкалою приладу. 3. Зобразити шкалу омметра, користуючись зображенням шкали вольтметра. Шкала має бути достатньо детальною для практичного користування.



Обладнання: Джерело постійної напруги (батарея «Крона»); змінний резистор з опором $6,8 \text{ кОм} \pm 20\%$; вольтметр шкільний на 6 В; резистор з відомим опором ($6,8 \text{ кОм} \pm 5\%$); резистор з невідомим опором; з'єднувальні провідники; зображення шкали використовуваного вольтметра.

У звіті надайте: 1) теоретичне обґрунтування використаної методики; 2) схему вимірювальної установки, принцип її дії; 3) порядок виконання вимірювань, таблиці, графіки; 4) опис методу градування шкали омметра; 5) заходи з підвищення точності вимірювань.

Завдання 2

Користуючись запропонованим обладнанням, визначте роздільну здатність Вашого ока (при необхідності скоригованого окулярами або контактними лінзами) та середню віддаль між його зоровими рецепторами (колбочками).

Обладнання: Вимірювальна стрічка; смужка міліметрового паперу.

Довідкові дані: 1. Роздільна здатність ока – мінімальна кутова відстань між двома лініями, які око здатне бачити відокремлено. 2. Оптична сила «усередненого» ока при розгляданні віддалених предметів 59 дптр (з урахуванням можливої корекції окулярами або контактними лінзами).

У звіті надайте: 1) теоретичне обґрунтування обраної методики; 2) опис вимірювальної установки, принцип її дії; 3) порядок виконання вимірювань, таблиці, графіки (якщо це необхідно); 4) опис заходів для підвищення точності вимірювань.

11 клас

Завдання 1

За допомогою запропонованого обладнання визначте довжину хвилі найбільш інтенсивного випромінювання у спектрі полум'я спиртівки, у яке насипані кристали даної речовини, якщо відомо, що довжина хвилі випромінювання лазерної указки складає 659 нм.

Обладнання: *Групове* – ізоляційна стрічка. *Індивідуальне* – лазерний диск (CD); спиртівка; кристалічна речовина; чотири шматка картону; брусок пластиліну; вимірювальна стрічка; лазерна указка; лист міліметрового паперу.

Засоби безпеки. 1. Під час виконання роботи виключіть пряме потрапляння випромінювання лазерної указки в око. 2. Спиртівку, коли це буде потрібно, Вам допоможе запалити та погасити черговий лаборант.

Завдання 2

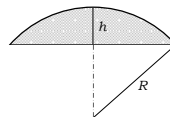
Користуючись запропонованим обладнанням, визначте кут змочування водою (крайовий кут) матеріалів, з яких виготовлені плівки.

Обладнання Медичний шприц на 2 мл з затупленою голкою; дві плівки з різних прозорих матеріалів; стаканчик з чистою водою; лист міліметрового паперу серветки.

Довідкова інформація: Об'єм кульового сегменту радіусу R і висоти h розраховується за формулою: $V = \pi h^2 \cdot (R - h/3)$

Рекомендація: Перед проведенням експерименту слід протерти прозору плівку серветкою для зняття забруднень.

У звіті по кожному завданню надайте: 1) теоретичне обґрунтування обраної методики; 2) ескіз і опис вимірювальної установки, принцип її дії; 3) порядок виконання вимірювань; 4) таблиці результатів, графіки (якщо це потрібно); 5) оцінку похибки вимірювань та опис заходів, виконаних для її зниження.

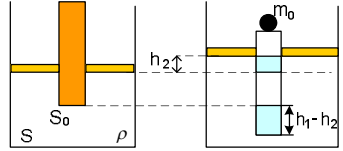


РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ

8 клас

Задача 8.1

Коли на поверхню втулки поклали важок масою m_0 , глибина її занурення збільшилася на h_1 . При цьому втулка додатково витиснула масу рідини $m_0 = \rho \cdot S_0 \cdot h_1$ (див. мал.). Звідси $h_1 = m_0 / \rho \cdot S_0$. Збільшення глибини занурення



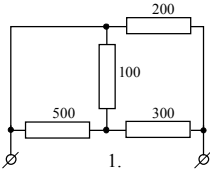
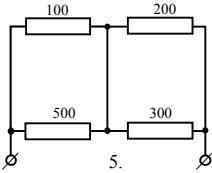
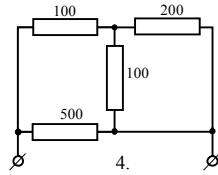
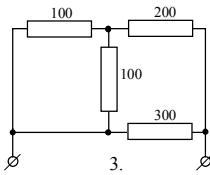
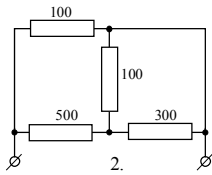
втулки веде до підвищення рівня рідини в посудині на висоту h_2 . Це підвищення рівня рідини можна визначити з рівності $m_0 = \rho \cdot S \cdot h_2$ (див. рис.), $h_2 = m_0 / \rho \cdot S$.

Втулка відносно початкового положення зміститься на

$$\Delta x = h_1 - h_2 = m_0 \cdot (S - S_0) / (\rho \cdot S \cdot S_0).$$

Задача 8.2

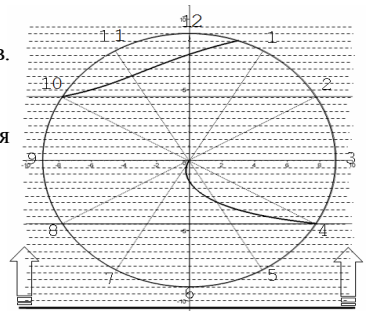
При замиканні одного з резисторів можливі п'ять варіантів з'єднання.



Виконаний розрахунок показує, що загальний опір: $R_1 = 131,4$ Ом; $R_2 = 85,2$ Ом; $R_3 = 136,4$ Ом; $R_4 = 125$ Ом; $R_5 = 203,3$ Ом. Отже, найменший опір між точками А і В буде у схемі 2, в результаті закорочування резистора з опором 200 Ом.

Задача 8.3

За умовою з малюнка зрозуміло, що зона сканування проходить три смуги за 5 с, а коло циферблата за 1 хв. Перша фіксація секундної стрілки станеться за 20 с після початку сканування коло цифри 4. Кінець фіксації тонкої частини секундної стрілки відбудеться на рівні середини циферблата через 35 с від початку сканування, через 15 с після цього біля числа 10 вістря стрілки знову дожене зону сканування і вийде з неї між цифрами 12 і 1 приблизно через 63 с від початку сканування. Малюнок задачі буде у точках (див. мал.).



Задача 8.4

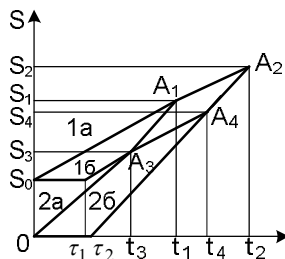
Нехай C_k – теплоємність калориметра, $C_v = mc_v = 0,21$ кДж/°С – теплоємність початкової кількості води, t_1 – температура, яка встановилася в першому калориметрі. Тоді рівняння теплового балансу мають вигляд:

$$C_k(t_1 - t_k) = C_e(t_e - t_1); \quad (1) \quad C_k(t - t_k) = (C_e/2)(t_1 - t); \quad (2)$$

Поділивши (1) на (2), отримаємо рівняння відносно t_1 . Підставивши числові значення, отримаємо: $t_1 = 35$ °С (корінь $t_1 = 0$ не має фізичного змісту). Тоді з рівняння визначимо: $C_k = C_v(t_v - t_1)/(t_1 - t_k) = C_v = 0,21$ кДж/°С

Задача 8.5

Розв'язок цієї задачі суттєво спрощується, якщо побудувати та проаналізувати графіки руху обох людей. За початок відліку часу приймаємо момент, коли автомобіліст виїжджає з пункту А. На той час велосипедист подолав деякий шлях S_0 . Згідно з умовою задачі, зустріч відбулася після зупинок і не залежить від того, коли саме вони відбувались, тому умовно зображаємо їх на початку відліку. Прямая 1а є графіком запланованого руху велосипедиста, а пряма 1б – з зупинкою тривалості t_1 . Аналогічно пряма 2а є графіком запланованого руху автомобіліста, а 2б – з зупинкою тривалості t_2 . (див. мал.) Точці A_1 відповідає запланована зустріч, точці A_2 – зустріч, визначена автомобілістом, точці A_3 – зустріч, визначена велосипедистом, точці A_4 – справжня зустріч.



За умовою задачі $\Delta t_{12} = t_2 - t_1 = 0,75$ год, $\Delta S_{31} = S_1 - S_3 = 45$ км,

$\Delta t_{42} = t_2 - t_4 = 0,5$ год, $\Delta S_{43} = S_4 - S_3 = 30$ км.

Оскільки $A_1A_2A_4A_3$ є паралелограмом, то швидкість велосипедиста

$$v_1 = \Delta S_{21} / \Delta t_{12} = \Delta S_{43} / \Delta t_{12} = 30 \text{ км} / 0,75 \text{ год} = 40 \text{ км/год},$$

а швидкість автомобіліста

$$v_1 = \Delta S_{42} / \Delta t_{42} = \Delta S_{31} / \Delta t_{42} = 45 \text{ км} / 0,5 \text{ год} = 90 \text{ км/год}.$$

Задачу можна розв'язати і аналітично, зробіть це самостійно.

9 клас

Задача 9.1

1. Див. задача № 4, 8 клас.

2. Врахування втрат тепла приведе до зменшення розрахованого значення теплоємності. Це фізично зрозуміло: при нехтуванні втратами тепла ми, по суті, відносимо їх на рахунок теплоємності калориметра, і значення останньої виходить завищеним. Спробуйте це твердження показати розрахунком.

Задача 9.2

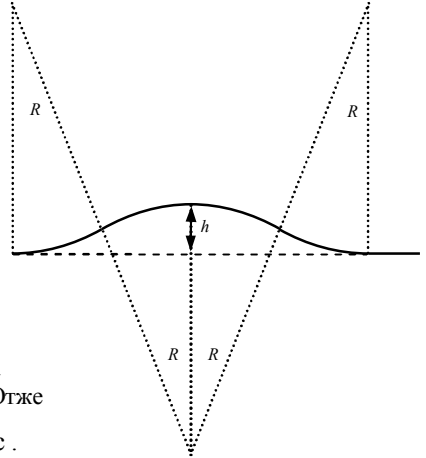
Нехай дуга кола має довжину l , а кут φ .
Тоді $l = R\varphi$. З іншого боку, $h/2 = R(1 - \cos\varphi)$,

звідки, або за допомогою калькулятора, або з наближених формул можна знайти, що кут $\varphi = 0,02$ рад, а $l = 40$ м. Отже, довжина всієї гірки 160 м, або рівно половина довжини $L = 320$ м потягу з 20 вагонів по 16 м кожний. Коли гірка повністю заповнена вагонами, потяг переїжджає її зі сталою швидкістю v , яку можна знайти із закону збереження енергії:

$$mv_0^2/2 = mv^2/2 + (1/2)mgh/2,$$

де враховано, що на гірці знаходиться половина потягу, а висота центру мас цієї половини $h/2$. Отже

$$v_0 = \sqrt{v^2 + gh/2} > \sqrt{gh/2} = 2 \text{ м/с}.$$

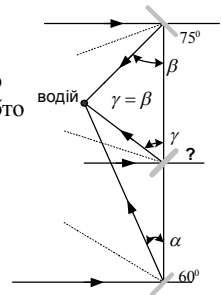


Розглянемо тепер рівномірне перетікання вагонів через гірку з деякою сталою швидкістю v . Тангенціальне прискорення вагонів дорівнює нулю. Отже, якщо спроектувати другий закон Ньютона для вагона, який підіймається під кутом α до горизонту, на напрямок його руху, матимемо, що різниця сил натягу ΔT спрямована вздовж схилу вгору і дорівнює проекції сили тяжіння $\Delta mg \sin \alpha$, або $\Delta T = \Delta mg \sin \alpha = (mg/L)\Delta l \sin \alpha = (mg/L)\Delta h$, де Δl – довжина вагону, Δh – проекція довжини вагону на вертикальну вісь, $m = 500$ т – маса всього потягу. Якщо додати аналогічні вирази для всіх вагонів, що знаходяться з одного боку гірки, знайдемо $T_{\uparrow} - T_{\downarrow} = mgh/L$, де сила натягу у найнижчій точці гірки $T_{\downarrow} = 0$, оскільки горизонтальна дільниця вагонів рухається без прискорення. Тоді сила натягу у найвищій точці $T_{\uparrow} = mgh/L = 12,5$ кН.

Задача 9.3

Будемо вважати, що водій знаходиться посередині лівої половини автобуса, а внутрішнє дзеркало знаходиться посередині автобуса. Тоді, з міркувань симетрії, зрозуміло, що внутрішнє дзеркало розташоване так само, як і ліве ($\gamma = \beta$), тобто утворює з напрямком руху кут 75° . За півхвилини відстань між водієм і пішоходом збільшиться до $S = (v_0 - v)t = 225$ м.

Перед поворотом зображення буде віддалятися від водія зі швидкістю $u_1 = v_0 - v = 27$ км/год. Безпосередньо на початку повороту зображення отримає перпендикулярну складову швидкості, що пов'язана з обертанням дзеркала (автобуса) навколо вертикальної вісі $\omega = v_0/R$. Якщо знехтувати



відстанню від водія до дзеркала, перпендикулярна складова швидкості дорівнює:
 $u_2 = \omega S = (v_0 / R)(v_0 - v)t$. Тоді, швидкість зображення

$$u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2} = (v_0 - v)\sqrt{1 + (v_0 t / R)^2} \approx 125 \text{ км/год}$$

Задача 9.4

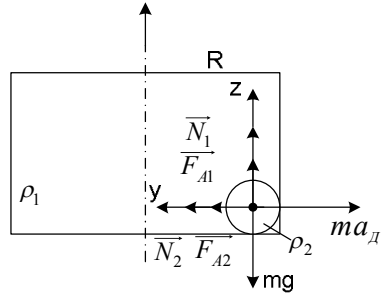
Перейдемо у неінерціальну систему відліку (HeICB), що обертається з куговою швидкістю ω . У цій СВ рідина і тіло нерухомі.

За принципом еквівалентності Ейнштейна неінерціальність СВ можна замінити додатковим локальним гравітаційним полем

(з напруженістю $\vec{g}_1 = -\vec{a}_D$), яке в межах посудини неоднорідне, але в околі кульки його можна вважати однорідним, оскільки $r \ll R$. Розглянемо сили, що діють на кульку (див. мал.).

N_1, N_2 – сили реакції стінок, mg – сила тяжіння, що пов'язана з полем тяжіння Землі, F_{A1} – сила Архімеда пов'язана з g , F_{A2} – сила Архімеда (пов'язана з додатковим гравітаційним полем), ma_D – сила тяжіння у додатковому гравітаційному полі. Запишемо умову рівноваги тіла по вісі OY: $N_2 + F_{A2} = ma_D \Rightarrow$

$N_2 = ma_D - F_{A2} = \rho_2 V \omega^2 (R - r) - \rho_1 \omega^2 (R - r) V = (\rho_2 - \rho_1) \omega^2 R (4/3) \pi r^3$. Враховано, що $R \gg r$.



Задача 9.5

Нехай опір амперметра R_0 .

Можна записати: $U_{AB} = I_3 \cdot (3 \cdot R + R_0)$;

$$I_2 = I_3 + I_3 \cdot (3R + R_0) / 2R \quad (1)$$

Напряга між точками С і D дорівнює

$$U_{CD} = U_{AB} + I_2 \cdot R_0 = I_3 \cdot (3 \cdot R + R_0) + I_2 \cdot R_0,$$

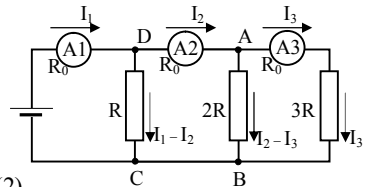
$$\text{отже: } I_1 = I_2 + (I_3 \cdot (3R + R_0) + I_2 \cdot R_0) / R \quad (2)$$

З (1) отримуємо $R_0 / R = 2 \cdot I_2 / I_3 - 5$ (3) З (2) отримуємо

$$I_1 = I_2 + 3 \cdot I_3 + I_3 \cdot R_0 / R + I_2 \cdot R_0 / R \quad (4)$$

Підставимо (3) в (4): $2I_2^2 - 2 \cdot I_3 \cdot I_2 - (2I_3 + I_1) \cdot I_3 = 0$,

$$\text{звідки } I_2 = \frac{I_3 + \sqrt{I_3^2 + 2I_3(2I_3 + I_1)}}{2} = 3 \text{ мА}.$$



10 клас

Задача 10.1

Тиск у приміщенні дорівнює тиску води на глибині H , тобто $P = P_A + \rho g H \approx 135 \text{ кПа}$.

Оскільки сили тиску діють перпендикулярно до поверхні плівки, сила натягу плівки всюди однакова і дорівнює F . Розглянемо половину плівки (див. мал.). На неї діють дві сили натягу, сила повітряного тиску зсередини приміщення і сила гідростатичного тиску ззовні. Враховуючи те, що з глибиною сила тиску змінюється лінійно, запишемо проекцію умови рівноваги плівки на горизонтальний напрямок:

$$(P_A + \rho g(H + h)/2)(H - h)l + F = (P_A + \rho gH)(H - h)l,$$

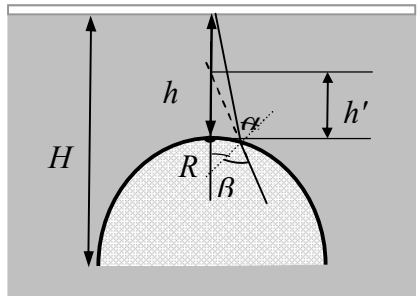
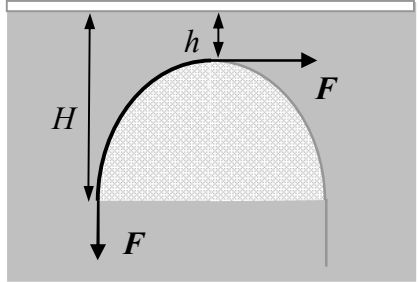
звідки знаходимо $F = (1/2)\rho g l(H - h)^2 \approx 500 \text{ кН}$, або для коефіцієнта поверхневого натягу плівки $\sigma = F/l = (1/2)\rho g \Delta H^2 \approx 31 \text{ кН/м}$.

Замість проекції умови рівноваги плівки на вертикальний напрямок зручніше скористатися тим, що дві сили натягу $2F$ утримують великий об'єм повітря, на який діє сила Архімеда $\rho g V$ (масою повітря нехтуємо і внаслідок значної довжини $l = 16 \text{ м}$ приміщення нехтуємо особливостями на торцях). Отже об'єм повітря всередині приміщення: $V = 2F / \rho g = \Delta H^2 l = 100 \text{ м}^3$.

Звичайно, ці ж самі результати можна отримати за допомогою інтегрування.

За умовою задачі необхідно знайти об'єм повітря V_0 , що нагнітався з поверхні води. Знайдений нами об'єм V знаходиться під тиском $P = P_A + \rho g H \approx 135 \text{ кПа}$. Вважаємо, що температури повітря на поверхні води і всередині приміщення однакові або мало відрізняються. Тоді $V_0 = PV / P_A \approx 135 \text{ м}^3$.

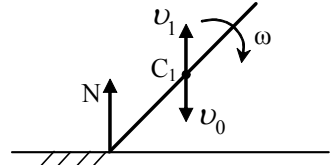
Додаткова відповідь. Внаслідок симетрії задачі, зрозуміло, що розміри зображення кільця будуть максимально відрізнятися у взаємоперпендикулярних напрямках, один з яких проходить вздовж приміщення. Знайдемо спочатку радіус кривизни плівки у перпендикулярній до цього напрямку площині для найвищої точки куполу. Найпростіше це зробити, застосувавши формулу Лапласа для різниці тисків з двох сторін викривленої поверхні. В нашому випадку маємо $P - (P_A + \rho g h) = \sigma / R$ (другий радіус кривизни дорівнює нескінченності), звідки знаходимо $R = \sigma / \rho g \Delta H = \Delta H / 2$.



Розглянемо хід променів від точки на поверхні води крізь плівку в око спостерігачеві. Отримуємо, що зображення наблизиться до найвищої точки куполу на відстань $h' = h/n + (n-1)h/R$. У перпендикулярному напрямку ($R \rightarrow \infty$) ця відстань буде більшою $h'' = h/n$. Співставляємо відстані з кутовими розмірами і знаходимо відповідь на питання задачі.

Задача 10.2

Спочатку встановимо наслідки пружного удару гантелі об виступ. Нехай перед ударом центр мас гантелі має швидкість v_0 (мал. 1), а після удару центр мас матиме швидкість v_1 , а гантель – кутову швидкість ω . Згідно з теоремою про зміну імпульсу та теоремою про зміну моменту імпульсу, маємо систему двох рівнянь: $m(v_0 + v_1) = \tau P$, $I_C \omega = \tau PL/2 \cos \alpha$.



Мал. 1

Враховуючи, що $I_C = mL^2/8$, з цієї системи

$$\text{знаходимо } \omega = (4/L)(v_0 + v_1) \cos \alpha. \quad (1)$$

Удар абсолютно пружний, тому можна вважати, що кінетична енергія гантелі зберігається:

$$mv_0^2/2 = mv_1^2/2 + I_C \omega^2/2,$$

Звідки з урахуванням (1) випливає

$$v_0^2 - v_1^2 = 2(v_0 + v_1)^2 \cos^2 \alpha. \quad (2)$$

З (2) за умови, що $\alpha = \pi/4$, випливає

$$v_1 = \frac{1 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^2 \alpha} v_0 = 0. \quad (3)$$

Тоді згідно (1)

$$\omega = \cos \alpha \frac{4}{L} v_0 = \frac{2\sqrt{2}}{L} v_0. \quad (4)$$

Так, як час падіння після удару

(мал. 2) $t_{12} = \sqrt{2H/3}$ і за цей час гантель повернеться на кут $5\pi/2$, то

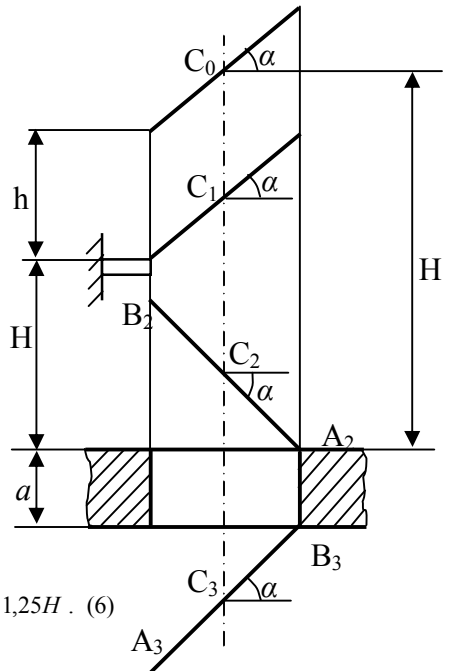
$$\omega = 5\pi/2t_{12} = (5\pi/2)\sqrt{g/2H}. \quad (5)$$

Тоді, згідно з (4),

$$v_0 = \omega L/2\sqrt{2} = (5\pi L/8)\sqrt{g/H},$$

$$h = v_0^2/2g = (\pi/8)^2 H \quad \text{Отже,}$$

$$H_0 = H + h + (L/2) \sin \alpha = \left[1,1 + (\pi/8)^2\right] H \approx 1,25H. \quad (6)$$



Мал. 2

При максимальному α гантель додатково повернеться на кут $\pi/2$. Тому час її падіння до виходу з щілини $t_{13} = 3\pi / \omega = (6/5)\sqrt{2H/g}$.

Отже, максимальне значення товщини стінки:

$$a = gt_{13}^2/2 - H - L \sin \alpha = (6/25)H = 0,24H . \quad (7)$$

Задача 10.3

1) $T_1 = 273$ К. Тиск у верхній частині труби

визначається тільки тиском повітря і дорівнює:

$$P_1 = P_{\text{атм}} + \rho g \Delta h \quad (1)$$

2) $T_2 = 373$ К. Тепер тиск у верхній частині трубки

дорівнює сумі тисків повітря і насиченої пари (закон Дальтона):

$$P_2 = P_{\text{повітря}} + P_{\text{нас.парі}} = P_{\text{атм}} + \rho g x , \quad (2)$$

де x – положення рівня води у трубці при T_2 відносно вільної поверхні води.

Оскільки $P_{\text{нас.парі}} = P_{\text{атм}}$ при 373 К, то з (2) $P_{\text{повітря}} = \rho g x$ (3)

3) Застосовуючи об'єднаний газовий закон для повітря, отримуємо (з (1) та (3)):

$$PV/T = \text{const}, P_1 V_1 / T_1 = P_2 V_2 / T_2 \Rightarrow ((P_{\text{атм}} + \rho g \Delta h) / T_1) H S = (\rho g x / T_2) S y, \quad (4)$$

де y – довжина стовпчика повітря і пари при T_2 , $y = x + H - \Delta h$. (5)

Підставивши числові значення, з (4) отримаємо: $13,7 = x^2 + 0,7x \Rightarrow x = 3,35$ м.

4) Цілком зрозуміло, що значення $(3,35 \text{ м} > 3 \text{ Н})$ – більше, ніж повна довжина трубки 2,7 м, а, значить, повітря, досягнувши краю трубки, повністю витіснить з неї воду і вийде назовні у вигляді бульбашок.

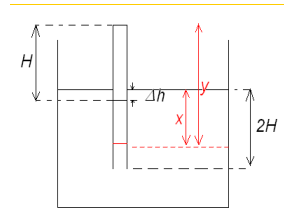
Тобто при T_2 рівень води буде знаходитись на глибині $2H$ (там, де і кінець трубки).

5) При наступному охолодженні до T_1 рівень води в трубці не повинен повернутись до значення Δh , адже певна маса повітря вийшла, а тиск насиченої пари знову став малим. Ще раз скористаємось об'єднаним газовим законом:

$$T_2: P_2^{\downarrow} = \rho g 2H; \quad V_2^{\downarrow} = (3H - \Delta h)S; \quad (8)$$

$$T_1: P_1^{\downarrow} = P_{\text{атм}} + \rho g z; \quad V_1^{\downarrow} = (H - \Delta h + z)S; \quad (9)$$

З використанням (8) і (9), $PV/T = \text{const}$:



$$\frac{\rho g 2H(3H - \Delta h)S}{T_2} = \frac{(P_{\text{атм}} + \rho g z)(H - \Delta h + z)}{T_1} \quad (10)$$

Підставивши числові значення, отримаємо:

$$z_1 = -10,4 \text{ м}; \quad z_2 = -0,3 \text{ м}.$$

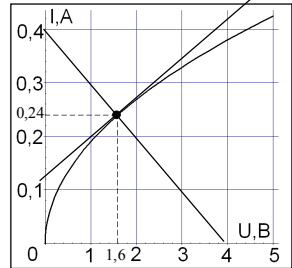
Оскільки $|z| \leq 3H$, то перший корінь не підходить. Оскільки другий корінь від'ємний, то рівень води при охолодженні буде вище вільної поверхні води на 30 см і на 60 см вище початкового рівня.

Задача 10.4

а) Сила струму I , який проходить через лампу, і напруга U на ній пов'язані залежністю, показаною на мал. в умові задачі. Але при вмиканні лампи в коло сила струму і напруга виявляються зв'язаними ще одним співвідношенням: $U + I \cdot R = \varepsilon$.

Зрозуміло, що коли побудувати цю графічну залежність, то точка перетину її з вольтамперною характеристикою лампи визначить значення U і I . Виконавши вказану побудову (див. мал.) знайдемо: $I = 0,24 \text{ А}$, $U = 1,6 \text{ В}$.

б) Щоб напруга U_{AB} між точками А і В дорівнювала нулю, треба так встановити повзунок потенціометра, щоб виконувалася рівність $U_{CB} = U_{RI} = U_{CA} = 1,6 \text{ В}$. Отже, відношення опорів R_1 і R_2 "плеч" потенціометра ($r_1 + r_2 = r$) повинно задовольняти умові:



$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{U_{r1}}{U_{r2}} = \frac{U_{CA}}{\varepsilon - U_{CA}}, \quad \text{звідки} \quad r_1 = 16 \text{ Ом}, \quad r_2 = 24 \text{ Ом}.$$

в) Щоб при малій зміні ЕРС ε батареї напруга U_{AB} майже не змінювалася, треба так підібрати плечі потенціометра, щоб напруга на лівому плечі (r_x) була такою самою, як зміна напруги на лампі.

При зміні ЕРС на малу величину $\Delta \varepsilon$ напруга U_{CA} на лампі змінюється поблизу "робочої точки" (1,6 В) на малу величину $\Delta U_{CA} = \Delta \varepsilon - \Delta I \cdot r$,

де ΔI — зміна сили струму в лампі при малій зміні ΔU_{CA} . З'ясуємо, як залежить ΔI від ΔU_{CA} . Відношення $\Delta I / \Delta U_{CA}$ поблизу робочої точки дорівнює кутовому

коефіцієнту дотичної до графіку функції $I(U_{CA})$ в робочій точці: $\Delta I / \Delta U_{CA} = k$.

Побудувавши дотичну, знайдемо $k \approx 0,08$ (мал.), так що $\Delta I = \Delta U_{CA} \cdot k \approx 0,08 \Delta U_{CA}$.

Отже $\Delta U_{CA} = \Delta \varepsilon - \Delta U_{CA} \cdot k \cdot r$, звідки $\Delta U_{CA} = \Delta \varepsilon / (1 + k \cdot R)$.

Напруга U_{CB} на лівому плечі потенціометра з опором r_x дорівнює $U_{CB} = (r_x / r) \cdot \varepsilon$;

при зміні ЕРС на мале значення $\Delta \varepsilon$ напруга U_{CB} змінюється на значення $\Delta U_{CB} = (r_x / r) \cdot \Delta \varepsilon$. Прирівнявши ΔU_{CA} і ΔU_{CB} , дістанемо: $r_x = r / (1 + k \cdot R)$

Підставивши числові значення, знайдемо $r_x \approx 22 \text{ Ом}$, $r - r_x \approx 18 \text{ Ом}$.

При цьому $U_{AB} \approx 0,6 \text{ В}$, при зміні ЕРС ϵ в межах $\pm 1 \text{ В}$ значення U_{AB} змінюється менше ніж на $0,03 \text{ В}$.

Задача 10.5

При русі по параболічній траєкторії повна механічна енергія космічного корабля:

$$m \cdot v^2 / 2 - G \cdot M \cdot m / r = 0.$$

Тому швидкість корабля безпосередньо перед гальмуванням (у вершині параболи):

$$v_{\text{п}} = \sqrt{2GM_{\text{М}}/R_{\text{М}}} = \sqrt{2g_{\text{М}}R_{\text{М}}}.$$

Після переходу на колову орбіту швидкість корабля визначається з умови

$$a_{\text{доц}} = v_{\text{к}}^2 / R_{\text{М}} = g_{\text{М}}, \text{ тому } v_{\text{к}} = \sqrt{g_{\text{М}}R_{\text{М}}}. \text{ Таким чином швидкість при}$$

короткочасному гальмуванні повинна зменшитись у $\sqrt{2}$ разів або на

$$\Delta v = v_{\text{п}} - v_{\text{к}} = \sqrt{g_{\text{М}}R_{\text{М}}}(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{1,7 \cdot 1,74 \cdot 10^6}(1,41 - 1) \text{ м/с} \approx 7 \cdot 10^2 \text{ м/с} = 0,7 \text{ км/с}.$$

Радіус кривини траєкторії за час гальмування зменшиться у стільки ж разів, у скільки зменшиться квадрат швидкості, бо нормальне (доцентрове) прискорення до і після гальмування визначається силою гравітаційного притягання до Місяця і дорівнює $a_{\text{доц}} = g_{\text{М}} = F_{\text{грав}} / m$. Оскільки після гальмування радіус траєкторії стане рівним $R_{\text{М}}$, радіус кривини параболи в її вершині безпосередньо перед гальмуванням дорівнюватиме $R_{\text{п}} = 2R_{\text{М}}$. Таким чином радіус кривини траєкторії зменшиться на $\Delta R = R_{\text{п}} - R_{\text{М}} = R_{\text{М}} = 1740 \text{ км}$

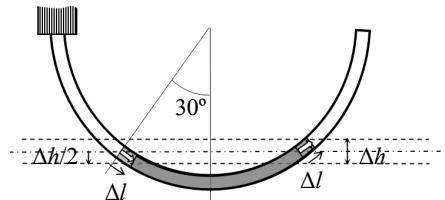
11 клас

Задача 10.1

За означенням питома теплоємність c – це кількість теплоти, яку слід передати одиниці маси речовини, щоб нагріти її на один градус. З урахуванням першого закону термодинаміки і того, що повітря переважно складається з двохатомних газів азоту і кисню, отримаємо

$$c = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} = \left(P\Delta V + \frac{i}{2} m R\Delta T \right) / m\Delta T = \frac{5}{2} \frac{R}{\mu} + \frac{P\Delta V}{m\Delta T} = \frac{R}{\mu} \left(\frac{5}{2} + \frac{P\Delta V}{m R\Delta T} \right).$$

Припустимо, що при передачі деякої кількості теплоти газ розширюється і стовпчик води зміщується на деяку довжину Δl . Отже об'єм збільшується на $\Delta V = S\Delta l$, а тиск, навпаки, зменшується на $\rho g \Delta h$, де, як видно з малюнка,



$\Delta h = 2\Delta l \sin 30^\circ = \Delta l$. Тоді $\Delta P = \rho g \Delta l$. У вираз для теплоємності входить зміна температури у комбінації $(m/\mu)R\Delta T$. З рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$\frac{m}{\mu}R\Delta T = \Delta(PV) = (P + \Delta P)(V + \Delta V) - PV = P\Delta V + V\Delta P + \Delta P\Delta V \approx P\Delta V + V\Delta P,$$

де враховано, що за умовою задачі зміни можна вважати малими. Тоді

$$c = \frac{R}{\mu} \left(\frac{5}{2} + \frac{P\Delta V}{P\Delta V + V\Delta P} \right) = \frac{R}{\mu} \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1 + \frac{V\Delta P}{P\Delta V}} \right) = \frac{R}{\mu} \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1 + \frac{\rho g V}{PS}} \right) = \frac{17}{6} \frac{R}{\mu}$$

$$c \approx 810 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

Якщо тепер нахилити пляшку з трубкою на деякий кут α і знову розглянути невелике зміщення стовпчика води на Δl внаслідок передачі деякої кількості теплоти, єдиною відмінністю буде поява $\cos \alpha$ у виразі гідростатичного тиску. Тому з урахуванням умов задачі остаточний вираз для питомої теплоємності в залежності від кута нахилу набуває вигляду

$$c = \frac{R}{\mu} \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1 + \frac{\rho g V}{PS} \cos \alpha} \right) = \frac{R}{\mu} \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{1 + 2 \cos \alpha} \right).$$

Ця функція має розрив при $\alpha = 120^\circ$. Обернення теплоємності $c = \Delta Q / m\Delta T$ у нескінченність

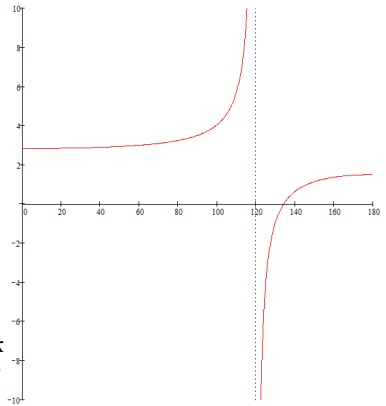
означає, що передача теплоти не призводить до зміни температури, тобто процес ізотермічний.

Коли $\alpha = 90^\circ$, теплоємність повітря $c = 7R/2\mu$.

Це значення теплоємності при сталому тиску, що зрозуміло, оскільки площа півкільця трубки горизонтальна і гідростатичний тиск ніяк себе не проявляє. На графіку вздовж осі ординат відкладено значення питомої теплоємності c в

одинацях R/μ , вздовж осі абсцис – значення кута α в градусах. Незвично виглядає

відрізок від'ємних значень c , що починається з кута $180^\circ - \arccos 0,7 \approx 134,4^\circ$, який відповідає нульовій теплоємності і адиабатному процесу. Насправді від'ємна теплоємність не є чимось унікальним. Достатньо сказати, що саме завдяки від'ємній теплоємності зірки не вибухають як термоядерні бомби, і ми з вами можемо обговорювати цю задачу при сонячному світлі. Якщо в надрах зірки випадково відбудеться збільшення енерговиділення, речовина не нагріється (що призвело б до ще більшого енерговиділення і врешті-решт ланцюгової реакції), а охолоне внаслідок роботи по розширенню.



Отже, різні кути нахилу такої простої конструкції, як пляшка з водяним затвором, демонструють різні відомі ізопроцеси.

Відзначимо також, що не всі положення пляшки з водяним затвором відповідають стану стійкої рівноваги. Обговорення застосування поняття теплоємності до нерівноважних процесів виходить за межі даної задачі.

Задача 11.2

Потенціал у плазмі змінюється з відстанню z від металевої пластини за законом

$$\varphi = \varphi_0 \exp\left[-\frac{z}{r_D}\right] \text{ при } z > 0 \quad \text{і} \quad \varphi = \varphi_0 \exp\left[\frac{z}{r_D}\right] \text{ при } z < 0;$$

r_D – відстань, на якій відбувається екранування пробного заряду у плазмі (радіус Дебая).

Густина струму, що протікає у напрямку до електроду,

$$j = en_0(\bar{v}_i - \bar{v}_e), \quad (1)$$

де v_i , v_e – середні швидкості спрямованого руху іонів та електронів відповідно; крім того, оскільки $e\varphi \ll kT$, то навіть поблизу електроду маємо $n_i \approx n_e \approx n_0$.

Внаслідок того, що λ_i та λ_e – малі величини у порівнянні з характерними відстанями зміни потенціалу на довжині вільного пробігу, електричне поле можна вважати практично однорідним. Тому, розв'язуючи рівняння руху зарядженої частинки у однорідному електричному полі

$$m_e \frac{dv_e}{dt} = -eE, \quad (2)$$

отримуємо швидкість, що досягається за час між двома послідовними зіткненнями:

$$v_e = -\frac{eE}{m_e} \tau_e, \quad \text{а середня швидкість} \quad \bar{v}_e = -\frac{eE}{2m_e} \tau_e \quad (3)$$

Аналогічне співвідношення може бути отримане і для іонів. Величини τ_e та τ_i – середні часи між зіткненнями відповідно для електронів та іонів, які можуть бути визначені через довжину вільного пробігу та середню теплову швидкість. Оскільки $e\varphi \ll kT$, теплова швидкість значно перевищує спрямовану, і тому τ_e та τ_i визначаються лише тепловою швидкістю:

$$\tau_e = \frac{\lambda_e}{v_e}, \quad \tau_i = \frac{\lambda_i}{v_i}, \quad (4)$$

де \bar{v}_e та \bar{v}_i – середні швидкості теплового руху електронів та іонів

$$\bar{v}_e = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}}, \quad \bar{v}_i = \sqrt{\frac{3kT}{m_i}}. \quad (5)$$

З урахуванням (4 – 5) вирази для середніх значень спрямованих швидкостей матимуть вигляд:

$$\bar{u}_e = -\frac{eE\lambda_e}{2\sqrt{3m_e kT}}, \quad \bar{u}_i = \frac{eE\lambda_i}{2\sqrt{3m_i kT}} \quad (6)$$

Напруженість електричного поля, що діє на частинку, буде

$$E = -\frac{d\varphi}{dz} = \frac{\varphi_0}{r_D} \exp\left[-\frac{z}{r_D}\right] \quad (7)$$

Для частинок, які падають на електрод, $|z| \sim \lambda \ll r_D$, тобто в нульовому наближенні отримуємо:

$$E \approx \varphi_0 / r_D \quad (8)$$

Таким чином з урахуванням (6–8) маємо вираз для густини струму на електрод:

$$\begin{aligned} j &= en_0(|u_i| + |u_e|) = \frac{n_0 e^2 \varphi_0}{2r_D \sqrt{3kT}} \left(\frac{\lambda_e}{\sqrt{m_e}} + \frac{\lambda_i}{\sqrt{m_i}} \right) = \\ &= \varphi_0 \sqrt{\frac{n_0^3}{6\varepsilon_0}} \frac{e^3}{kT} \left(\frac{\lambda_e}{\sqrt{m_e}} + \frac{\lambda_i}{\sqrt{m_i}} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Задача 11.3

При розв'язанні задачі скористаємося співвідношенням СТВ для частинки, яка

вільно рухається: $E = \gamma mc^2$, $p = m v$, де $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, E – енергія, p – імпульс,

v – швидкість, m – маса частинки, c – швидкість світла у вакуумі.

За нульової маси нейтрино ці частинки віддаляються від надної зірки зі швидкістю світла. Якщо ж маса нейтрино відмінна від нуля, то швидкість цих частинок тим менша, чим менша їх енергія. Зі збільшенням відстані від надної, за рахунок такої різноманітності швидкостей, збільшується розкид часових моментів приходу частинок, випущених одночасно.

Вважаючи, що маса нейтрино відмінна від нуля, знайдемо розкид часових моментів приходу частинок із заданими енергіями. В загальному модуль швидкості частинок з масою m та енергією E визначається таким чином

$$v = \frac{c^2 p}{E} = c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2}.$$

Оскільки модуль імпульсу $p = \frac{\sqrt{E^2 - m^2 c^4}}{c}$,

знайдемо час прольоту нейтрино відстані L

$$t = \frac{L}{v} = \frac{L}{c \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2}}.$$

Тоді шуканий проміжок часу Δt між моментами прийому t_1 і t_2 одночасно випущених нейтрино

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{L}{c} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E_1}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{E_2}\right)^2}} \right]$$

Отримаємо для нього наближений вираз згідно з формулою $(1 + \varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$, справедливої для малих ε . В даному випадку малим параметром є $\varepsilon = -(mc^2/E^2)$, а показник ступені $n = -1/2$. Тому

$$t \approx \frac{L}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{mc^2}{E}\right)^2 \right).$$

Другий доданок у дужках описує розкид часу з-за розкиду енергії. Через розкид енергії частинок

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{Lm^2}{2c} \left(\frac{c^4}{E_1^2} - \frac{c^4}{E_2^2} \right)$$

Отже, якщо маса нейтрино дорівнює нулю, то ніякої затримки між моментами прийому одночасно випущених нейтрино з різними енергіями не буде. Якщо ж нейтрино має ненульову масу, то для відстані L , яку задано часом розповсюдження світла в роках при $m \approx 10 \text{ eV}/c^2$, маємо $\Delta t \approx 2,5 \text{ с}$.

Із виразу для Δt легко знайти масу в енергетичному еквіваленті:

$$mc^2 = \frac{E_1 E_2}{\sqrt{E_2^2 - E_1^2}} \sqrt{\frac{2 \cdot c \Delta t}{L}}.$$

Задача 11.4

Кожна зоря у подвійній системі дає у фокальній площині об'єктива свою дифракційну картину, причому нульові максимуми цих картинок знаходяться на відстані ρ одна від одної (відстоять на кут ρ).

(1) \rightarrow (1') \rightarrow (1'') – хід променів від тієї компоненти подвійної зорі, на яку направлена головна оптична вісь об'єктиву (ГОВО), для яких максимум k -го порядку має вздовж осі ОХ координату $x_k^{\uparrow(1)}$ (координата т. F: $x = 0$).

З умови максимуму інтерференції:

$$\Delta = d \cdot \sin \varphi = 2k_l \cdot \lambda / 2 \quad (k \in \mathbb{Z}); \quad x_k^{\uparrow(1)} = F \cdot \tan \varphi.$$

$$x_k^{(1)} \approx F \cdot \varphi \approx F \cdot \sin \varphi = F \cdot \frac{k \cdot \lambda}{d} \quad (n=1); \text{ отже } x_k^{(1)} \approx F \cdot \frac{k_1 \cdot \lambda}{d}. \quad (1)$$

(2) → (2') → (2'') – хід променів від другої компоненти. Для мінімумів інтерференції від цієї компоненти маємо:

$$x_k^{(2)} \approx F \cdot \left(\rho + \frac{2k_2 \pm 1}{2} \cdot \frac{\lambda}{d} \right). \quad (2)$$

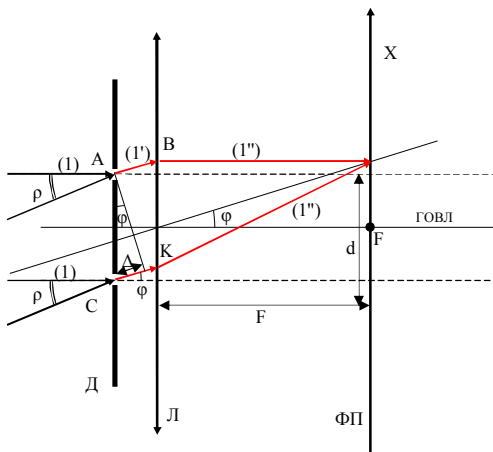
З умови мінімумів при падінні променів фронту Фраунгофера під кутом ρ до нормалі до решітки:

$$d(\sin \varphi - \sin \rho) = \frac{2k_2 \pm 1}{2} \cdot \lambda \quad (k_2 \in Z), \quad \varphi - \text{кут, під яким спостерігаємо мінімум } k_2\text{-го}$$

порядку. Так, як φ та ρ малі, то $d(\varphi - \rho) \approx \frac{2k_2 \pm 1}{2} \cdot \lambda$. Тоді

$$\sin \varphi \approx \varphi \approx \frac{2k_2 \pm 1}{2d} \cdot \lambda + \rho. \quad (3)$$

Умова розділення компонент (Критерій Релея): $x_k^{(2)} = x_k^{(1)}$. (4)



Мал. 1. Оптична схема інтерференції в телескопі

$$3 (1-4): F \cdot \left(\rho + \frac{2k_2 \pm 1}{2} \cdot \frac{\lambda}{d} \right) = F \cdot \frac{k_1 \cdot \lambda}{d} \Rightarrow \rho = \frac{\lambda}{2d} |2k_1 - 2k_2 \pm 1|. \quad (5)$$

Перше співпадання дає: $\rho \approx \lambda / 2d$. (6)

3 (3) та умови задачі

$$\rho = \frac{5,55 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 1,25} \approx 2,22 \cdot 10^{-7} \text{ рад} \approx 0,046''.$$

Знайдемо радіус просторової когерентності $r_{\text{пк}}$ для зірок подвійної системи на відстані L від системи. З теорії маємо:

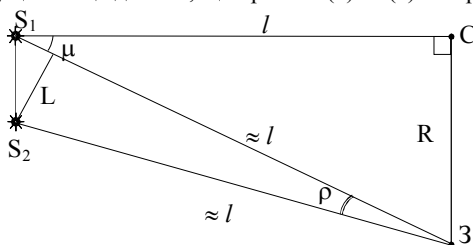
$$r_{\text{пк}} \approx \lambda / \psi, \quad (7)$$

де ψ – кутовий поперечник зорі при її спостереженнях із Землі (кут, під яким видно зорю із Землі). Ясно, що $\psi < \rho/2$, тому маємо таку оцінку $r_{\text{пк}}$:

$$r_{\text{пк}} \approx 2\lambda / \rho. \quad (8)$$

З (8) отримуємо: $r_{\text{пк}} \approx \frac{2 \cdot 5,55 \cdot 10^{-7}}{\frac{\pi \cdot 0,05}{180 \cdot 3600}} \approx 5,7 \text{ м} < d$,

отже наше припущення що до того, що промені (1) та (2) когерентні, є вірним.



Мал. 2. До визначення відстані до зірок та відстані між компонентами подвійної системи: С – Сонце, З – Земля, S_1, S_2 – зірки.

Знайдемо відстань від Землі до подвійної зорі:

$$l = R / \mu \quad (9)$$

З (6) та (9) знаходимо відстань між компонентами зоряної пари:

$$L = l \cdot \rho = \frac{\lambda R}{2d\mu}. \quad (10)$$

З (10) та умови задачі маємо: $L \approx 8,6 \cdot 10^7$ км.

Відповідь: $\rho \approx 0,046''$, $L \approx 8,6 \cdot 10^7$ км.

Зауваження:

1. Покажемо, що ϕ мале (мал. 1). З мал. 1

$$CD = d \cdot \sin \phi = k\lambda \leq k_{\text{max}} \lambda. \quad (11)$$

Але k_{max} можна знайти, використовуючи той факт, що коли різниця ходу променів досягає значень порядку довжини когерентності $l_{\text{ког}}$, смуги стають нерозрізнюваними. Отже:

$$k_{\text{max}} \lambda \approx l_{\text{ког}} \approx \lambda^2 / \Delta\lambda, \text{ звідси}$$

$$k_{\text{max}} \approx \lambda / \Delta\lambda, \quad (12)$$

Враховуючи (11) та (12), маємо

$$k_{\max} \approx \frac{5,6 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^{-9}} \approx 100$$

$$CД \approx \lambda^2 / \Delta\lambda \quad (13)$$

(в астрофізиці $\Delta\lambda \sim 5 \cdot 10^{-9}$ м). Тому $\sin\varphi$ мале і $\sin\varphi \approx \varphi$.

2. З умови задачі та (13)

$CД \approx k_{\max} \lambda \approx 100 \cdot 5,55 \cdot 10^{-7} \approx 5,6 \cdot 10^{-5}$ м, що значно менше аніж відстань між діафрагмою та об'єктивом (прийнято, що СЛ ~ 10 см).

Задача 11.5

Відомо, що період малих коливань математичного маятника

$$T_1 = 2\pi\sqrt{L/g}, \quad (1)$$

а період малих коливань фізичного маятника

$$T_2 = 2\pi\sqrt{J/mgL}, \quad (2)$$

де J – момент інерції кульки щодо осі обертання, m – маса кульки, l – відстань від центру кульки до точки підвісу. За теоремою Штейнера

$$J = J_0 + ml^2, \quad (3)$$

$$\text{Де } J_0 = 2/5mR^2. \quad (4)$$

Підставивши (3)-(4) до (2), отримаємо:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left[1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2\right]}, \quad (5)$$

$$\text{Звідки } \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2}. \quad (6)$$

Похибка δ , яку ми допустимо, припустивши, що підвішена на кульці нитка є математичним маятником, визначається таким чином:

$$\delta = \frac{T_2}{T_1} - 1 = \sqrt{1 + \frac{2}{5}\left(\frac{R}{l}\right)^2} - 1, \quad (7)$$

$$\text{Звідки } \frac{R}{l} = \sqrt{\frac{5}{2}\left[(1+\delta)^2 - 1\right]} \approx \sqrt{5\delta}. \quad (8)$$

За умовою $\delta \leq 0,005$, тоді з (8) знаходимо, що $R/l \leq 0,158$.

Оскільки $R = 0,03$ м, то гранична відстань від центру кульки до точки підвісу $l \geq 0,19$ м, а гранична довжина нитки $L = l - R = 0,16$ м = 16 см.

Науково-популярне видання

*Міністерство освіти і науки України
Львівський фізико-математичний ліцей
при Львівському національному університеті
імені Івана Франка*

“ЛІВЕНЯ – 2007”

ВІТАЄ ПЕРЕМОЖЦІВ

Інформаційний вісник

Уклали *Алексейчук Володимир Іванович*
Кузик Раїса Григорівна
Назарків Людмила Богданівна

Технічний редактор *Леся Пелехата*
Коректор *Свдокія Русин*

Здано на складання 23. 06. 07р. Підписано до друку 23. 07. 07р.

Формат 60 x 84 1/16. Папір офсет. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Умов. друк. арк 1,628

Обл. вид. арк. 1,55. Наклад 6 000 прим.

Видавництво “Каменярь” 79000. Львів, МСП, Підвальна,3

Свідоцтво Держ. реєстру: серія ДК, № 462

Ел.адреса: vyd_kamenyar@mail.lviv.ua

Віддруковано з готових діапозитивів на ФОП Савенкова О.Ю.

79031, Львів, вул. Ярослава Гашека, 18/11.